



## CONTENIDO

### ELEMENTOS DE MAQUINAS

#### PREFACIO

---

#### MODULO 1      ACOPLAMIENTO DE EJES

INTRUDUCCION

CLASIFICACION

Pág.

#### CAPITULO 1      ACOPLAMIENTOS NO ACCIONABLES

1

1.1 ACOPLAMIENTOS RÍGIDOS	(3)
1.1.1 ACOPLAMIENTOS NERVADOS	(3)
1.1.2 ACOPLAMIENTOS DE COMPRESIÓN (seller)	(4)
1.1.3 ACOPLAMIENTOS TIPO BRIDA	(5)
1.2 ACOPLAMIENTOS FLEXIBLES	(7)
1.2.1 ACOPLAMIENTOS CON FLEXIBILIDAD CINEMÁTICA QUE EMPLEAN PARTES RÍGIDAS	(9)
1.2.2 ACOPLAMIENTOS QUE TIENEN PARTES RESILIENTES	(11)
1.2.3 ACOPLAMIENTOS FLEXIBLES QUE CONTIENEN MIEMBROS FLEXIBLES NO METÁLICOS	(12)

#### CAPITULO 2      EMBRAGUES Y FRENOS

17

2.1 INTRODUCCIÓN	(17)
2.2 EMBRAGUES	
2.2.1 EMBRAGUES MECÁNICOS	(17)
2.2.2 EMBRAGUES ELÉCTRICOS	(27)
2.2.3 EMBRAGUES HIDRÁULICOS Y NEUMÁTICOS	(29)
2.2.4 EMBRAGUES DE RUEDA LIBRE	(30)
2.3 FRENOS	31
2.3.1 CONSIDERACIONES DE ENERGÍA Y POTENCIA	(30)



2.3.2 FRENOS DE BANDA	(33)
2.3.3 FRENOS DE BANDA DIFERENCIAL	(34)
2.3.4 FRENOS DE DISCO	(35)
2.3.5 FRENO DE BLOQUE DE ZAPATA CORTA	(36)
2.3.6 FRENOS DE BLOQUE DE ZAPATA EXTERNA LARGA	(37)
2.3.7 FRENOS DE ZAPATA LARGA INTERNA	(40)
2.3.8 FRENOS ELÉCTRICOS	(41)
2.3.9 MATERIALES PARA FRENOS	(42)

## MODULO 2 RUEDAS DENTADAS

### INTRODUCCIÓN

### CLASIFICACIÓN DE LOS ENGRANAJES

## CAPITULO 3 ENGRANAJE RECTO 50

3.1 GENERALIDADES	(50)
3.1.1 PARTICULARIDADES DE LOS ENGRANAJES RECTOS.	(51)
3.1.2 CARACTERÍSTICAS DEL PERFIL DEL DIENTE	(52)
3.2 LEY FUNDAMENTAL DEL ENGRANE	(53)
3.2.1 LEY DE VELOCIDADES DE ENGRANE DE LOS DIENTES	(54)
3.2.2 DISTANCIA ENTRE CENTROS – RELACION DE TRANSMISION	
3.3 PERFIL DE LOS DIENTES	(57)
3.3.1 DENTADO DE EVOLVENTE	(57)
3.3.2 PROPIEDADES DE LA EVOLVENTE	(58)
3.4 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS Y NOMENCLATURA	(58)
3.4.1 PERFILES CONJUGADOS	(58)
3.4.2 ANGULO DE PRESION( $\alpha$ )	(59)
3.4.3 PASO PRIMITIVO(P) – MODULO (m)	(60)
3.4.4 PASO BASE(62)	
3.4.5 ANGULO DE INCIDENCIA $\theta$	(64)
3.4.6 FUNCION “ENVOLVENTE”	(64)
3.4.7 ESPESOR (S) – INTERVALO (e).	(64)
3.5 DEFINICIONES Y RELACIONES FUNDAMENTALES	(65)



3.6 RUEDAS DE DENTADO INTERIOR	(67)
3.7 ENGRANAJE PIÑÓN CREMALLERA	(67)
3.8 RELACION DE CONTACTO	(68)
3.9 INTERFERENCIAS	(74)
3.9.1 INTERFERENCIA GEOMÉTRICA	(74)
3.9.2 INTERFERENCIA CON EL PERFIL DE ACUERDO	(79)
3.10 DESLIZAMIENTO(80)	
3.10.1 DESLIZAMIENTO ESPECIFICÓ	(81)
3.11 ANÁLISIS DE FUERZAS	
3.11.1 CARGA SOBRE EL DIENTE DEL ENGRANE POR LA POTENCIA TRANSMITIDA	(82)
<b>3.12 DISEÑO DE ENGRANES PARA PREVENIR FALLAS</b>	(83)
3.12.1 RESISTENCIA A LA FLEXIÓN	(85)
3.12.2 RESISTENCIA A LA PICADURA.	(100)

## CAPITULO – 4      ENGRANAJE HELICOIDAL      111

4.1 GENERALIDADES	(111)
4.2 ELEMENTOS RELACIONADOS CON LA HELICE CIRCULAR	(112)
4.3 DEFINICIÓN Y RELACIONES FUNDAMENTALES	(113)
4.4 ENGRANAJE PIÑÓN-CREMALLERA	(117)
a) RELACIONES FUNDAMENTALES	(118)
4.5 ENGRANAJE PARALELO – ENGRANAJE CRUZADO	(119)
a) CARACTERÍSTICAS DEL ENGRANE PARALELO	(119)
b) CARACTERÍSTICAS DEL ENGRANE CRUZADO	(121)
4.6 CALCULO PARA ELIMINAR LA INTERFERENCIA	(124)
4.6.1 NUMERO DE DIENTES IMAGINARIO DE UN ENGRANE HELICOIDAL	(124)
4.6.2 CALCULO DEL NUMERO DE DIENTES LIMITE ( $Z'$ )	(126)
4.7 RELACION DE CONTACTO ( $\xi_{\alpha}$ )	(127)



4.8 ANÁLISIS DE FUERZAS	(129)
4.8.1 CARGAS EN LOS DIENTES DE ENGRANES HELICOIDALES	(129)
4.9 DISEÑO DE ENGRANES HELICOIDALES DE EJES PARALELOS PARA IMPEDIR FALLAS	(129)
4.9.1 RESISTENCIA A LA FLEXIÓN	(129)
4.9.2 RESISTENCIA A LA PICADURA	(137)

## CAPITULO 5     ENGRANAJES CONICOS 141

5.1 GENERALIDADES	(141)
5.2 ENGANAJE CONICO CON DIENTES RECTOS	(143)
5.3 ANGULO PRIMITIVO ( $\delta$ ). RELACION DE TRANSMISION ( $i$ ). ANGULO QUE FORNAN LOS EJES ( $\Sigma$ )	(144)
5.4 DEFINICIONES Y RELACIONES FUNDAMENTALES	(148)
5.5 ENGRANAJE COMPLEMENTARIO DE DIENTES RECTOS	(150)
5.6 ENGRANE MEDIO COMPLEMENTARIO	(152)
5.6.1 RELACIONES FUNDAMENTALES	(154)
5.7 RELACION DE CONTACTO	(154)
5.8 NUMERO DE DIENTES LIMITE PARA EVITAR LA INTERFERENCIA	(154)
5.9 ENGRANAJE CONICO CON DENTADO INCLINADO O CURVO	(155)
5.9.1 ENGRANE COMPLEMENTARIO	(155)
5.9.2 RELACIONES FUNDAMENTALES	(156)
5.9.3 RELACION DE CONTACTO	(158)
5.10 CARGAS SOBRE ENGRANES CÓNICOS	(159)
5.11 DISEÑO DE ENGRANES CÓNICOS PARA IMPEDIR FALLAS	(160)
5.11.1 RESISTENCIA A LA FLEXIÓN	(160)
5.11.2 RESISTENCIA A LA PICADURA	(163)

## CAPITULO 6     TORNILLO SIN FÍN-CORONA 171

6.1 GENERALIDADES	(171)
-------------------	-------





6.2 ELEMENTOS FUNDAMENTALES	(172)
6.3 ESTUDIO DEL TORNILLO SIN FIN	(173)
6.3.1 FORMA DEL DIENTE DEL TORNILLO SIN FIN	(174)
6.3.2 RELACIONES FUNDAMENTALES	(175)
6.4 ESTUDIO DE LA CORONA	(176)
6.4.1 RELACIONES FUNDAMENTALES	(178)
6.5 RELACION DE TRANSMISIÓN	(178)
6.6 REVERSIBILIDAD E IRREVERSIBILIDAD	(178)
6.7 ORIENTACIONES PARA PROYECTO DE ENGRANAJES SIN-FIN CORONA	(179)
6.8 RELACIONES GEOMETRICAS DE ENGRANES DE TORNILLO SIN-FIN (AGMA)	(180)
6.9 FUERZAS EN CONJUNTOS DE ENGRANES DE TORNILLO SIN-FIN	(183)
6.10 DISEÑO DE CONJUNTOS DE ENGRANES DE TORNILLO SIN-FIN	(184)

### **MODULO-3**                      **TRANSMISIÓN CON ÓRGANOS DE TRACCIÓN**

#### **CAPITULO 7**                      **TRANSMISION UTILIZANDO CORREAS**                      **191**

7.1 CÁLCULO DE LA POTENCIA DE DISEÑO	(194)
7.2 ESCOGER LA SECCIÓN DE CORREA MÁS ADECUADA	(195)
7.3 CÁLCULO DE LA RELACIÓN DE TRANSMISIÓN	(196)
7.4 IDENTIFICAR LA CORREA Y LAS POLEAS A UTILIZAR	(196)
7.5 DETERMINAR LA POTENCIA QUE TRANSMITE UNA CORREA ( $P_1$ )	(199)
7.6 CALCULO FINAL DE LA CANTIDAD DE CORREAS NECESARIAS	(199)

#### **CAPITULO 8**                      **TRANSMISION UTILIZANDO CORREAS**                      **215**

8.1 CÁLCULO DE LA POTENCIA DE DISEÑO	(205)
8.2 DETERMINACIÓN DE LA RELACIÓN DE TRANSMISIÓN	(207)
8.3 SELECCIÓN DEL TAMAÑO Y CANTIDAD DE CADENAS EN PARALELO (PARTE I)	(209)
8.4 SELECCIÓN DEL TAMAÑO Y CANTIDAD DE CADENAS EN PARALELO (PARTE II)	(209)



8.5 CÁLCULO DE LA DISTANCIA ENTRE CENTROS Y LARGO DE LA CADENA

(211)

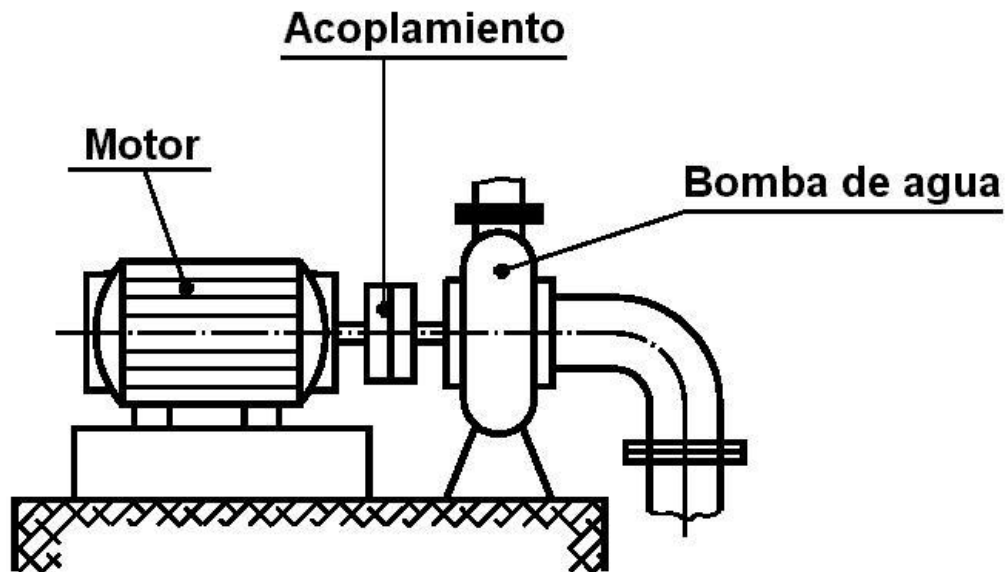
APÉNDICE

(214)

## INTRUDUCCION

Acoplamiento es un conjunto mecánico, constituido de elementos de maquinas, empleado para transmitir movimientos de rotación entre dos árboles o ejes.

Ósea los acoplamientos se usan para conectar dos ejes o por razones prácticas, se usa para conectar varias secciones de un eje largo, etc. Los acoplamientos usados para estas aplicaciones típicas son llamados acoplamientos permanentes debido a que serán desconectados sólo en caso de rotura y/o para mantenimiento general.

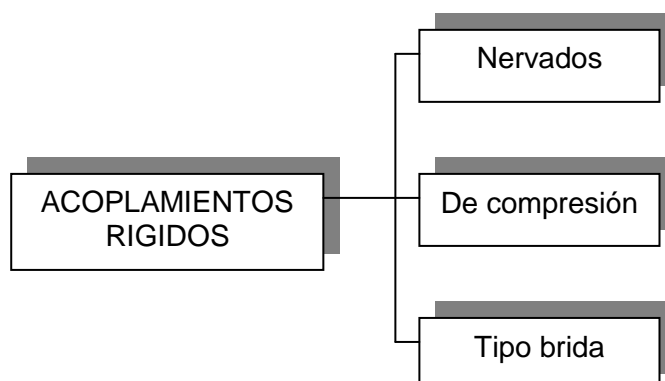


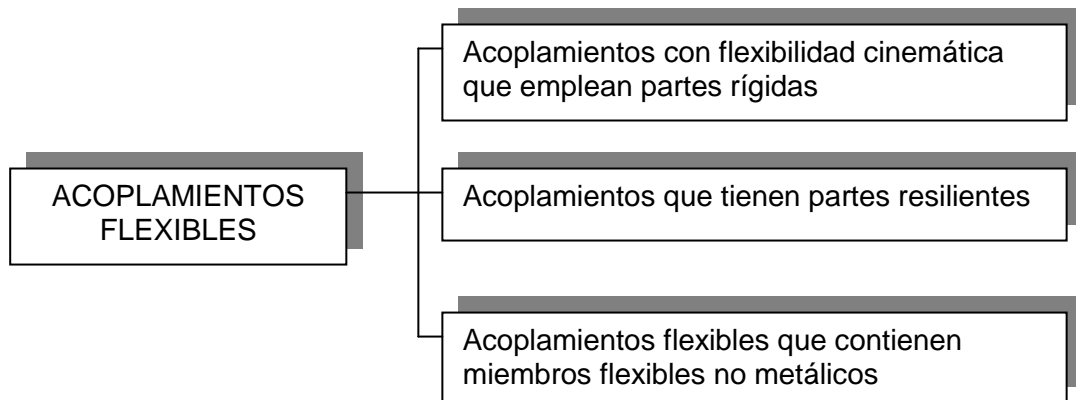
Para aquellas aplicaciones en las que se necesita desconectar periódicamente los ejes, se emplean embragues o frenos, que serán estudiados mas adelante.

## CLASIFICACION

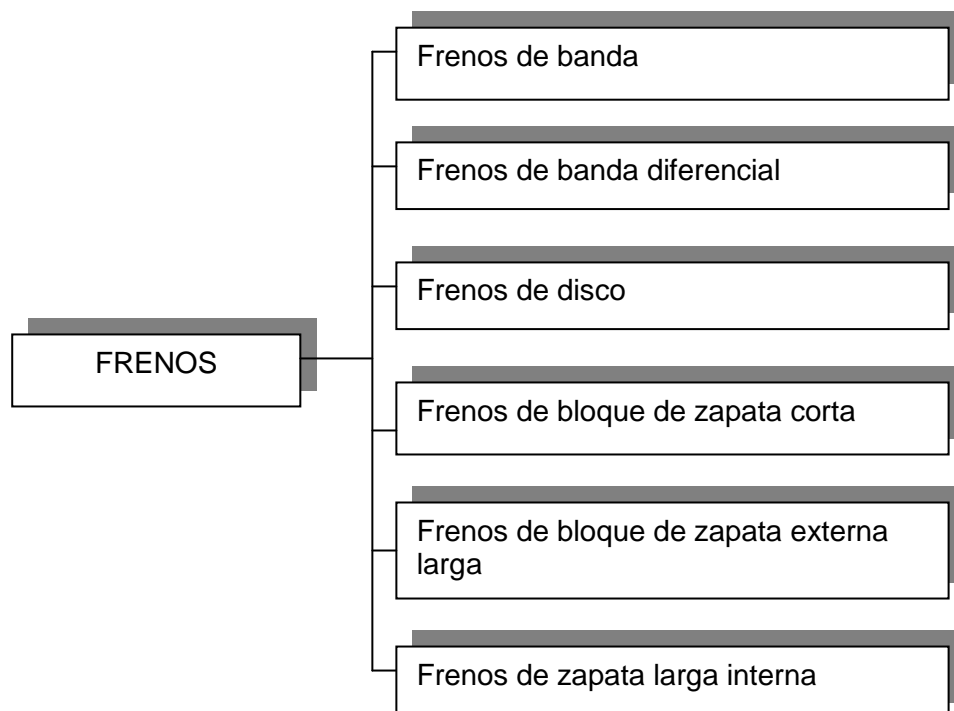
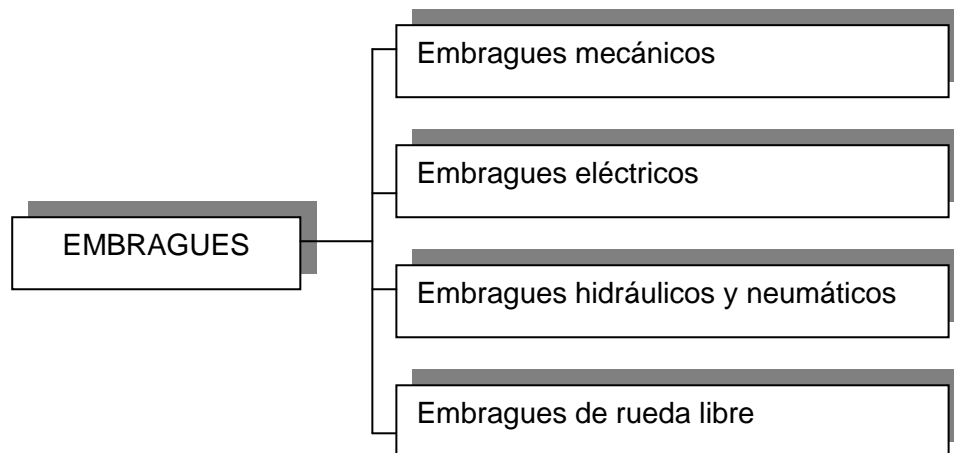
Entonces los acoplamientos de ejes se clasifican en dos categorías:

- **Acoplamientos no accionables**





- **Frenos y embragues** (*acoplamientos accionables*)



## CAPITULO 1

### ACOPLAMIENTOS NO ACCIONABLES

Los acoplamientos no accionables ó permanentes son desconectados solo en caso de rotura y/o para mantenimiento general, se clasifican en dos grupos:

1. Acoplamientos rígidos
2. Acoplamientos flexibles.

#### 1.1 ACOPLAMIENTOS RÍGIDOS

Los acoplamientos rígidos se usan en ejes colineales con buena alineación y deben instalarse con sumo cuidado. El conectar ejes mal alineadas con un acoplamiento rígido puede producir falla en los baleros, fatiga en los ejes, desgaste en bridas o ruptura de los tornillos de las bridas.

En los ejes de transmisión, los baleros de los apoyos se deberán localizar cerca de los acoplamientos y verificarse tanto por equilibrio estático como dinámico.

Aunque los acoplamientos rígidos son simples en su diseño, generalmente están restringidos a aplicaciones de baja velocidad con buen alineamiento entre ejes, o bien, usarlos en ejes flexibles.

Se tienen tres tipos importantes de acoplamientos rígidos:

1. Nervados
2. De compresión (seller)
3. Tipo brida.

##### 1.1.1 ACOPLAMIENTOS NERVADOS

La Fig. 1.1 muestra un acoplamiento nervado que está formada de dos partes axiales y tal como se muestra, se unen por medio de tornillos.

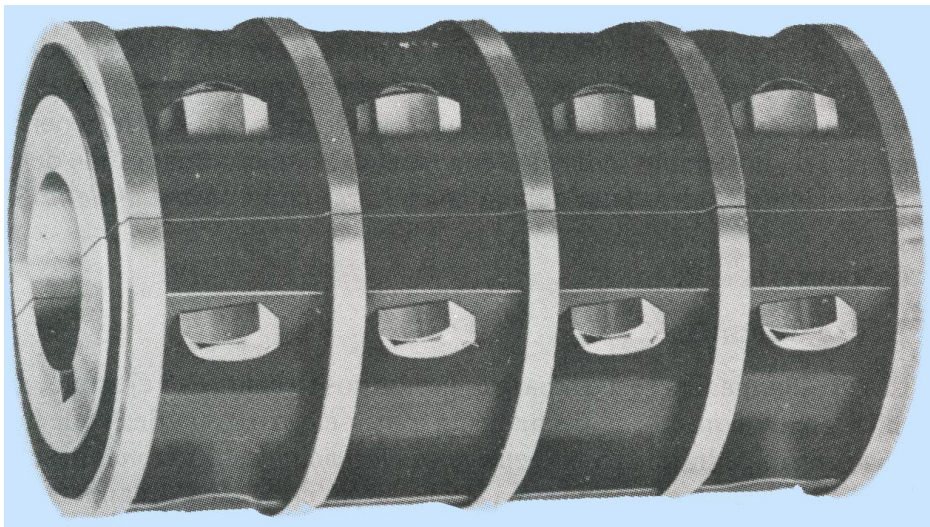


Fig. 1.1 Acoplamiento nervado

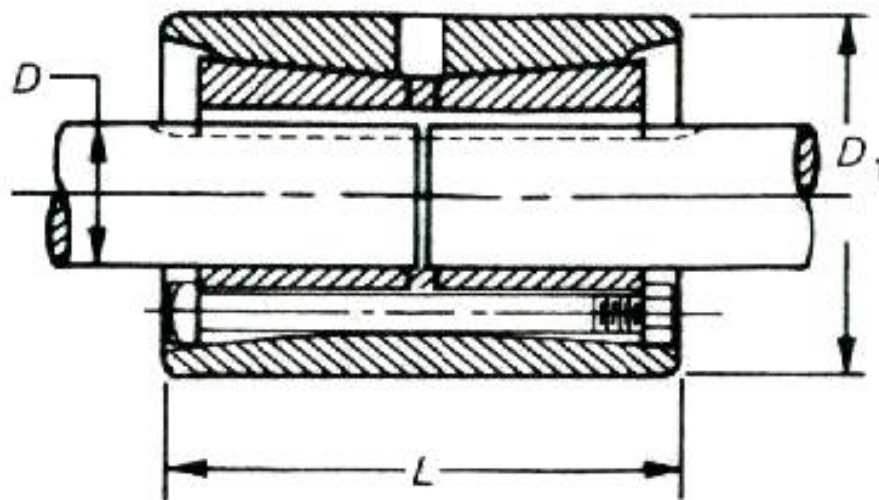
Se utiliza una cuña cuadrada para mantener el alineamiento entre los ejes, así como también para ubicar una de las mitades del acoplamiento.

El par es transmitido principalmente por fricción (debido a la acción de sujeción de los tornillos) y en parte por la cuña.

Este tipo de acoplamiento se le prefiere para servicio de carga pesado. Se dispone de unidades estándar para ejes hasta de 7 plg de diámetro y pueden transmitir el par basado en la resistencia del eje de un material equivalente al **AISI C1018**

### 1.1.2 ACOPLAMIENTOS DE COMPRESIÓN (seller)

La Fig.1.2 (a) muestra un acoplamiento de compresión embridado en el cual el casquillo de cono doble se mueve axialmente, pero es apretado contra el eje por la acción de la cuña de las bridas unidas por tornillos.



$$L = 4D$$

$$D_1 = 2.6D \text{ para } D \leq 4 \frac{7}{16}$$

$$D_1 = 2.4D \text{ para } D > 4 \frac{7}{16}$$

$$\text{Ahusado} = \frac{3}{8} \text{ plg/pie}$$

Fig. 1.2  
Acoplamiento seller

Este tipo de acoplamiento se usa sólo para transmitir el par originado por la fuerza de fricción que se tiene entre el eje y el casquillo de cono doble, las dimensiones  $D_1$  y  $L$  para la brida son aproximadamente las mismas que para los acoplamientos embridados.

Hay disponibilidad de acoplamientos de compresión para ejes hasta de 3 plg de diámetro, y pueden ordenarse para tamaños no estándar o para ejes de mayor diámetro.

### 1.1.3 ACOPLAMIENTOS TIPO BRIDA

El acoplamiento rígido de mayor uso es el de bridas Fig. 1.2 (b) con el cual se pueden transmitir pares de torsión grandes.

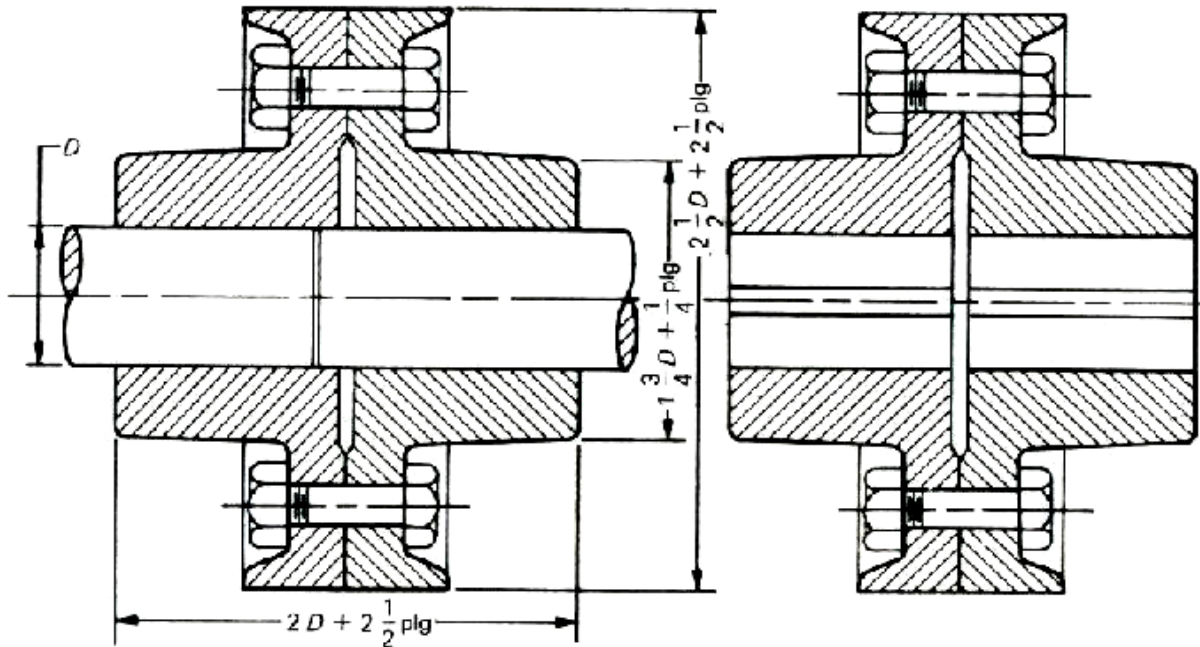


Fig. 1.3  
Acoplamiento de compresión embrizado

Estos acoplamientos, aunque son de diámetro mayor que los dos antes descritos, son más cortos y de 20 a 25% más ligeros aunque los acoplamientos de brida no están estandarizados, se obtienen comercialmente para usarse en flechas hasta de 8 plg de diámetro y su capacidad de par de torsión es equivalente a la de los ejes de material **AISI C1018**.

El alineamiento se logra con un maquinado cuidadoso de los diámetros de las partes hembra y macho de las caras de las bridas.

El par se supone que se transmite en alguna de estas dos formas:

- (1) Por medio de un ajuste cuidadoso (es decir, rectificado) de los tornillos colocados en agujeros rimados para su ensamble
- (2) Por la fuerza de fricción producida entre las caras de las dos bridas atornilladas.

Cuando no se tiene un juego radial entre los agujeros de los tornillos y los tornillos, éstos estarán sujetos a un esfuerzo cortante.

Al suponer que el par de torsión es transmitido debido a la fuerza de fricción entre las caras de las bridas, no habrá necesidad de tener tornillos rectificados ni de escariar los agujeros de los tornillos.

De hecho, se debe tener suficiente juego entre tornillos y agujeros para asegurar que las bridas puedan ensamblarse para cualquier orientación angular de los tornillos. Por tanto, los tornillos quedarán sujetos sólo a esfuerzo de tensión.

La transmisión del par por fricción no es recomendable cuando las cargas son inestables fluctuantes.

Como guía de “una regla empírica”, la longitud del cubo, el diámetro del cubo y el diámetro de la brida, pueden basarse en las relaciones indicadas en la Fig. 1.2.



También es práctica común que el número de tornillos se obtenga a partir de la siguiente ecuación empírica

$$n = 0.5D + 3 \quad (2,1)$$

Donde  $n$  es el número de tornillos y  $D$  es el diámetro del eje.

### **DISEÑO DE UN ACOUPLE TIPO BRIDA**

Si un acoplamiento de brida va a ser diseñado (o especificado) para usar tornillos rectificadas ajustados a la brida, el diseñador deberá verificar la resistencia de las siguientes áreas:

#### **1. Falla por corte directo de los tornillos.**

La carga de fricción que corresponde cada tornillo cuando se divide entre la sección transversal del mismo, debe dar como resultado un esfuerzo de corte menor que la resistencia del material dividida entre el factor de seguridad. Deberán tomarse en cuenta los factores de servicio basados en la experiencia industrial. Un enfoque particular es hacer que los tornillos sean tan resistentes a corte directo como lo es la flecha torsión. Tomar en cuenta que, si a juicio del diseñador se deja un juego radial "excesivo", esto provocará un esfuerzo flexionante, en cuyo caso los tornillos deberán ser diseñados sobre la base de esfuerzos combinados (es decir, corte transversal y flexión).

#### **2. Aplastamiento de los tornillos.**

Aplastamiento del área proyectada del tornillo en contacto con el lado del agujero de la brida. Para el acero, puede suponerse que el esfuerzo admisible a aplastamiento es de valor igual al doble del esfuerzo de cedencia a tensión.

#### **3. Corte de la brida en el cubo.**

El área de corte para resistir la falla es igual a la circunferencia del cubo multiplicada por el espesor de la brida.

#### **4. Corte o aplastamiento de la cuña.**

Los cálculos para estos posibles modos de falla están basados en los cálculos descritos para una cuña cuadrada ahusada.

En contraste con el caso de tornillos ajustados, un acoplamiento de brida diseñado sobre la base de capacidad fricción-par de torsión, requiere de un análisis un poco diferente al descrito anteriormente. Para tener seguridad que no haya deslizamiento, debe verificarse que:

$$T_f > T$$

Donde  $T_f$  es el par de fricción y  $T$  es el par aplicado.

Sí:

$F_o$  es la tensión en el tornillo,

$\mu$  es el coeficiente de fricción entre las caras de la brida,

$D_o$  el diámetro exterior de la cara de la brida expuesta a fricción,

$D_i$  el diámetro interior de la cara de la brida expuesta a fricción y

$n$  el número de tornillos,

$T_f$  es:

$$T_f = F_f \times r = \frac{\mu \times F_o \times n \times \frac{D_o + D_i}{2}}{4} \geq T \quad (2,2)$$



donde:

$F_f$  es la fuerza de fricción y  $r$ , es el radio medio en el cual se aplica la fuerza  $F_f$ .

Si determinamos ahora la capacidad a torsión del eje, podemos obtener una ecuación para determinar la carga  $F_o$  requerida, por tanto, para un esfuerzo de cedencia a corte de  $0.5 S_{yp}$  para el acero (es decir, usando la teoría de corte máximo) y un factor de seguridad  $N$ , tendremos:

$$S_s = \frac{0.5 S_{yp}}{N} = \frac{T \times D_o}{J} = \frac{32T}{\pi \times D_o^3 \times \left(1 - \frac{D_i^4}{D_o^4}\right)} \quad (2.3)$$

ó

$$T = \frac{\pi \times S_{yp} \times D_o^3 \times \left(1 - \frac{D_i^4}{D_o^4}\right)}{64N} \quad (2.4)$$

Por tanto, la desigualdad se cambia a:

$$\mu \times F_o \times n \times \left(\frac{D_o + D_i}{4}\right) \geq \frac{\pi \times S_{yp} \times D_o^3 \times \left(1 - \frac{D_i^4}{D_o^4}\right)}{64N} \quad (2.5)$$

Despejando  $F_o$ ,

$$F_o \geq \frac{\pi \times S_{yp} \times D_o \times \left(1 - \frac{D_i^4}{D_o^4}\right)}{16\mu \times n \times (D_o + D_i) N} \quad (2.6)$$

Donde  $D_i = 0$  para eje sólido.

De la desigualdad anterior podemos calcular la fuerza mínima en el tornillo necesaria para transmitir el par de torsión debido a las fuerzas de fricción entre las caras del acoplamiento.

## 1.2 ACOPLAMIENTOS FLEXIBLES

Los acoplamientos flexibles se usan para conectar ejes sujetos a uno o más especies de desalineamiento y para reducir el efecto de las cargas de choque e impacto que pudieran ser transferidas entre ejes.

En la figura fig. 1.4 se muestra distintos tipos de desalineamientos.

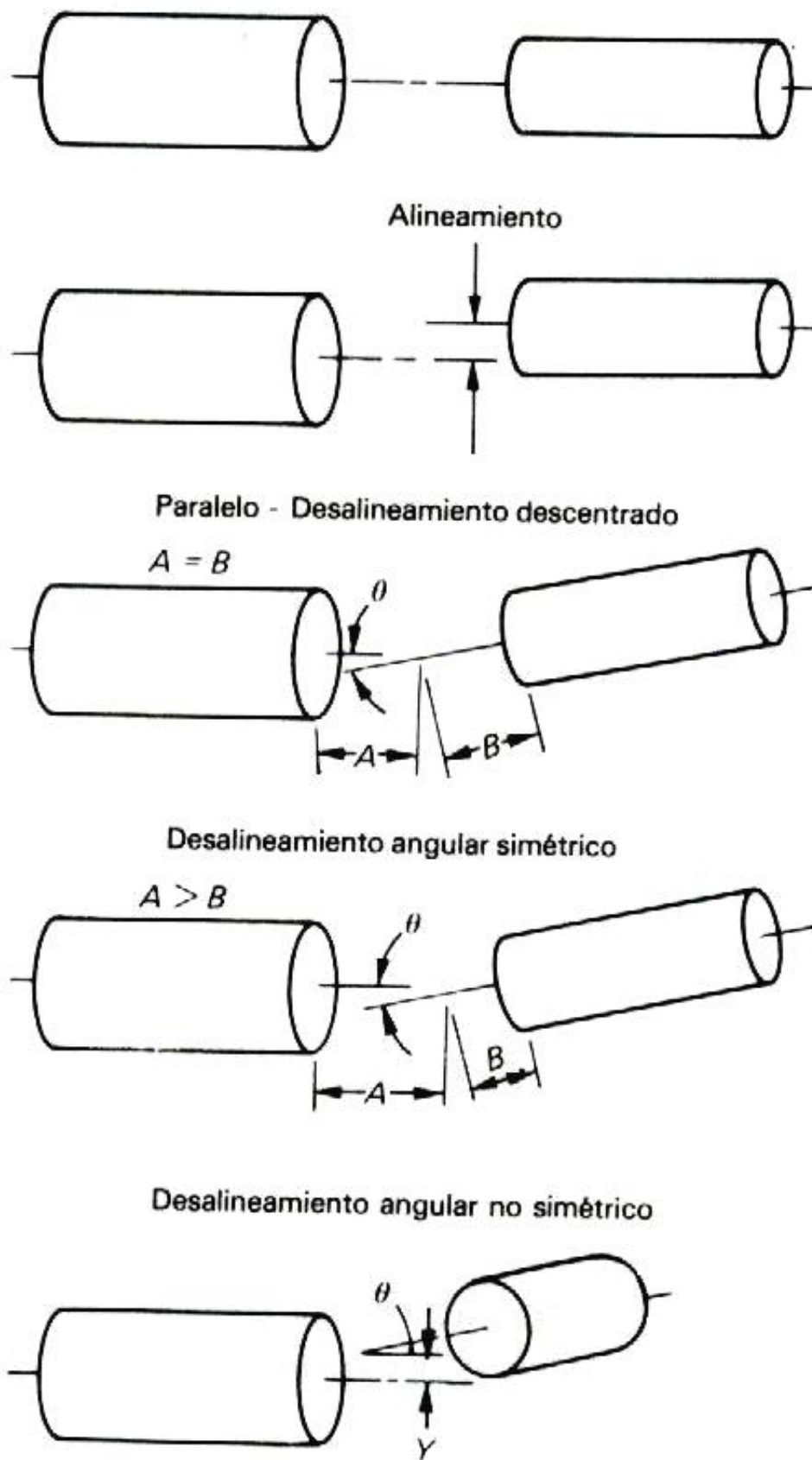


Fig. 1.4  
Tipos de desalineamiento de ejes

Los acoplamientos flexibles son ampliamente clasificados en tres grupos:

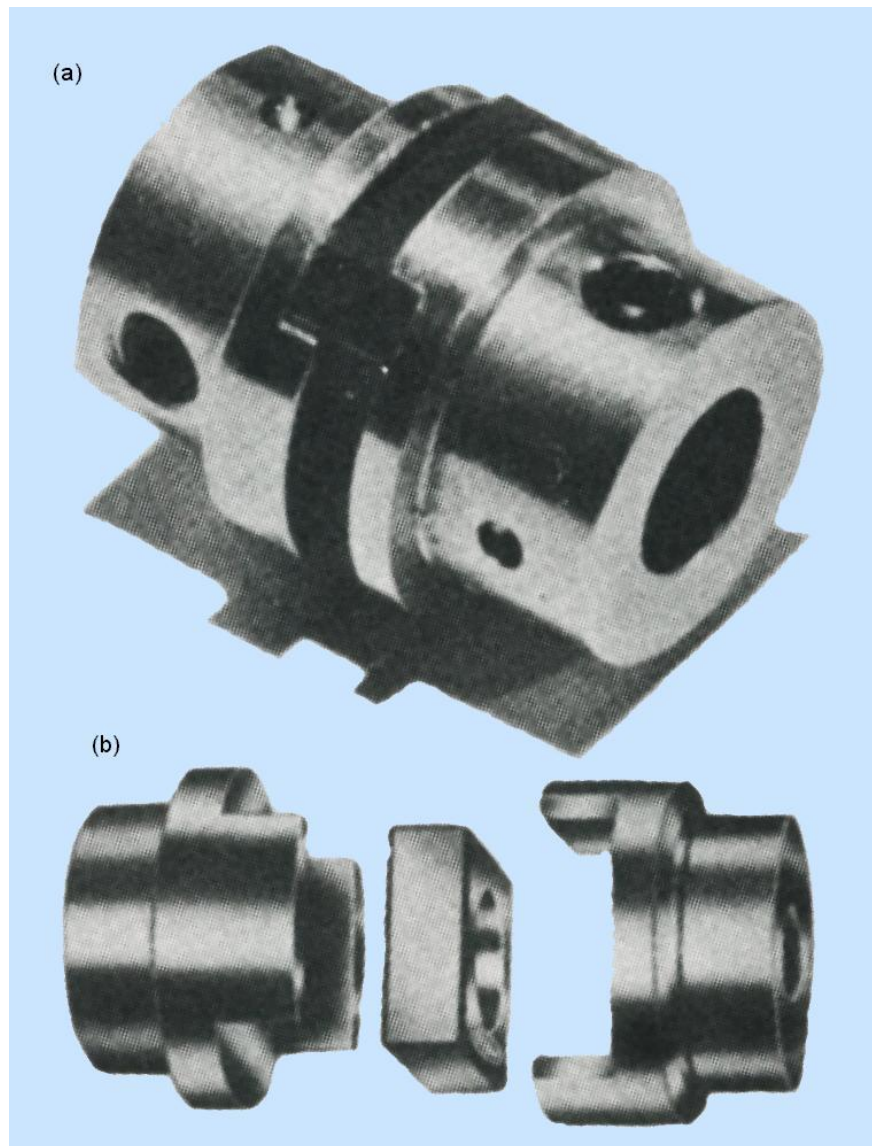
### **1.2.1 ACOPLAMIENTOS CON FLEXIBILIDAD CINEMÁTICA QUE EMPLEAN PARTES RÍGIDAS**

Los acoplamientos flexibles que emplean partes rígidas están diseñados para ejes específicos desalineados que no tienen restricciones en las direcciones desalineadas.

Estos acoplamientos transmiten el par de torsión sin otro huelgo o juego angular (es decir, sin flexibilidad de torsión) que el indicado por las tolerancias de fabricación y desgaste.

Como consecuencia de este tipo de construcción, los acoplamientos con flexibilidad cinemática (esto es, carencia de flexibilidad torsional) son incapaces de amortiguar la transmisión de carga por choque e impacto.

En las siguientes figuras se muestran tipos comunes de acoplamientos flexibles con miembros rígidos.



**Fig.1.5**

- (a) Acoplamiento de deslizadera doble
- (b) Acoplamiento de bloque deslizante

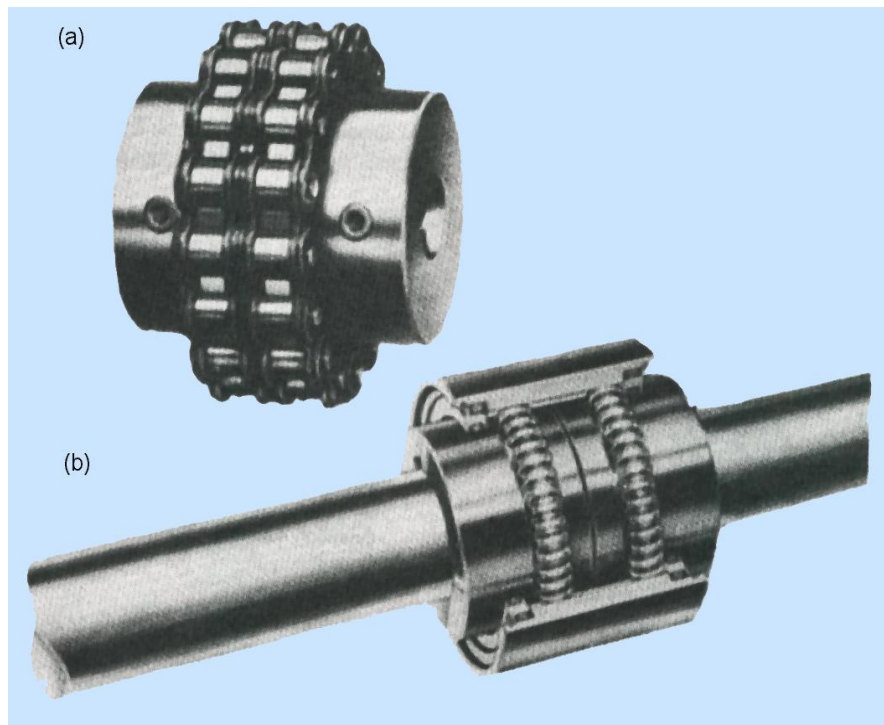


Fig.1.5

(a) Acoplamiento de cadena doble rodillos  
(b) Acoplamiento de engrane

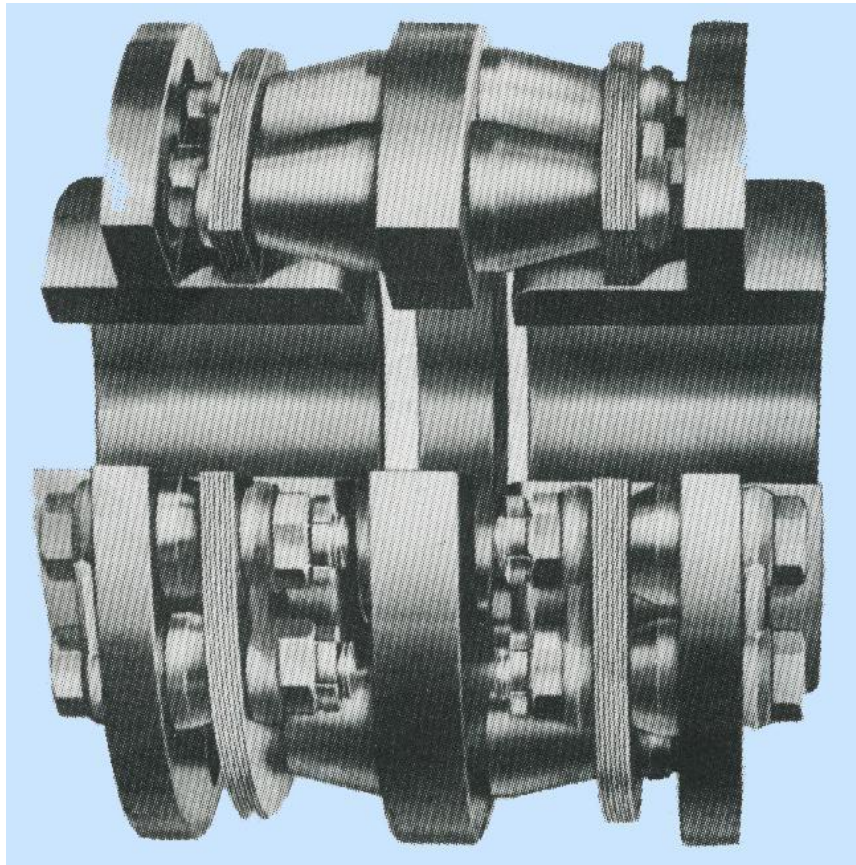


Fig.1.6

Acoplamiento de disco flexible



### 1.2.2 ACOPLAMIENTOS QUE TIENEN PARTES RESILIENTES

Los acoplamientos flexibles que contienen componentes resilientes son capaces de acomodarse a ejes desalineados, así como también a cargas de choque e impacto.

Debido a que estos tipos de acoplamientos poseen flexibilidad torsional, éstos actúan como dispositivos “de sintonizadores”, pudiendo así alterar las propiedades de vibración de los sistemas conectados.

Las siguientes figuras son fotografías de diferentes acoplamientos flexibles que contienen componentes metálicos resilientes.

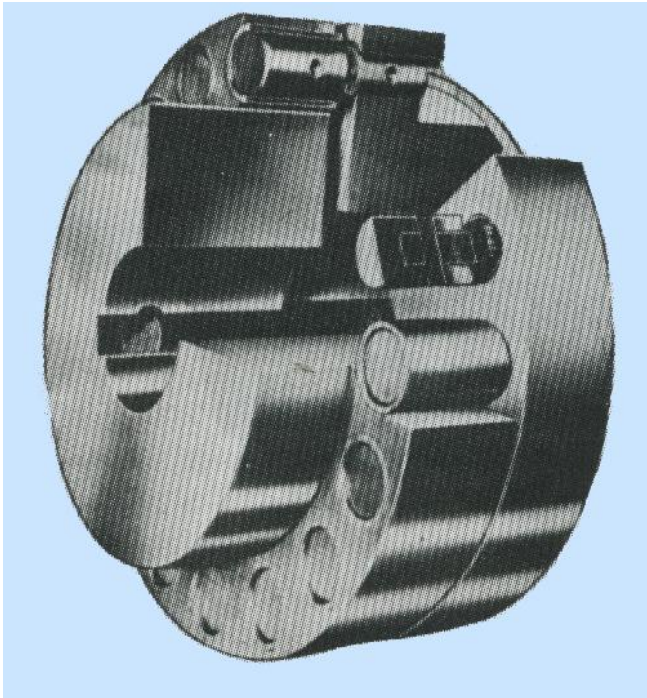
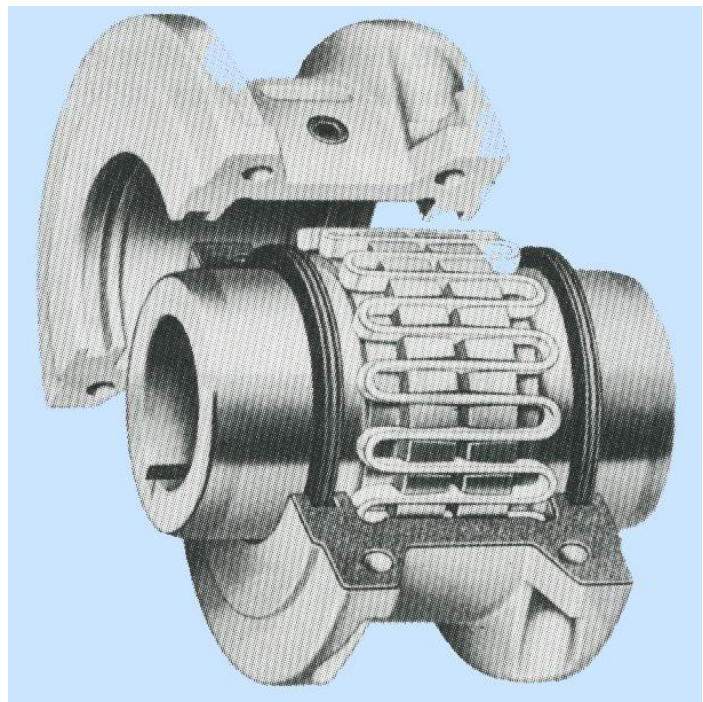


Fig. 1.7  
Acoplamiento de perno franke

Fig. 1.8  
Acoplamiento de acero flexible



### **1.2.3 ACOPLAMIENTOS FLEXIBLES QUE CONTIENEN MIEMBROS FLEXIBLES NO METÁLICOS**

Otro grupo grande de acoplamientos flexibles contienen miembros flexibles no metálicos. En este grupo, hay dos tipos de diseño:

- (1) Con material flexible no metálico sujeto a compresión que está colocado entre las proyecciones de las bridas del acoplamiento
- (2) Con material flexible no metálico fijado (o adherido) a las bridas del acoplamiento y, por tanto, sujetas a corte.

Este último tipo de diseño corresponde a acoplamientos de constante torsional de resorte más “suave” que los del diseño de tipo de compresión.

Esta diferencia importante es atribuible al hecho de que los miembros flexibles no metálicos (generalmente un elastómero) no tienen limitaciones en los diseños de “tipo a corte” mientras que el material no metálico comprimido dentro de las proyecciones de la brida son para diseño de “tipo a compresión”.

- *En las siguientes figuras se muestran acoplamientos tipo a compresión con miembros flexibles no metálicos.*

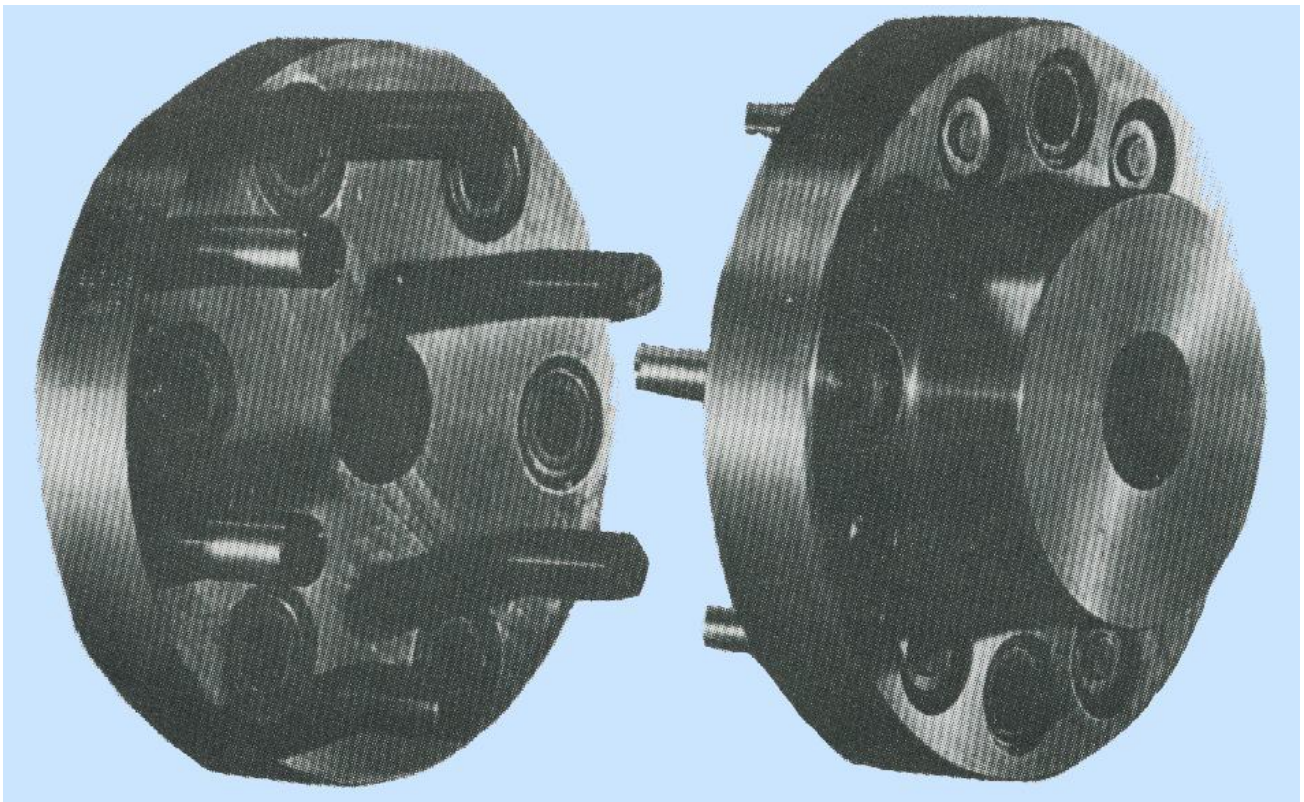


Fig.1.9  
Acoplamiento ajas de compresión  
con casquillo ahulado



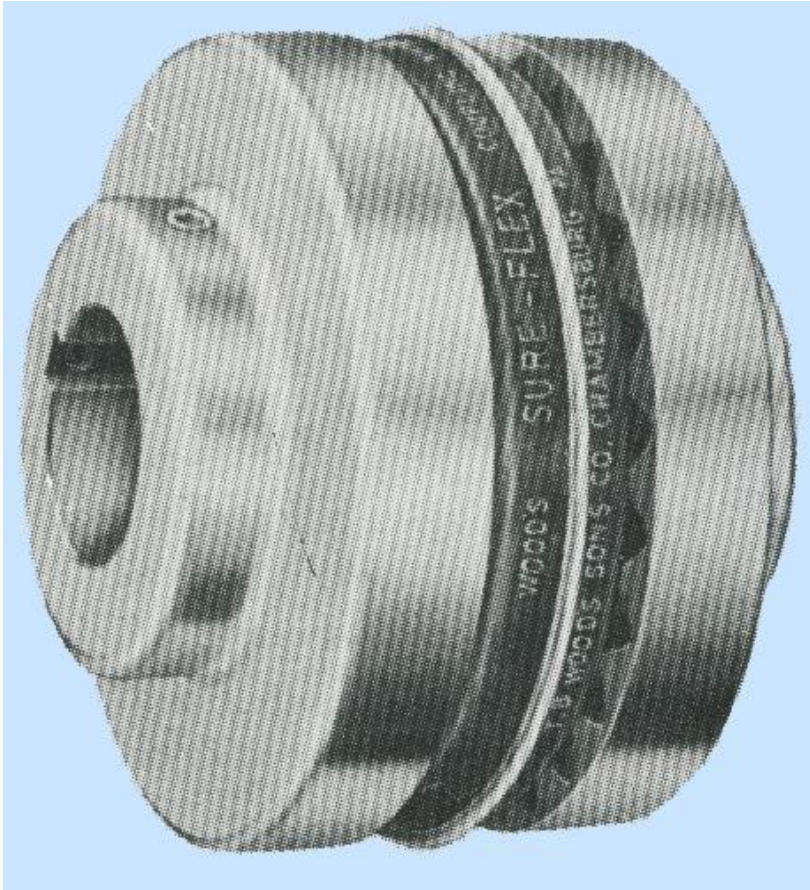


Fig. 1.10  
Acoplamiento de flexion firme

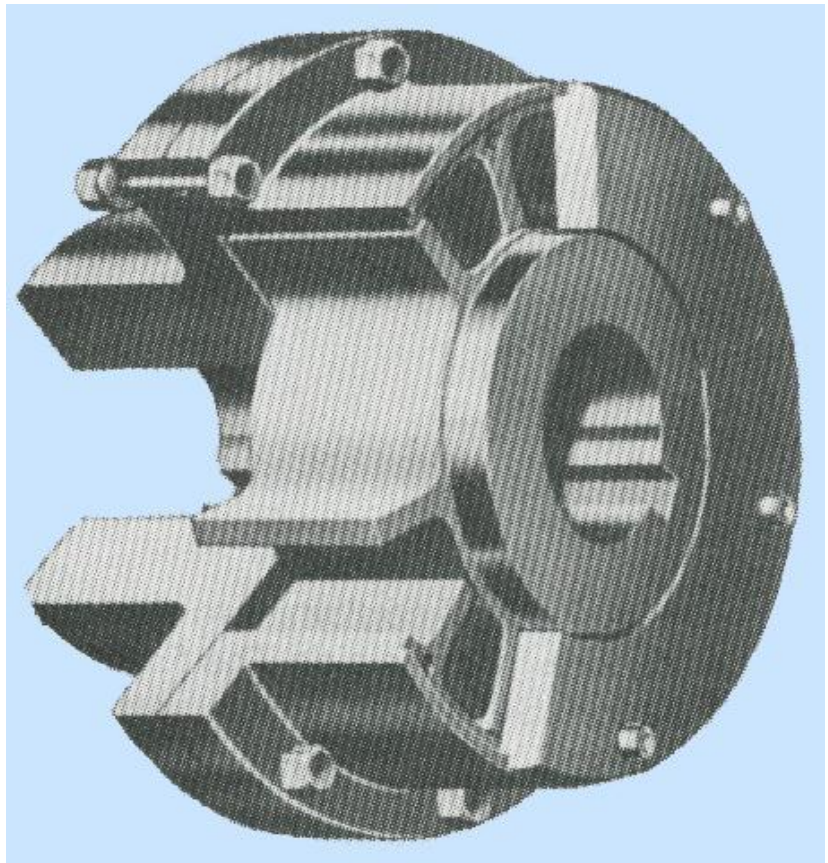


Fig. 1.11  
Acoplamiento con inserto de hule

- En las siguientes figuras se muestran acoplamientos del tipo de corte con miembros flexibles no metálicos.

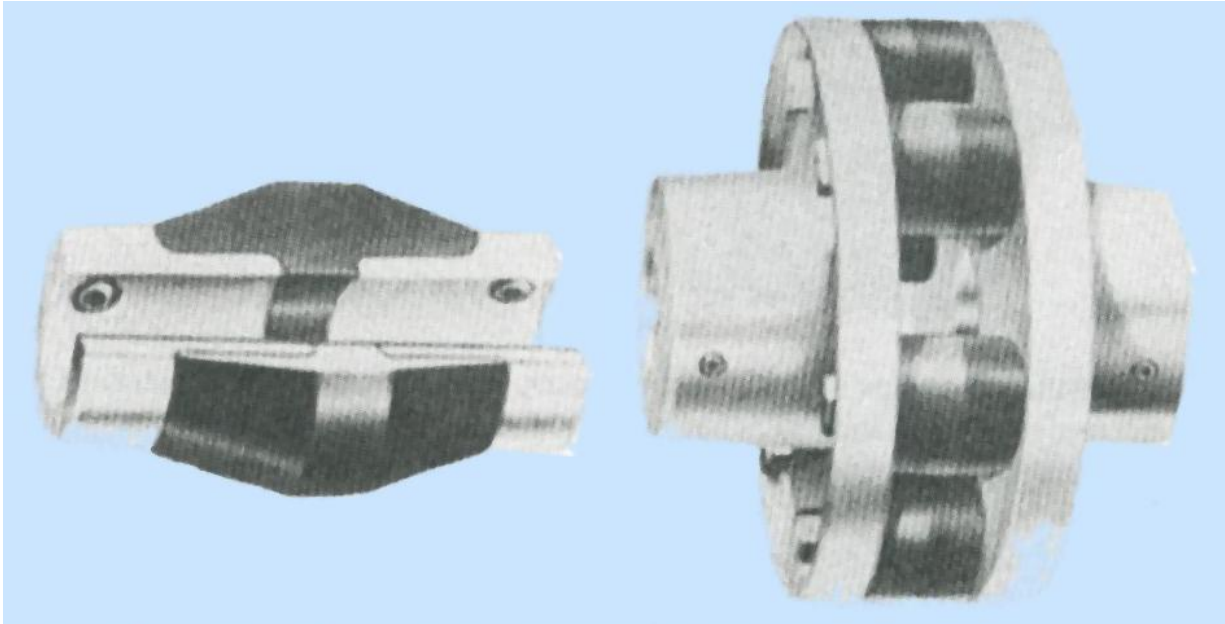


Fig. 1.12  
Acoplamiento de disco de hule

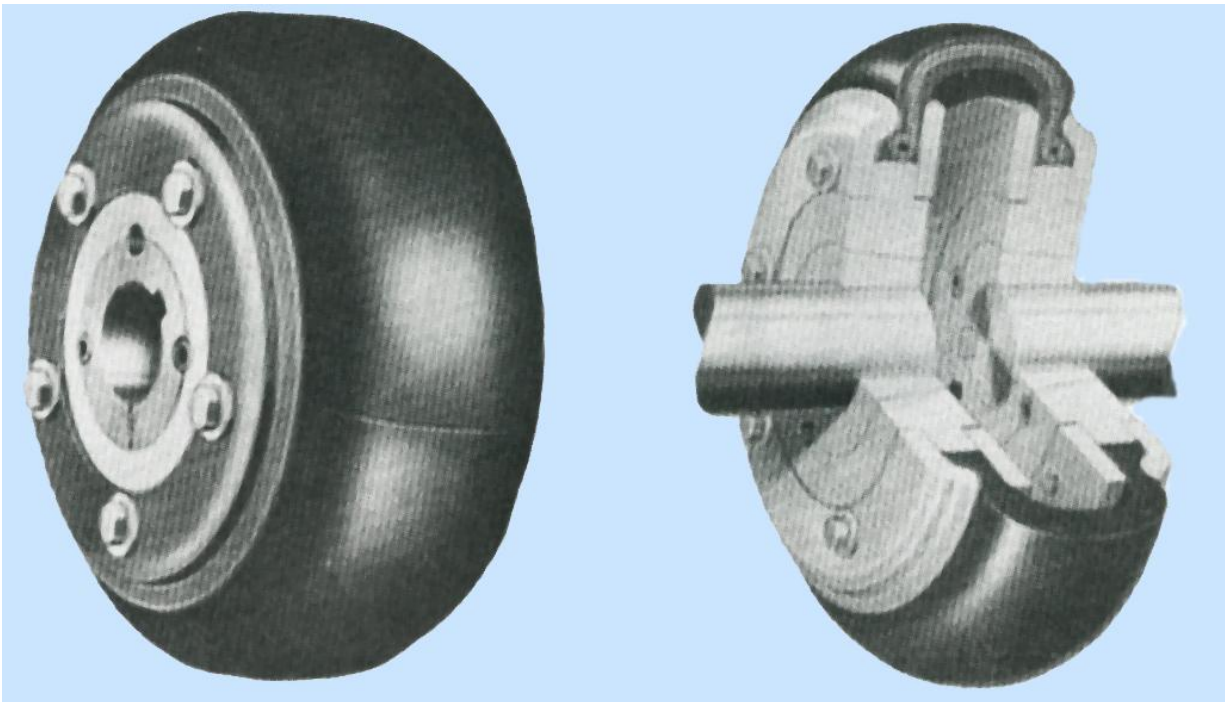


Fig.1.13  
Acoplamiento para flexible



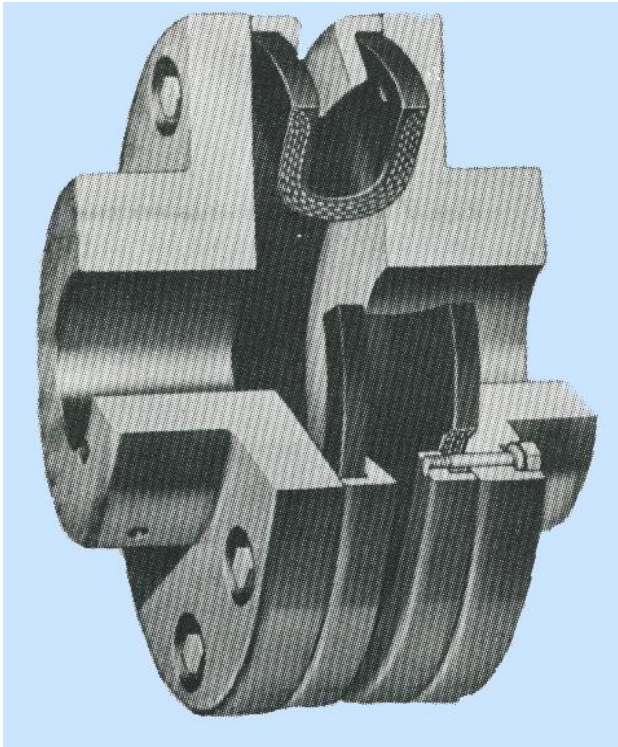


Fig. 1.14  
Acoplamiento flexionante de aire

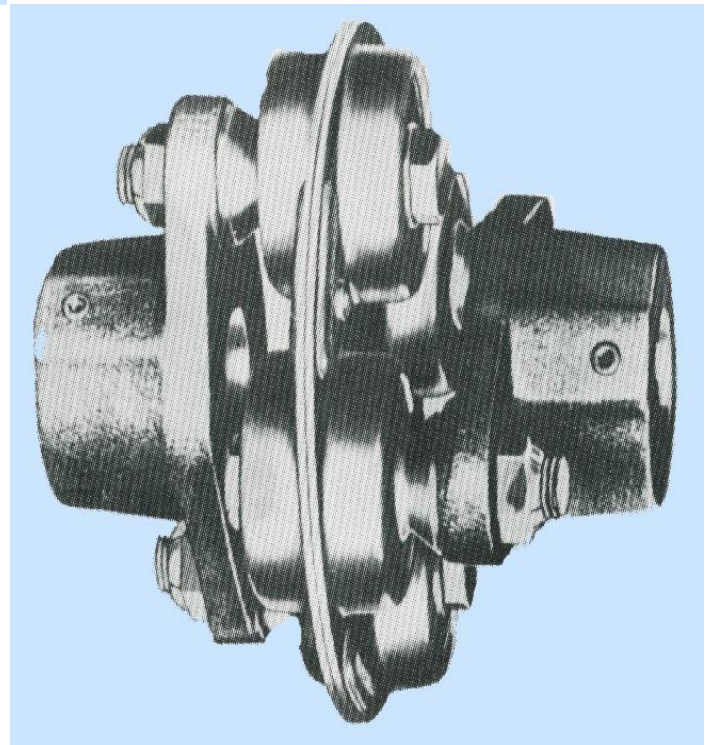


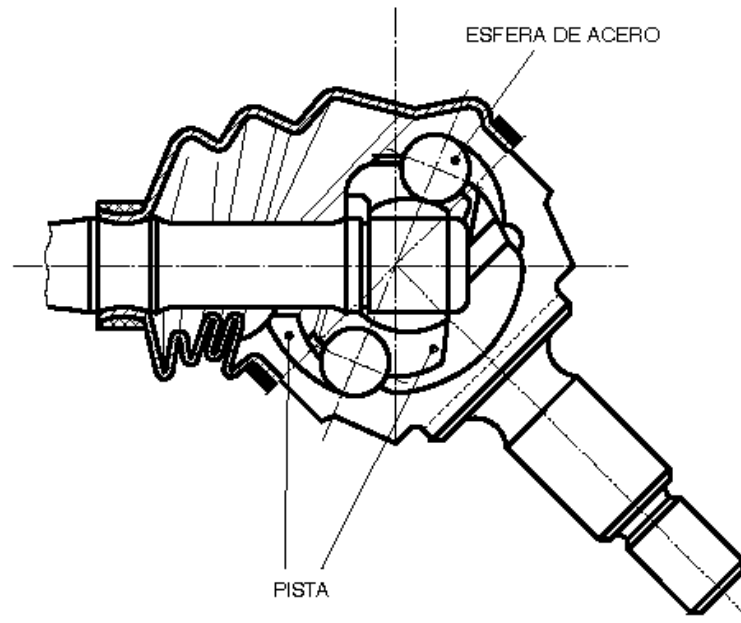
Fig. 1.15  
Acoplamiento Morfler

## OTROS TIPOS DE ACOPLAMIENTOS

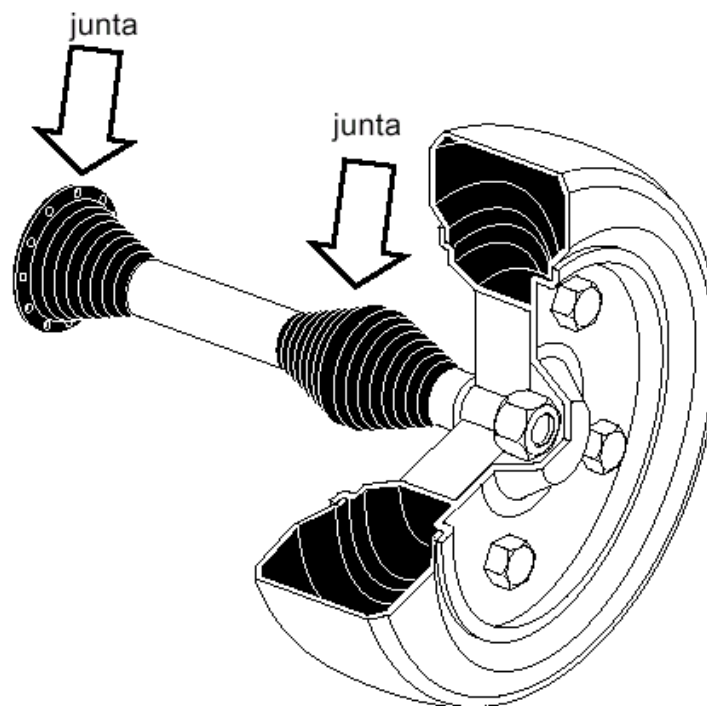
### Junta Universal Homocinética:

Este tipo de acople es usado para transmitir movimiento entre árboles que precisan de variación angular, durante su funcionamiento.

Esta constituido de esferas de acero que se alojan en pistas.



La ilustración anterior se trata de una junta homocinética usada en vehículos. La mayoría de los automóviles es equipada con este tipo de junta.



Resulta obvio que de los diferentes acoplamientos flexibles habrá alguno que satisfaga cualquier requisito de diseño. El diseñador encontrara que cada catalogo proporcionados por los fabricantes, contiene la información especializada requerida para el tamaño de unida adecuado para un acoplamiento particular.

Aunque el diseñador normalmente no se enfrentará al diseño detallado de un acoplamiento, deberá en tales ocasiones estar en contacto con el fabricante.

## CAPITULO 2

### EMBRAGUES Y FRENOS

#### 2.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se estudian dos elementos de máquinas muy similares: el **freno**, dispositivo friccional que absorbe la energía cinética de cuerpos en movimiento y por tanto controla su movimiento, y el **embrague**, un dispositivo que trabaja por fricción cuya función principal es transmitir potencia de modo intermitente.

#### 2.2 EMBRAGUES

Enfocaremos nuestra atención primero a los embragues, los cuales se clasifican en:

1. Mecánicos
2. Eléctricos
3. Hidráulicos y Neumáticos
4. De rueda libre

Hay numerosos subtipos de estas tres clasificaciones que también se estudiarán.

##### 2.2.1 EMBRAGUES MECÁNICOS

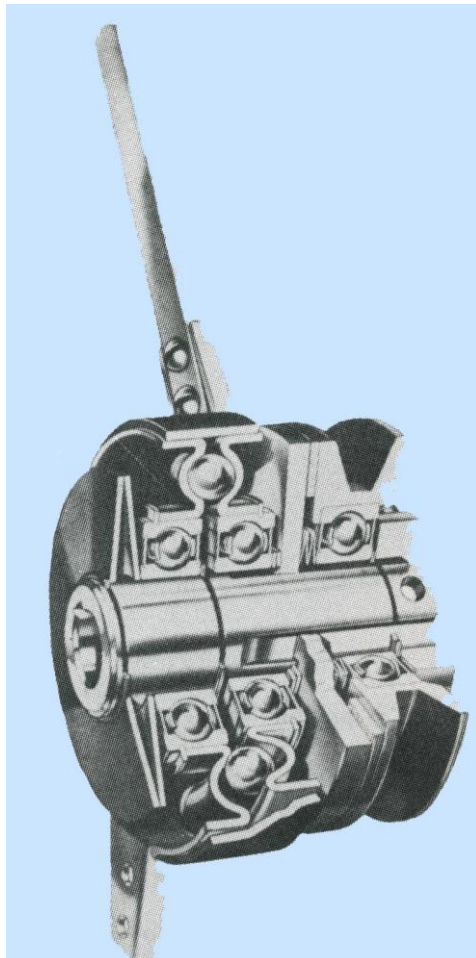


Fig.2.1  
Embrague mecánico que tiene leva  
Giratoria de impulsión

Los embragues mecánicos se dividen en dos categorías.

- a) Contacto positivo.
- b) Fricción

#### a) EMBRAGUES DE CONTACTO POSITIVO

Este tipo de embrague transmite la potencia del eje motriz a la impulsada por medio de quijadas o de dientes (Fig.2.2).

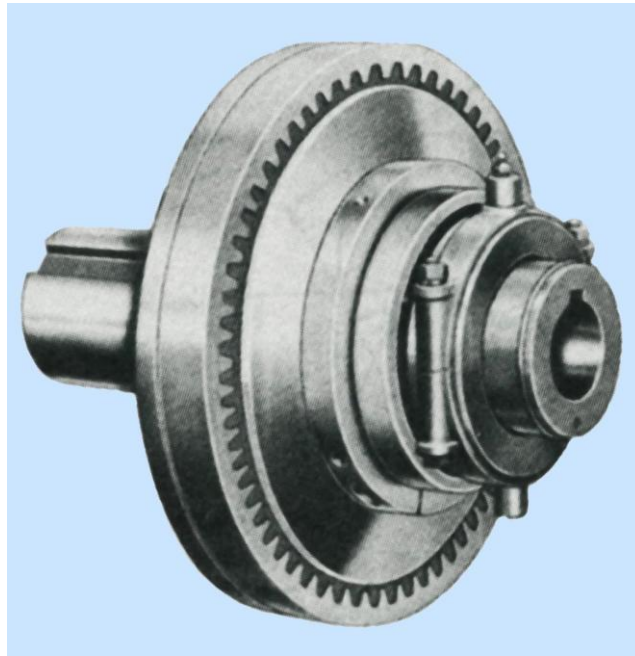


Fig.2.2  
Embrague dentado de contacto positivo

#### **Ventajas**

- No hay deslizamiento,
- Generan muy poco calor porque no dependen de la fricción,
- Por lo general, son ligeros y menos costosos que los embragues de fricción de capacidad de par similar.

#### **Desventajas**

- Los embragues de contacto positivo no pueden ser acoplados a altas velocidades, ya que el acoplamiento a cualquier velocidad es con choque, y requieren de algún movimiento relativo a fin de acoplarse cuando tanto el eje motriz como la impulsada están en reposo.
- Los embragues positivos, aun cuando no son tan usados como los embragues de fricción, tienen uso muy importante en aplicaciones tales como transmisiones de automóviles, máquinas de oficina, prensas y aplicaciones caseras.

A fin de demostrar el procedimiento a seguir para analizar los embragues positivos, usaremos el ejemplo del embrague de quijada cuadrada.

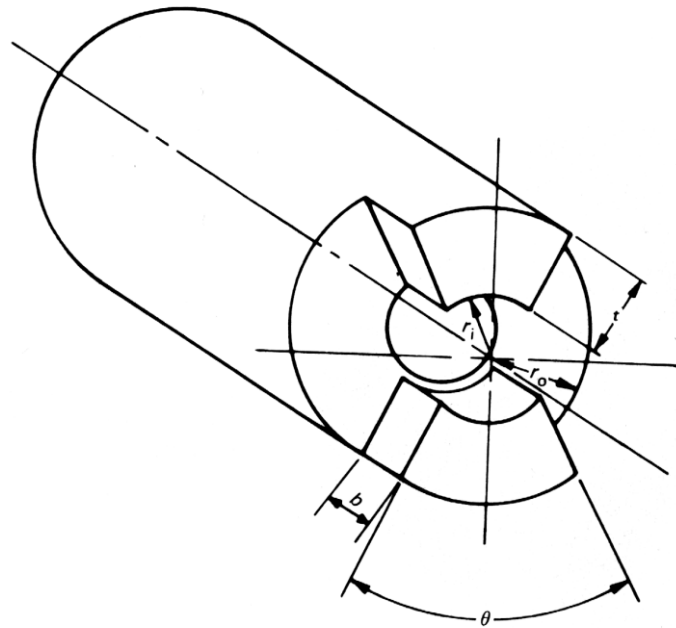


Fig.2.3  
Embrague de contacto positivo de quijada cuadrada

En la Figura 2.3, se muestra la mitad del embrague positivo de quijada cuadrada. En su funcionamiento, la mitad mostrada se desliza a lo largo de del eje hasta que se acopla con la otra mitad de forma similar. Está claro que se necesita de algún dispositivo tal como un resorte, o algún dispositivo hidráulico o neumático para conservar a las dos mitades en contacto axial. Al hacer un análisis de esfuerzo, las quijadas están sujetas a esfuerzos por aplastamiento y corte.

La fuerza que actúa sobre la mordaza que produce estos esfuerzos depende de la potencia y de la velocidad que el embrague transmita. La siguiente ecuación se puede usar para obtener el par que actúa en el embrague.

$$T = \frac{hp63000}{n} \quad (2,1)$$

Donde:

$T$  = par en pulgada-libra;

$hp$  = caballos de potencia que se transmiten y

$n$  = revoluciones por minuto.

Se supone una fuerza promedio actuando en el centro de cada quijada, la cual podrá obtenerse por la ecuación siguiente.

$$F = \frac{T}{k(r_o + r_i)2} \quad (2,2)$$

Donde:

$F$  = es la fuerza promedio en libras;

$k$  = es el número de quijadas en una de las dos partes;

$r_o$  = es el radio exterior de las quijadas en pulgadas; y

$r_i$  = es el radio interior de las quijadas en pulgadas.

El esfuerzo de corte en libras por pulgada cuadrada que actúa en una de las quijadas está dado por:

$$t = \frac{F}{\frac{2\pi (o + ri)}{2} \times \frac{\theta \times t}{360}} \quad (2,3)$$

Donde:

$t$ , es el espesor de la quijada, en pulgadas,

$\theta$ , es el ángulo sustentado por una quijada en grados.

El término  $\frac{2\pi (o + ri)}{2}$  representa la circunferencia media de las quijadas. El esfuerzo por aplastamiento se obtiene por la ecuación siguiente.

$$\sigma_b = \frac{F}{bt} \quad (2.4)$$

Donde:  $b$  es la longitud de la quijada.

Como se indicó, el acoplamiento del embrague positivo va acompañado por choque, el cual puede ser fuerte.

Debido a esto, los esfuerzos calculados con las ecuaciones anteriores deben de multiplicarse por factores de choque apropiados, tomando en cuenta la suposición que solo una quijada realiza todo el esfuerzo.

## b) EMBRAGUES DE FRICCIÓN

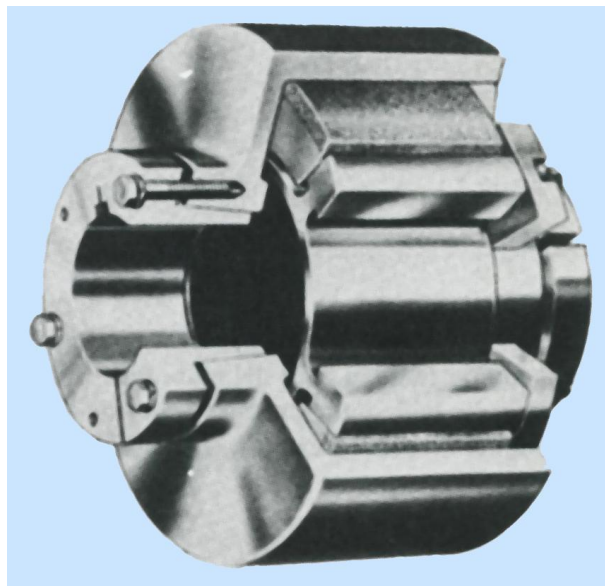


Fig.2.4  
Embrague de fricción tipo anillo o tambor

Tenemos los siguientes tipos:

- De discos
- De discos múltiples
- De cono



### • Embragues de discos

El primero de los tipos de embragues de fricción que se analizará es el embrague de disco, conocido también como embrague de plato o axial. Este tipo de embrague es capaz de transmitir el par del eje de entrada a la de salida debido a la fuerza de fricción desarrollada por el contacto entre los dos platos o discos. En la figura 2.4, se muestra un dibujo simplificado en el cual se indican los componentes básicos de este tipo de embrague.

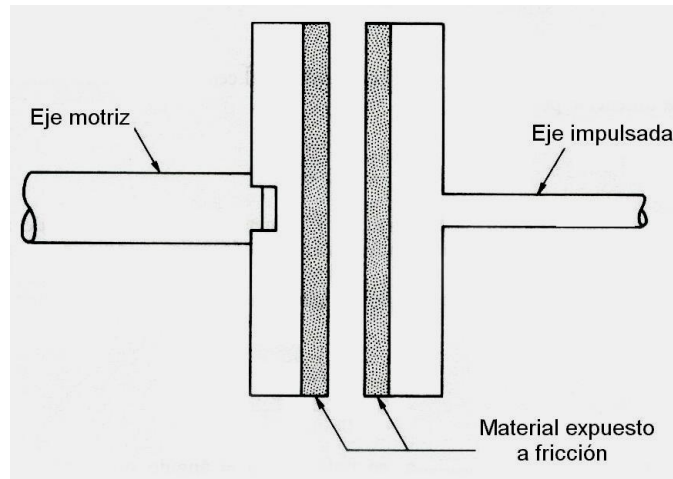


Fig.2.4  
Embrague tipo disco

El disco de entrada está libre para moverse axialmente a lo largo del eje, pero está fijo al eje mediante perno plano o cuña de modo que debe girar con el eje. El par de torsión que puede transmitirse depende de la fuerza de fricción desarrollada, la cual a su vez depende entre otros factores de la fuerza axial desarrollada entre los discos.

La fuerza axial puede aplicarse de diferentes maneras, tales como por medios mecánicos (levas, resortes, eslabones), presión hidráulica o neumática o por medios electromagnéticos.

#### **Ventajas**

- Debido a que puede tener un deslizamiento relativo entre los discos, se tiene un pequeño choque durante el acoplamiento, lo cual permite utilizarse en aplicaciones de acoplamiento alta velocidad.

#### **Desventajas**

- Debido al deslizamiento no es apropiado para aplicaciones que requieran transmisión positiva
- Se tiene desgaste y por lo tanto requiere reposición del material expuesto a la fricción
- Desarrolla calor y por lo tanto requiere de enfriamiento externo

### **Análisis del embrague de disco**

Antes de iniciar el análisis del embrague de disco es necesario considerar la situación física que ocurre cuando los discos están en contacto y transmiten la potencia.

Si los discos o placas usadas en el embrague son relativamente flexibles, será obtener una presión uniforme en consideración sobre las superficies de fricción.

Por otra parte, si las placas son congruentemente rígidas, el desgaste de la superficie de fricción es poco más o menos uniforme después que se ha tenido un desgaste inicial. En el análisis del

embrague, ninguna de las suposiciones de desgaste uniforme o presión uniforme deberá de hacerse. Ninguna suposición es correcta, de modo que el diseñador debe decidir cuál suposición se aproxima más al embrague que en particular él está diseñando.

Una alternativa válida para algunos diseñadores es con solamente la suposición de desgaste uniforme, porque esto es más conservador dado a que las capacidades de embrague obtenidas de las ecuaciones basadas en suposición son menores que las obtenidas con la suposición de presión uniforme.

Presentaremos ambos casos y dejaremos a juicio del diseñador escoger cuál es lo más apropiado para un problema específico.

### **Desgaste uniforme**

En la figura 2.5, se muestra uno de los discos del embrague que va a ser analizado.

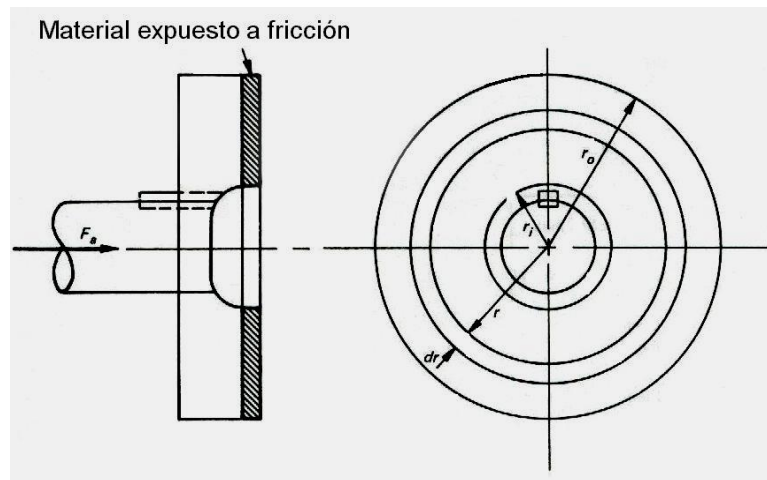


Fig.2.5

Puede suponerse razonablemente que el desgaste en un punto particular sobre el embrague es proporcional a la velocidad e intensidad de presión. Esta velocidad es directamente proporcional al radio. Sea  $W$  el desgaste, tendremos

$$W \propto pV \propto pr$$

Donde  $p$  es la intensidad de presión en libras por pulgada cuadrada a cierto radio  $r$  en pulgadas.

Por tanto,

$$W = kpr \quad (2,5)$$

Donde  $k$  es una constante. Por consiguiente

$$\frac{W}{k} = pr = K \quad (2.6)$$

Donde  $k$  es una constante debido a que tanto  $W$  como  $k$  son constantes.

Debido a que  $pr$  es una constante, es lógico que la presión máxima deba ocurrir en el radio mínimo,  $r_i$ . En consecuencia

$$K = pr = p_{\max} r_i \quad \text{ó} \quad p = p_{\max} \frac{r_i}{r} \quad (2,7)$$

El valor numérico de la presión máxima admisible depende del tipo de material de fricción que vaya a usarse.



En la Tabla 2-1 se da una lista de algunos de los valores de la presión máxima, así como también del coeficiente de fricción para algunos materiales típicos empleados en embragues y frenos.

Tabla 2-1. Propiedades de los materiales para frenos y Embragues

Material	Temperatura máxima del tambor (F)	Coeficiente de fricción (f)	Presión máxima admisible (Lb/plg <sup>2</sup> )
Metal sobre metal	500—600	0.25	200-250
Madera sobre metal	200	0.2-0.3	50-90
Cuero sobre metal	150—200	0.3-0.4	15-40
Bloques moldeados	500—600	0.25-0.45	100-150
Asbestos sobre metal en aceite	500	0.35-0.45	50-150
Metal sinterizado sobre hierro	450	0.2	400

La fuerza de impulsión,  $F_a$ , es la fuerza que presiona ambos discos y es normal a la superficie de fricción. Esta puede calcularse multiplicando la presión entre las superficies de fricción por el área de las superficies. Sin embargo, ya que la presión no es constante con respecto a  $r$ , debemos escribir la fuerza para el elemento diferencial mostrado en la Fig. 2.5, e integrar entre los límites apropiados.

Por tanto, la fuerza de impulsión requerida es

$$F_a = \int_{r_i}^{r_o} p 2\pi r dr$$

$$F_a = 2\pi r p_{\max} \left[ \frac{r_o^2}{2} - \frac{r_i^2}{2} \right] \quad (2,8)$$

A fin de obtener la ecuación para la capacidad del embrague a torsión (el par de torsión desarrollado) el par de fricción para un elemento diferencial de área deberá ser integrado dentro de los límites apropiados.

Por tanto,

$$T = \int_{r_i}^{r_o} r f p 2\pi r dr$$

ó

$$T = \pi f r p_{\max} \left( r_o^2 - r_i^2 \right) \quad (2,9)$$

Donde  $f$  = coeficiente de fricción.

Con frecuencia le será conveniente tener una ecuación que relacione la capacidad de par con la fuerza de impulsión. Ya que  $F_a = 2\pi r p_{\max} \left[ \frac{r_o^2}{2} - \frac{r_i^2}{2} \right]$  de la Ec. 2-5, y de la Ec. 2-6 se puede escribir

$$T = \pi f r_i p_{\max} (r_0 - r_i) (r_0 + r_i)$$

Entonces la siguiente ecuación es válida.

$$T = \frac{f F_a (r_0 + r_i)}{2} \quad (2,10)$$

### **Presión uniforme**

Bajo la suposición de presión uniforme, cada parte de la cara del embrague puede quedar sujeta a la presión máxima admisible. Es lógico que para esta suposición el desgaste no será uniforme. Procediendo de igual manera que antes, la ecuación de la fuerza de impulsión es

$$F_a = \int_{r_i}^{r_0} p_{\max} 2\pi r dr$$

$$F_a = \pi p_{\max} (r_0^2 - r_i^2) \quad (2,11)$$

Entonces la capacidad de embrague es:

$$T = \int_{r_i}^{r_0} r f p_{\max} 2\pi r dr$$

$$T = \frac{2}{3} \pi f p_{\max} (r_0^3 - r_i^3) \quad (2,12)$$

Y la capacidad de par expresada en términos de la fuerza de impulsión es:

$$T = \frac{2}{3} f F_a \left( \frac{r_0^3 - r_i^3}{r_0^2 - r_i^2} \right) \quad (2,13)$$

### **Ejemplo.**

Un embrague de disco de placa simple, con ambos lados de placa efectiva, va a usarse en un automóvil. El material expuesto a la fricción del cual están hechos tiene un coeficiente de fricción de 0.3 y la presión máxima admisible es 15 lb/plg<sup>2</sup>. El radio exterior del embrague es 10 plg y el radio interior 8 plg. Determinar el par que pueda transmitirse y la fuerza de impulsión requerida en los resortes.

### **Solución:**

Resolveremos este problema suponiendo desgaste uniforme así como también presión uniforme a fin de verificar lo expresado anteriormente de que la suposición de desgaste uniforme da resultados mas conservadores.

Desgaste uniforme.

De la ecuación:  $T = \pi f r_i p_{\max} (r_0^2 - r_i^2) = \pi \times 0.3 \times 8 \times 15 (10^2 - 8^2)$

$$T = 4070 \text{ plg-lb para un lado efectivo}$$

Por tanto, para los dos lados efectivos:

$$T = 2 \times 4070 = 8140 \text{ plg-lb}$$

Ahora de la ecuación:  $F_a = 2\pi r_i p_{\max} (r_0 - r_i) = 2\pi \times 8 \times 15 (10 - 8)$

$$F_a = 1507 \text{ lb}$$

Presión uniforme:

De la ecuación:

$$T = \frac{2}{3} \pi f p_{\max} (r_0^3 - r_i^3) = \frac{2}{3} \pi \times 0.3 \times 15 (10^3 - 8^3)$$

$$T = 4437 \text{ plg-lb para un lado efectivo}$$

para los dos lados efectivos:

$$T = 2 \times 4437 = 8874 \text{ plg-lb}$$

Por la ecuación:

$$F_a = \pi p_{\max} (r_0^2 - r_i^2) = \pi \times 15 \times (10^2 - 8^2)$$

$$F_a = 1696 \text{ lb}$$

De este modo, es obvio que la suposición de desgaste uniforme da capacidad de par y fuerza impulsora menor: por tanto, es el mas conservador de las dos suposiciones.

### • Embragues de discos múltiples

El embrague de discos múltiples de placa mostrados en la Fig. 2.6 puede tener 50 o 60 discos, quedando los discos motrices e impulsados en forma alternada.

Aun cuando las ecuaciones de capacidad de par fueron desarrolladas para una superficie de fricción de un par de discos, estas ecuaciones pueden utilizarse para el caso de discos múltiples multiplicando los resultados obtenidos por el número de superficies activas.

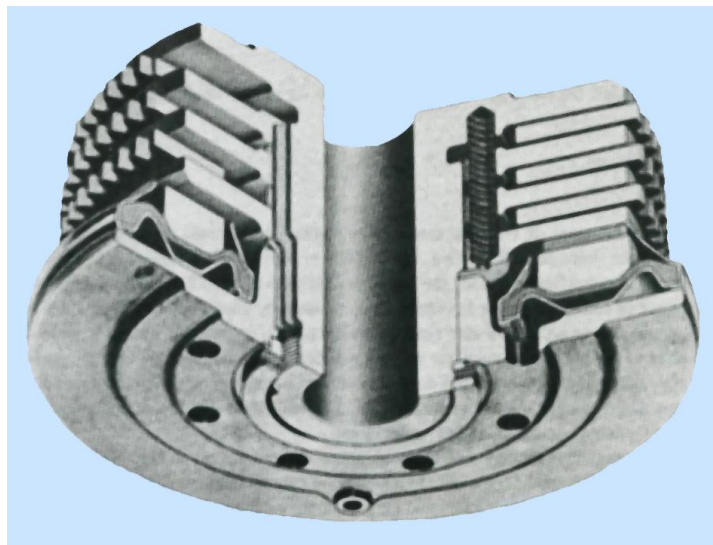


Fig.2.6  
Embrague seco típico de discos múltiples

### Embrague de cono

Otro tipo de embrague axial es el embrague de cono, mostrado en la Fig. 2.7. Los embragues de cono tienen la ventaja de ser capaces de transmitir un par de torsión mayor que con embragues de disco del mismo diámetro exterior y fuerza impulsora. La razón de esta mayor capacidad es el

aumento del área fraccional y de la acción de cuña que toma lugar. Los embragues de cono tienen su mayor uso en aplicaciones de velocidad periférica relativamente baja.

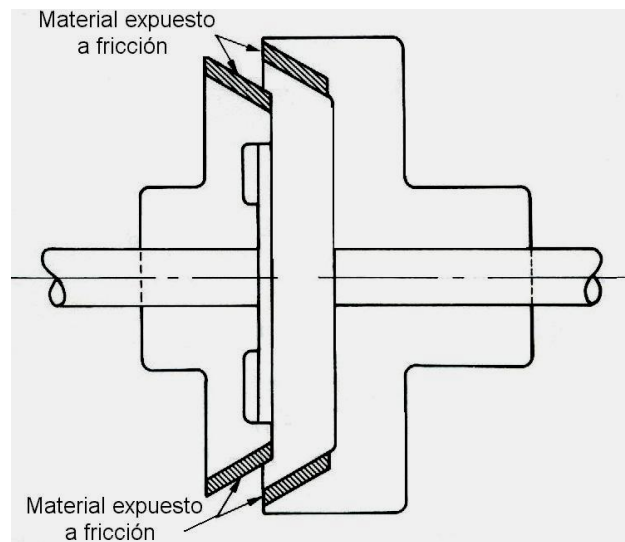


Fig.2.7  
Embrague de cono

En la Fig. 2.8 se muestra el dibujo del diagrama del cuerpo libre de la mitad de un embrague de cono.

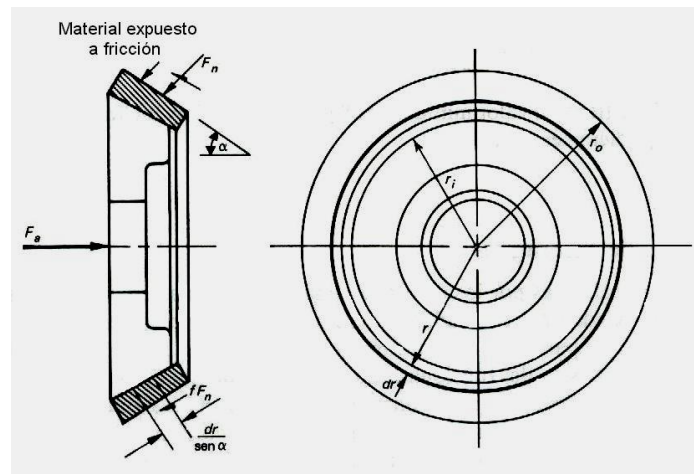


Fig.2.8  
Diagrama de cuerpo libre de la mitad de un embrague de cono

La fuerza de impulsión  $F_a$ , que generalmente es producida por medio de un resorte, debe ser lo suficientemente grande para producir la fuerza normal requerida, así como también para vencer la fuerza de fricción  $fF_n$  presente durante el acoplamiento.

Al hacer suma de las fuerzas horizontales dará como resultado la Ec. 2,14 que es la fuerza de impulsión

$$F_a = F_n \operatorname{sen} \alpha + f F_n \cos \alpha \quad (2,14)$$

Si suponemos que la fuerza de fricción resultante  $fF_n$  actúa en el diámetro medio del cono del embrague, podemos obtener la siguiente ecuación del par de fricción o capacidad de par del embrague

$$T = fF_n \frac{d_{av}}{2}$$

pero

$$d_{av} = r_o + r_i$$

De esta manera

$$T = \frac{fF_n (r_o + r_i)}{2} \quad (2,15)$$

El par también puede expresarse en función de la fuerza de impulsión combinando las Ecs. 2,14 y (2,15)

$$T = \frac{fF_a (r_o + r_i)}{2 (\sin \alpha + f \cos \alpha)} \quad (2,16)$$

Un análisis similar al que se hizo con la suposición de desgaste uniforme hecha para embragues de disco, da como resultado las siguientes Ecs. 2,17 a 2,18.

$$F_n = \frac{2\pi r_i p_{\max} (r_o - r_i)}{\sin \alpha} \quad (2-14)$$

$$F_a = 2\pi r_i p_{\max} (r_o - r_i) \quad (2-15)$$

$$T = \frac{\pi f r_i p_{\max} (r_o^2 + r_i^2)}{\sin \alpha} = \frac{F_a f (r_o + r_i)}{2 \sin \alpha} \quad (2-16)$$

El ángulo  $\alpha$  tiene un valor mínimo de  $8^\circ$  y, aunque no hay un límite superior, un valor típico pudiera ser  $12^\circ$ .

## 2.2.2 EMBRAGUES ELÉCTRICOS

Las funciones realizadas por los embragues mecánicos, vistas mas atrás también pueden ser realizadas por embragues eléctricos (Fig.2.9), los cuales utilizan campos magnéticos para producir la transmisión del par.

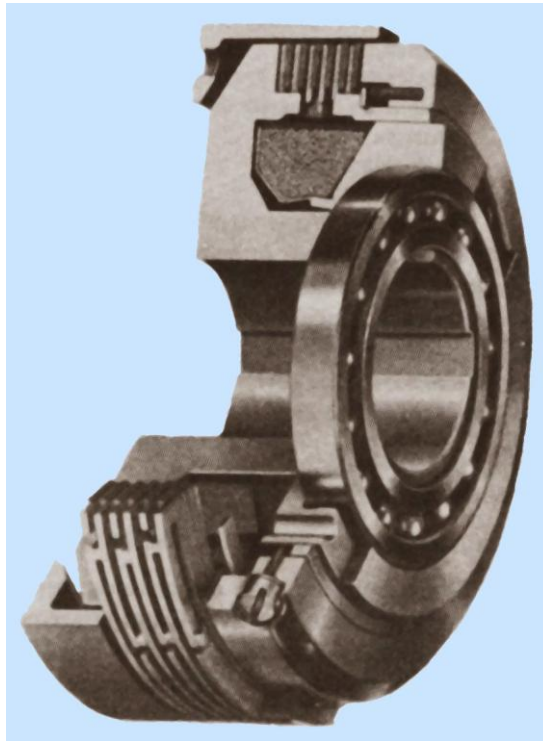


Fig.2.9  
Embrague de electroimán fijo tipo de diente espiral

En la Fig. 2.10, se ilustra el procedimiento básico del funcionamiento de los embragues electromagnéticos.

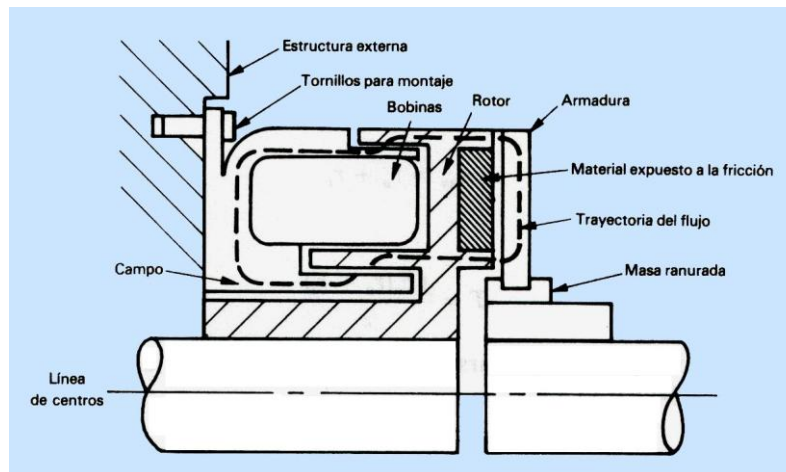


Fig.2.10  
Embrague y trayectoria del flujo en el acoplamiento del embrague

Los embragues eléctricos generalmente se clasifican en las siguientes categorías:

1. Dientes estriados
2. Histéresis
3. Panículas magnéticas

4. De corriente parásita.

### 2.2.3 EMBRAGUES HIDRÁULICOS Y NEUMÁTICOS

Otros tipos generales de embragues son el hidráulico y el neumático, el cual tiene la ventaja de reducir al mínimo el choque y la vibración. En la Fig. 2.11, se muestra un embrague tipo neumático o de aire.

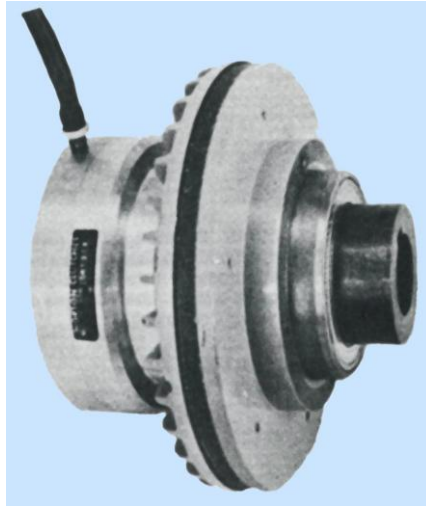


Fig.2.11  
Embrague neumático

Se tienen muchas aplicaciones tales como en máquinas lavadoras, maquinaria textil, bombas, dispositivos, rotores de helicópteros, etc., para los cuales es deseable tener un acoplamiento automático y suave entre el elemento motriz y el impulsado aun cuando se haya sobrepasado un determinado mínimo de velocidad. El embrague ideal para este tipo de problema es el embrague centrífugo como el mostrado en la Fig. 2.12

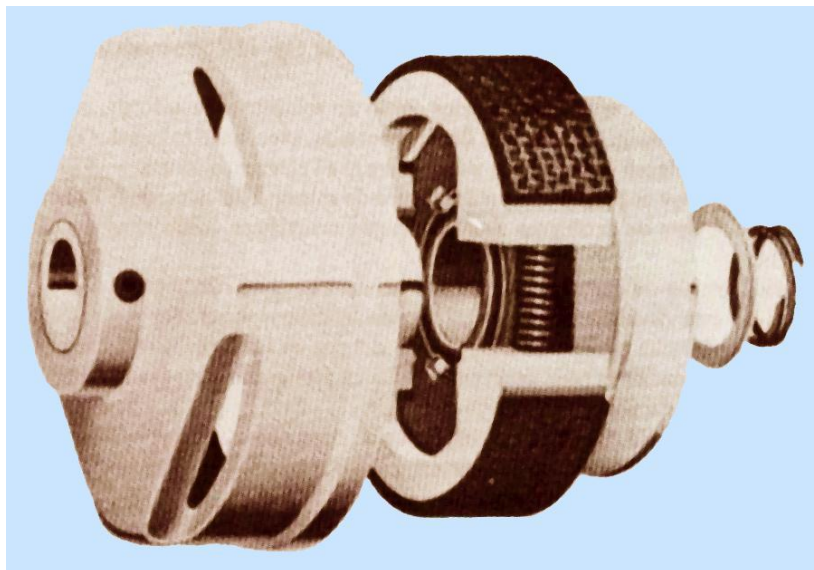


Fig.2.12  
Embrague centrífugo de acoplamiento automático



### 2.2.4 EMBRAGUES DE RUEDA LIBRE

El último tipo de embrague que analizaremos es el de rueda libre. Por lo general, este tipo está clasificado en tres categorías:

1. Rodillos
2. Separadores
3. Resorte arrollado.

Este embrague permite la transmisión del par en una sola dirección y por tanto, es útil en aplicaciones tales como mecanismos alimentadores, frenos de bicicleta, embragues de rueda libre para automóviles, etc.

Como un ejemplo típico de un embrague de rueda libre, está el embrague Formsprag mostrado en la Fig. 2.13.

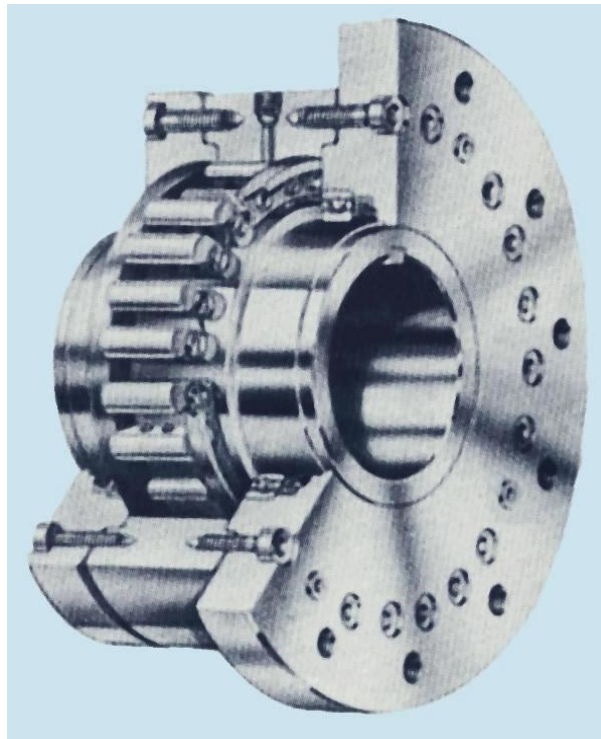


Fig.2.13  
Embrague de rueda libre para bajas velocidades

Para terminar con el estudio de embragues, hay que recalcar que a menudo les resulta más económico escoger un embrague de los catálogos de fabricantes en lugar de hacer un diseño del mismo. Sin embargo, habrá muchos casos en los que se deberá verificar las características dadas por el fabricante o cuando su problema sea único de modo que no encuentre solución con productos estándar.

Es de esperarse que cuando surjan estas situaciones, el estudiante será capaz de hacer el análisis correspondiente para la solución de su problema.



## 2.3 FRENOS

Un freno se puede simplemente definir como un elemento de máquina que se usa para controlar el movimiento de un cuerpo en rotación mediante la absorción de energía cinética. Como última clase general, al freno se le usa para conservar a los cuerpos en reposo.

Aunque un requisito importante en la selección de un freno, como lo es también en los embragues, es la capacidad de par, otra consideración de vital importancia es la habilidad del freno para absorber y disipar calor.

Esta consideración adicional es necesaria porque los embragues generalmente conectan a dos cuerpos en movimiento mientras que los frenos conectan a un cuerpo en movimiento con otro estacionario.

### 2.3.1 CONSIDERACIONES DE ENERGÍA Y POTENCIA

Como ya se ha mencionado, la función de un freno es la de absorber energía y disipar el calor resultante. Es muy importante conocer referente a cuánto tiempo le lleva al freno la disipación de calor en comparación con el de la absorción.

A lo que se quiere llegar es que la velocidad a la cual la energía debe ser absorbida y el calor disipado por el freno es importante en extremo.

Considerando la energía que va a ser absorbida, es lógico que la ecuación de la energía dependerá del tipo de movimiento que el cuerpo tiene. Para ilustrar esto, consideraremos los siguientes ejemplos.

Cuando la temperatura del freno aumenta, su coeficiente de fricción disminuye. Como resultado, el freno se apaga, lo cual significa que su efectividad puede reducirse de manera severa. Sin duda, el estudiante debe evitar el apagado al diseñar el freno para una disipación de calor más efectiva.

- 1) Una grúa va a bajar un cuerpo de peso  $W$ , desde una altura  $h_1$  hasta una altura  $h$ . El cambio de energía potencial está dada por:

$$\Delta PE = W(h_1 - h_2) \quad (2,20)$$

lo cual es también la energía que debe absorber el freno

- 2) Un cuerpo de peso  $W$  está moviéndose a la velocidad  $V_i$  y va a disminuir su velocidad hasta la velocidad  $V_f$ . El cambio de energía cinética es

$$\Delta KE = \frac{W(V_i^2 - V_f^2)}{2g} \quad (2,21)$$

Donde "g" es la aceleración de la gravedad.

- 3) Un cuerpo de peso  $W$ , está girando a  $\omega$ (rad/s), se aplica el freno y su velocidad baja hasta  $\omega_f$  rad/s. El cambio de energía cinética es

$$\Delta KE = \frac{J(\omega_i^2 - \omega_f^2)}{2} \quad (2,22)$$

donde  $J$  es el momento de inercia de la masa del cuerpo con respecto a su eje de rotación

Los tres casos citados son los tipos más comunes que se tienen, sin embargo, los problemas más complicados se derivan de las combinaciones de estos tres tipos.

Hasta aquí, se puede suponer que la energía friccional desarrollada debe ser absorbida por el material adyacente al revestimiento del freno (generalmente un tambor de metal).

Entonces será posible calcular el aumento de temperatura en el freno por medio de la Ec. 2,23

$$E_f = \rho V C \Delta t \quad (2,23)$$

donde

$E$  = energía friccional que debe absorber el freno, pie-lb.

$\rho$  = densidad de peso del material del tambor, lb/plg<sup>3</sup>

$V$  = volumen del material del tambor que absorbe la energía friccional, plg<sup>3</sup>.

$C$  = calor específico del material del tambor  $\frac{\text{pie} - \text{lb}}{(\text{lb})(^{\circ}\text{F})}$

$\Delta t$  = aumento de temperatura en el tambor del freno, °F.

Se sugiere los siguientes valores apropiados para el calor específico:

MATERIAL	Calor específico
Hierro vaciado	101
Acero	93
Aluminio	195

### **Resumiendo**

La energía que un freno debe absorber se calcula por las Ecuaciones. 2,20 a 2,22 apropiadas.

Por la Ec. 2,23 se calcula la temperatura del material del tambor.

Si es suficiente el tiempo para que el tambor del freno pueda radiar y conducir todo el calor que fue desarrollado antes de la siguiente operación de frenaje, entonces no habrá necesidad de enfriamiento adicional.

Si el enfriamiento no se efectúa con la rapidez adecuada, se tendrá una temperatura inicial elevada al principio de la siguiente operación de cada frenada. Como resultado de esto se tendrá una temperatura de equilibrio de mayor valor.

La determinación exacta de la temperatura de equilibrio no es posible calcularla por la incertidumbre del medio ambiente donde está el freno.

En la Tabla 2-1 se da una lista de las temperaturas máximas en tambores para algunos materiales comúnmente usados en frenos y embragues.

Estas temperaturas son los valores máximos para operación estable.

La capacidad de par de los frenos depende entre otros factores, de la presión máxima que pueda admitirse entre las superficies del frenaje.

En la Tabla 2-1 se sugieren algunos valores de presiones máximas. El estudiante deberá decidir qué presión usar para evaluar los efectos de las características de operación tales como longitud y frecuencia del frenaje.

Los frenos podemos clasificarlos en:

- Frenos de banda
- Frenos de banda diferencial
- Frenos de disco
- Frenos de bloque de zapata corta
- Frenos de bloque de zapata externa larga
- Frenos de zapata larga interna

### 2.3.2 FRENOS DE BANDA

El freno de banda de la Fig. 2-14, es quizá el más simple de todos los dispositivos de frenaje. La acción del frenaje se obtiene por la tensión de la banda que se arrolla al tambor la cual puede ser soltada o jalada. Se utiliza la diferencia de tensiones en cada extremo de la banda para determinar la capacidad del par.

La relación entre las tensiones  $F_1$  y  $F_2$  se obtiene exactamente de la misma manera como se hizo para bandas flexibles, con excepción de que no actúa la fuerza centrífuga en la banda. Para no hacer de nuevo dicho análisis simplemente repetiremos la relación

$$\frac{F_1}{F_2} = e^{f\theta} \quad (2,24)$$

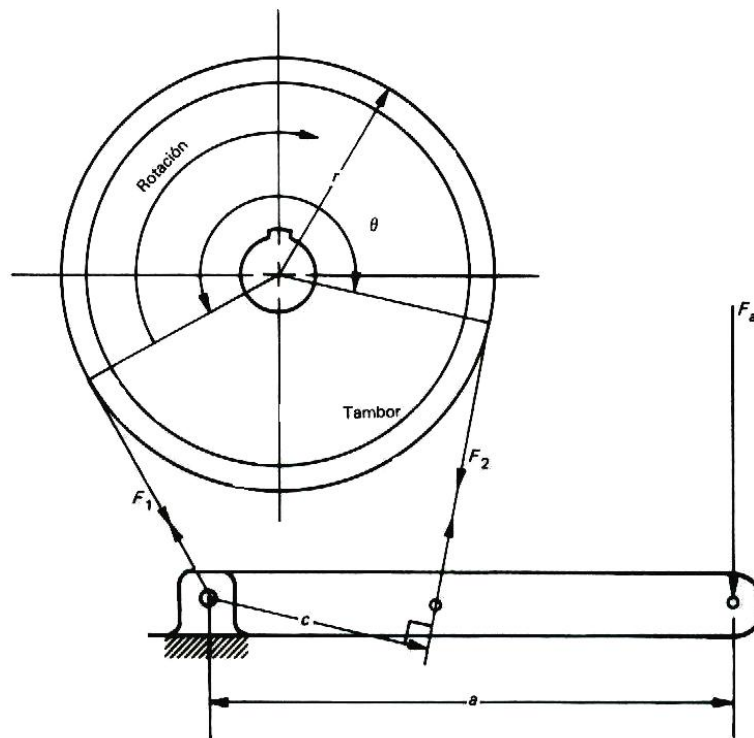


Fig. 2.14

El freno de bandas simple mostrado trabaja debido a la tensión  
De la banda arrollada en el tambor la cual debe bajarse lentamente

Donde

$F_1$  = fuerza de tensión mayor, lb

$F_2$  = fuerza de tensión menor, lb

$f$  = coeficiente de fricción

$\theta$  = ángulo de contacto entre la banda y el tambor > Rad.

La relación entre la fuerza impulsora  $F_a$  y la tensión  $F_2$  en el lado flojo se obtiene tomando momentos con respecto al punto  $O$ .

$$F_a = F_2 \frac{c}{a} \quad (2-25)$$

donde  $a$  y  $c$ , son las distancias mostradas en la Fig. 2-16.

La capacidad de par se obtiene tomando la suma de momentos con respecto al Centro de rotación del tambor.

$$T = (F_1 - F_2)r \quad (2,26)$$

Donde,  $r$  = radio del tambor.

Refiriéndonos de nuevo al análisis de banda, se tiene una ecuación similar para obtener la tensión máxima

$$F_1 = P_{\max} wr \quad (2,27)$$

donde  $w$  es el ancho de la banda.

### 2.3.3 FRENOS DE BANDA DIFERENCIAL

El freno de banda diferencial mostrado en la Fig. 2.15, es parecido al freno de banda simple analizado anteriormente, excepto que la tensión en el lado tirante ayuda a la fuerza de impulsión.

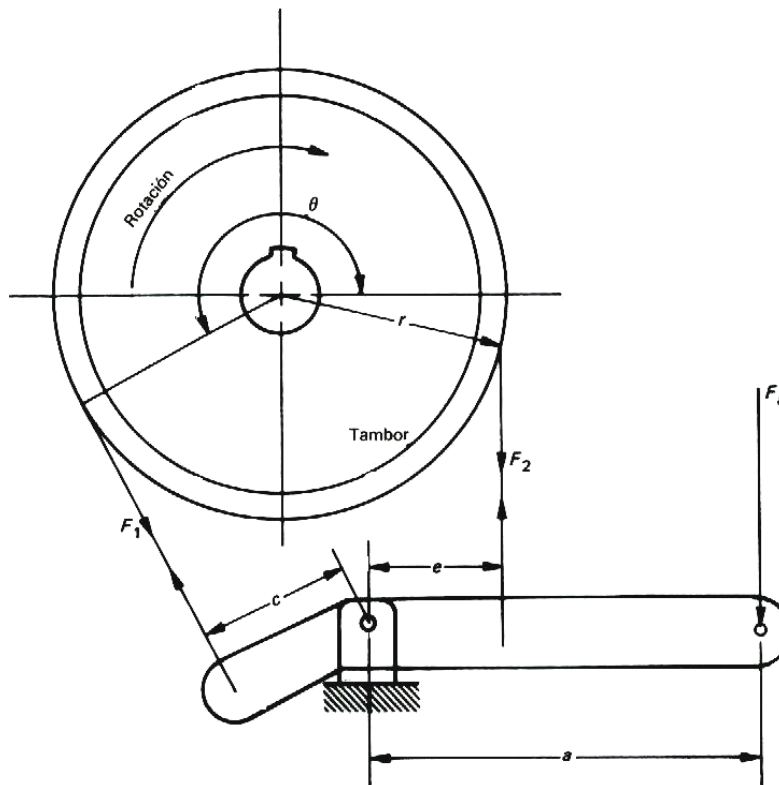


Fig. 2.15

Debido a que el freno de la banda diferencial se hace uso de la tensión en el lado tirante para ayudar a la fuerza de impulsión, se le llama autoenergizado

A los frenos de este Tipo se les llama autoenergizados o de automultiplicación de fuerza y, como se demostrará más adelante pueden ser autotrabados.

Se pueden aplicar las ecuaciones obtenidas en la sección anterior excepto que la ecuación de la fuerza impulsora, se obtiene tomando momentos con respecto al punto pivote  $O$ , de lo cual se obtiene:

$$F_1 = \frac{eF_2 - cF_1}{a} \quad (2,28)$$

Analizando la ecuación anterior se deduce que la fuerza impulsora es menor que la que se tendría si  $F_1$  se fijase en el punto  $O$ . De hecho, si  $cF_1$  fuera mayor que  $eF_2$ , el freno sería automático o autotrabado.

Lógicamente, el freno autotrabado se usa para una sola dirección de rotación, pudiendo girar libremente en la dirección opuesta.

Por tanto, el freno autotrabado se le usa sólo en aquellos casos donde se permita un solo sentido de la dirección del giro.

### 2.3.4 FRENOS DE DISCO

Los frenos de disco como el mostrado en la Fig. 2.16, son muy parecidos a los embragues de disco vistos en la sección.2.2.1.b. De hecho, ya que el análisis es exactamente igual al presentado anteriormente, no será necesario analizarlos en detalle.

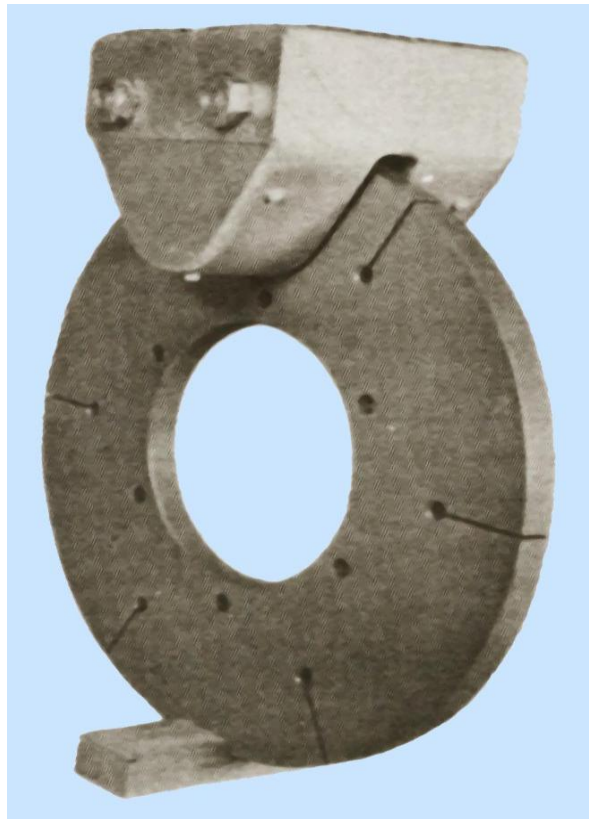


Fig. 2.16

Los frenos de disco del tipo mostrado son usados en aplicaciones industriales de tipo pesado debido a su facilidad de disipar calor rápidamente

Los frenos de disco se usan para aplicaciones industriales de servicio pesado porque pueden diseñarse para disipar con rapidez el calor y por tanto, tienen relativamente pocos problemas debido al cambio de intensidad.

Se han estado usando en grado limitado en aplicaciones automotrices, la razón de ello es que el par del frenaje es para cualquier dirección de rotación.

### 2.3.5 FRENO DE BLOQUE DE ZAPATA CORTA

El freno de bloque mostrado en la Fig.2.18a, se le considera de zapatas cortas si la distribución de presión es constante a lo largo de la zapata; en otras palabras, si el ángulo de contacto  $\theta$  es lo bastante pequeño para suponer la distribución uniforme de la presión.

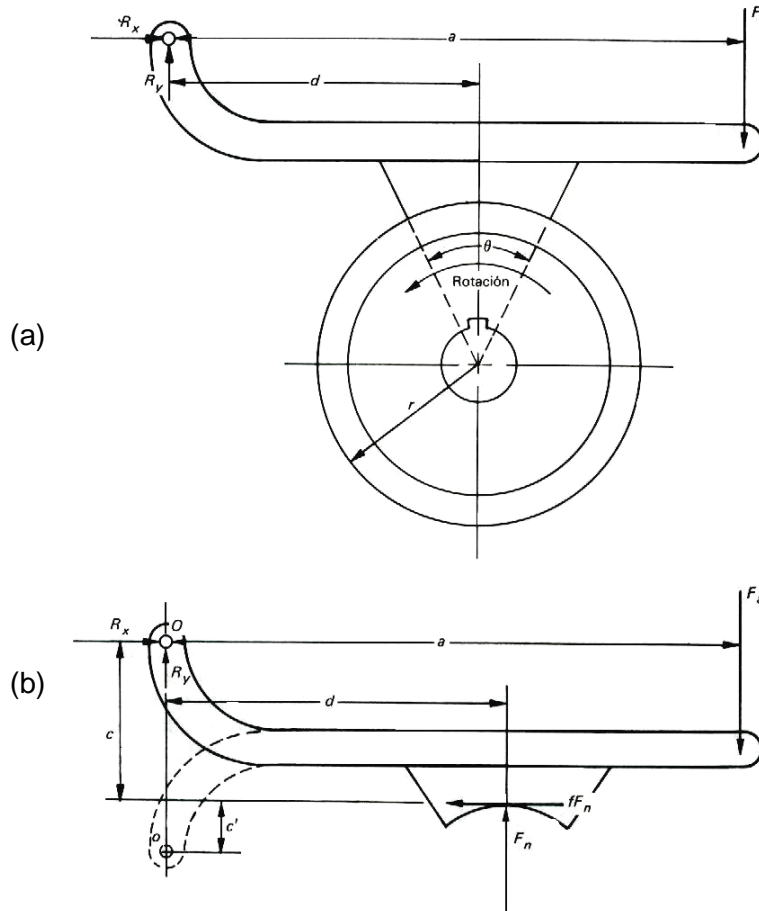


Fig. 2.18  
(a) El freno de zapata corta

Con la distribución uniforme de la presión, la fuerza resultante normal actúa en el centro de la zapata.

La Fíg. 2.18b es un diagrama de cuerpo Libre de Las fuerzas que actúan en la zapata.

La fuerza normal puede obtenerse a partir de la siguiente ecuación.

$$F_n = p_{\max} r \theta w \quad (2,29)$$

La capacidad de par del freno está dada por:

$$T = f F_n r \quad (2,30)$$

Haciendo la suma de momentos con respecto al punto pivote O, obtendremos la ecuación para calcular la fuerza impulsora.

$$\sum M_0 = F_a a - F_n d + f F_n c \quad \text{o} \quad F_a = \frac{F_n}{a} (d - f c) \quad (2-23)$$

donde  $F_a$  es la fuerza impulsora en libras, y d es la distancia mostrada en la Fig. 2,18.

Por sumas de fuerzas horizontales y verticales podemos obtener las componentes de la reacción del perno en O.

$$R_x = fF_a \quad (2,39)$$

$$R_y = F_n - F_a \quad (2,33)$$

El freno como está dibujado es auto-energizado porque la fuerza de fricción ayuda a la fuerza impulsora (reduce el valor de la fuerza impulsora necesaria para un par de frenaje dado)

Resulta obvio que si  $d = fc$ , no se necesita de fuerza impulsora y si  $d < fc$ , la fuerza impulsora  $F_a$  es negativa, lo cual indica que el freno es autoenergizado y que se requerirá de una fuerza para desconectar el freno una vez que éste ha sido conectado.

El efecto autoenergizado es útil, pero en general el efecto de autotrabado es indeseable. El procedimiento usual para diseñar el freno es que “d” sea al menos 25 o 50% mayor que  $fc$ . Con esto se asegurará un uso adecuado del efecto autoenergizado mientras se previene el autotrabado.

Si el punto pivote O se coloca abajo de la línea de acción de la fuerza de fricción, digamos en O' de la Fig. 2-19b, entonces el momento debido a la fuerza de fricción es de dirección opuesta al de la fuerza de impulsión y el freno no será autoenergizado. Finalmente, las dos situaciones analizadas, pivote en O o en O', estarán en posición opuesta si cambia la rotación de sentido.

### 2.3.6 FRENOS DE BLOQUE DE ZAPATA EXTERNA LARGA

Cuando el ángulo de contacto  $\theta$  sea mayor a 50 o 60°, la suposición de distribución de presión uniforme y fuerzas normal y de fricción actuando en el centro de la zapata pueden conducir a errores apreciables.

Debido a que la mayor parte de los frenos de zapata tienen ángulos de contacto de 90° o más, es lógico que se requiera de un análisis más exacto.

El problema lógicamente concierne a la distribución de la presión. Debido a que la zapata no es rígida, se deformará, y este efecto sumado al de la carga aplicada será lo que probablemente cause que la distribución de la presión sea diferente a la supuesta.

Sin embargo, haremos la suposición, que la presión varía directamente con la distancia del punto pivote O. Esta suposición es equivalente a suponer que el desgaste es proporcional a  $pV$  (presión por velocidad)

En la Fig. 2,19, se representa un freno de zapata externa larga en contacto con el tambor.

La presión en un ángulo arbitrario O es proporcional a  $c \text{ sen } \theta$ , pero ya que “c” es una constante, la presión varía directamente con  $\text{sen } \theta$ , esto en forma de ecuación queda:

$$p \propto c \text{ sen } \theta \propto \text{sen } \theta$$

ó

$$p = k \text{ sen } \theta$$

donde  $k$  es una constante de proporcionalidad, y  $p$  es la presión a un ángulo arbitrario  $\theta$ ,

Si  $P_{\max}$  es la presión máxima admisible determinada por las propiedades del material del revestimiento del freno, entonces:

$$k = \frac{p}{\text{sen } \theta} = \frac{P_{\max}}{\text{sen } \theta_{\max}} \quad \text{y} \quad p = \frac{P_{\max}}{\text{sen } \theta_{\max}} \text{ sen } \theta \quad (2-34)$$

Esta ecuación da la distribución de la presión para un ángulo particular  $\theta$ .

Obviamente para valores pequeños de  $\theta$  la presión desarrollada será muy pequeña y por tanto, el freno por lo general se diseña para  $\theta_1 \geq 10^\circ$

La presión máxima se obtiene para  $\theta = 90^\circ$  y si  $\theta_2$ , es mayor, disminuye la magnitud de la presión. Como resultado de lo anterior se ganara muy poca capacidad de frenaje cuando  $\theta_2$  sea mayor de  $120^\circ$

Por último, el término  $\sin \theta_{\max}$  se evalúa como sigue:

Sí  $\theta \leq 90^\circ, \sin \theta_{\max} = \sin \theta_2$

Sí  $\theta > 90^\circ, \sin \theta_{\max} = \sin 90^\circ$

Debido a que la presión no es constante alrededor de la zapata, será necesario analizar un elemento diferencial  $r d\theta$  como se muestra en la Fig. 2.19.

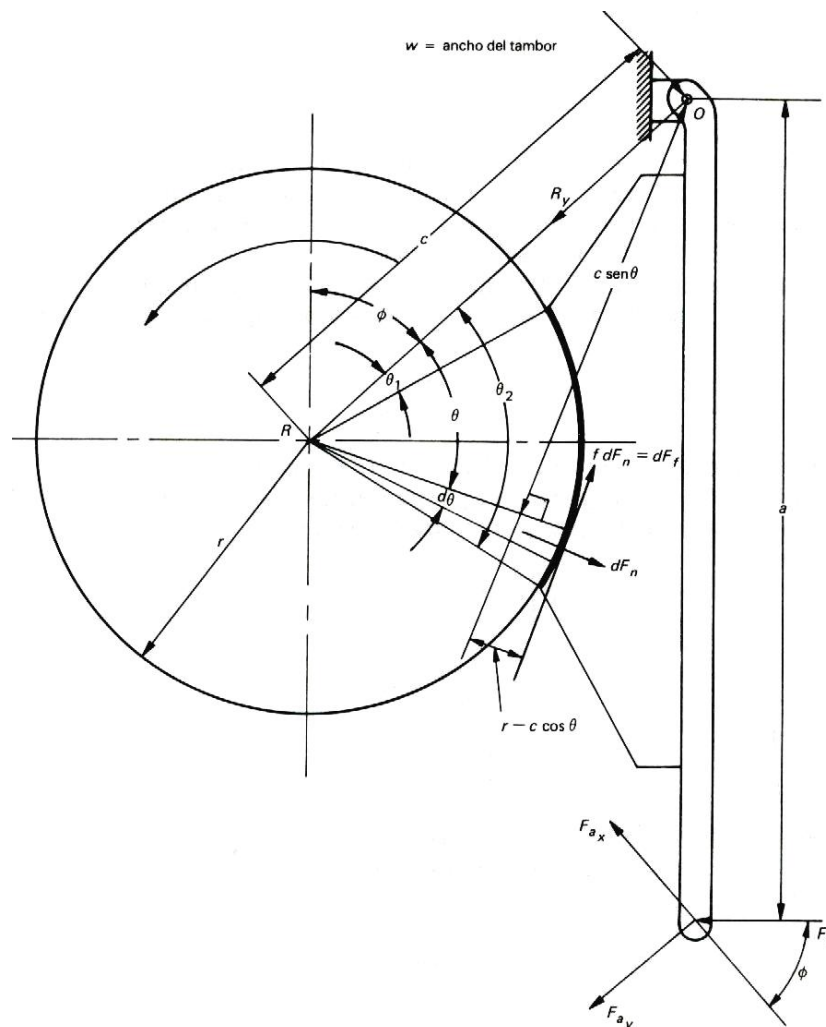


Fig.2.19 Freno de bloque externo de zapata larga

Nuestro objetivo inmediato será obtener una ecuación para calcular la fuerza impulsora  $F_a$ . Obviamente el procedimiento utilizado es hacer la suma de momentos con respecto al punto pivote O.



Debido a que sobre todo estamos interesados en los momentos que se producen con respecto al punto O, haremos directamente la determinación de los momentos totales.

El momento debido a la fuerza normal es:

$$M_{Fn} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} pwr d\theta \cdot c \sin \theta = \int \frac{P_{\max}}{\sin \theta_{\max}} \sin \theta wr d\theta \sin \theta$$

$$M_{Fn} = \frac{P_{\max}}{\sin \theta_{\max}} wr c \left[ \frac{1}{2} (\theta_2 - \theta_1) - \frac{1}{4} (\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1) \right]$$

El momento debido a la fuerza de fricción es:

$$M_{Ff} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} fpwr d\theta (r - c \cos \theta) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} f \frac{P_{\max}}{\sin \theta_{\max}} \sin \theta wr d\theta (r - c \cos \theta)$$

$$M_{Ff} = f \frac{wP_{\max}}{\sin \theta_{\max}} r \left[ -r (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) - \frac{c}{2} (\sin^2 \theta_2 - \sin^2 \theta_1) \right]$$

Si ahora sumamos los momentos con respecto al punto pivote O, obtenemos

$$F_a = \frac{M_{Fn} + M_{Ff}}{a}$$

Los signos de los momentos de la ecuación anterior dependen de la localización del punto pivote.

Cuando usamos la ecuación para calcular la fuerza de impulsión, deberá usarse el signo algebraico obtenido para el momento.

Si  $M_{Fn}$  y  $M_{Ff}$ , tienen el mismo signo no se tendrá efecto de autotrabado.

Al cambiar la dirección de la rotación del tambor se cambiará el signo del momento debido a la fuerza de fricción, y la fuerza de impulsión cambia a:

$$F_a = \frac{M_{Fn} - M_{Ff}}{a}$$

Entonces para este caso habrá efecto de autotrabado si  $M_{Ff} > M_{Fn}$

La ecuación de la capacidad de par para el freno se obtiene integrando el producto de la fuerza de fricción y el radio del tambor.

$$T_f = \int_{\theta_1}^{\theta_2} fpwr d\theta r = \int_{\theta_1}^{\theta_2} f \frac{P_{\max}}{\sin \theta_{\max}} \sin \theta wr^2 d\theta$$

$$T_f = f \frac{P_{\max}}{\sin \theta_{\max}} wr^2 (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

Finalmente, para determinar la reacción del perno en el punto pivote O, se logra haciendo suma de fuerzas en la dirección y obtenemos

$$R_y = -F_a \sin \phi + \int_{\theta_1}^{\theta_2} pwr d\theta \cos \theta + \int_{\theta_1}^{\theta_2} fpwr d\theta \sin \theta$$

$$R_y = -F_a \sin \phi + \frac{P_{\max}}{\sin \theta_{\max}} wr \left\{ \left( \frac{\sin^2 \theta_2}{2} - \frac{\sin^2 \theta_1}{2} \right) + f \left[ \frac{\theta_2 - \theta_1}{2} - \frac{\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1}{4} \right] \right\}$$

análogamente

$$R_x = F_a \cos \phi - \int_{\theta_1}^{\theta_2} pwr d\theta \sin \theta + \int_{\theta_1}^{\theta_2} fpwr d\theta \cos \theta$$

$$R_x = F_a \cos \phi + \frac{P_{\max}}{\sin \theta_{\max}} wr \left[ \frac{\theta_1 - \theta_2}{2} + \frac{\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1}{4} + f \left( \frac{\sin^2 \theta_2}{2} - \frac{\sin^2 \theta_1}{2} \right) \right]$$

Cambiando la dirección de la rotación se cambiará el signo de todos los términos que tengan el coeficiente de fricción

### 2.3.7 FRENOS DE ZAPATA LARGA INTERNA

Un tipo de freno que es muy usado en aplicaciones automotrices es el freno de zapata interno mostrado en la Figura 2.20.

El método de análisis y ecuaciones resultantes es idéntico a los vistos en las secciones anteriores.

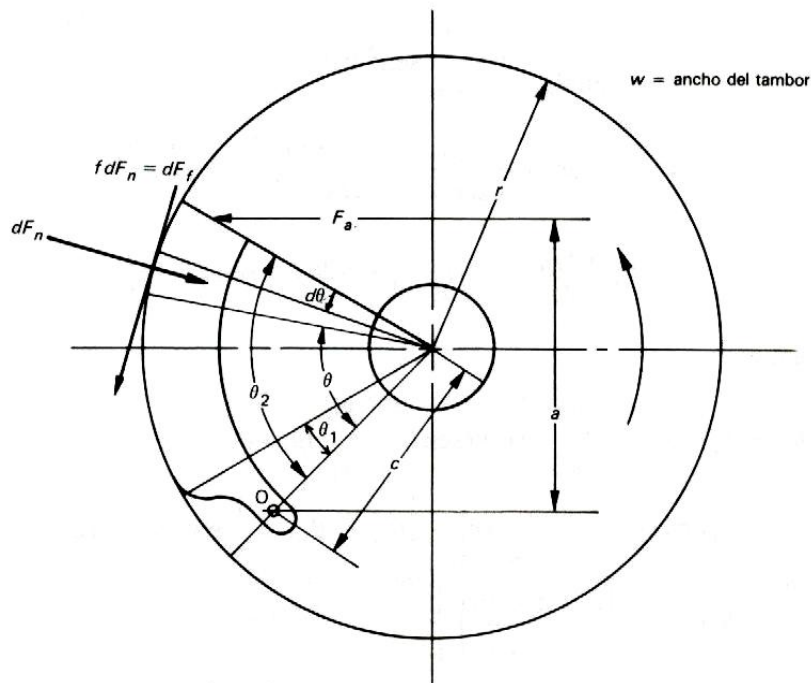


Fig. 2.20 Freno de zapata larga interna

La fuerza de impulsión para el tambor de la Fig. 2-6 girando en sentido contrario a las manecillas del reloj está dada por:

$$F_a = \frac{M_{Fn} - M_{Ff}}{a}$$

Si la dirección de la rotación cambia, la ecuación es:

$$F_a = \frac{M_{Fn} + M_{Ff}}{a}$$

Como se mencionó anteriormente, el ángulo de contacto de las zapatas de los frenos de tambor no son mayores de  $120^\circ$ . Como consecuencia de esto la mayor parte de los frenos internos es del tipo de zapata doble.

Usualmente las zapatas pivotean en cualquiera de las formas mostradas en la Fig. 2,21 y 2,22

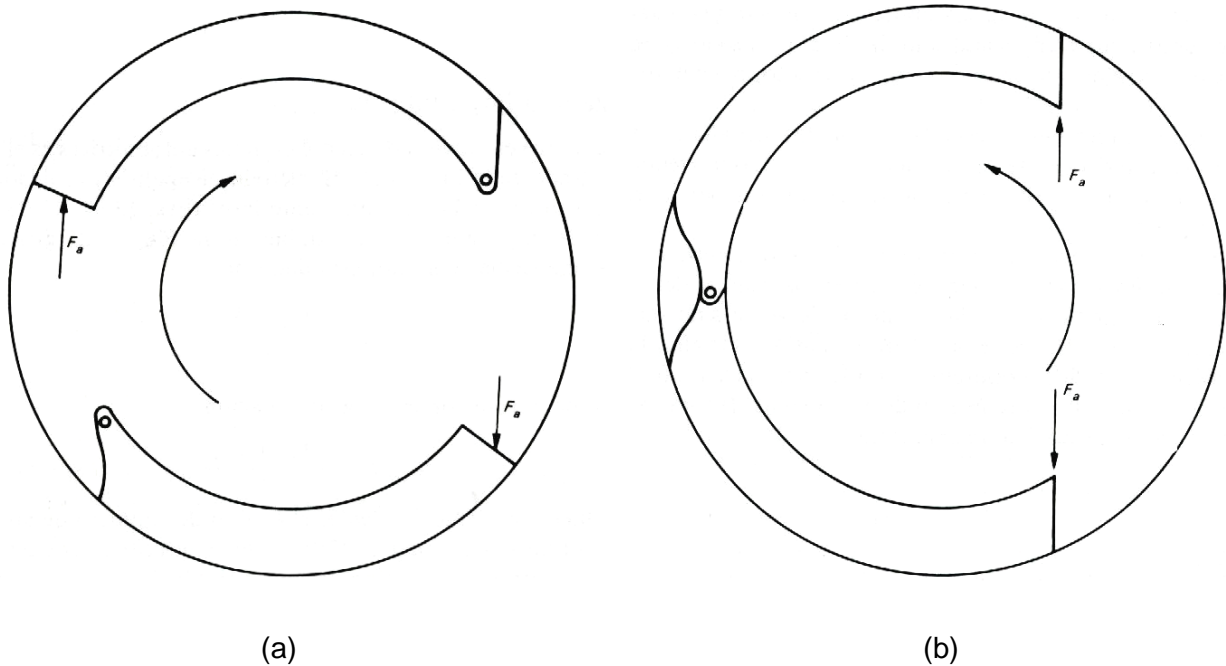


Fig. 2.21 (a) Ambas zapatas son autoenergizadas si giran en sentido de las manecillas de reloj; pero ninguna será cuando gira en sentido contrario, (b) dependiendo del sentido de giro solo una de las zapatas se autoenergiza

Cuando los pivotes están localizados como se muestra en la Fig.2.21a, ambas zapatas están autoenergizadas; pero ninguna lo estará cuando cambia la dirección de la rotación del tambor.

Para el freno mostrado en la Fig. 2.21b, la zapata superior está autoenergizada y la inferior no lo está. Sin embargo, si se invierte la rotación, la zapata inferior será la autoenergizada en lugar de la superior.

Para una fuerza de impulsión dada, la capacidad de frenaje con ambas zapatas autoenergizadas será mayor que si sólo una zapata estuviera autoenergizada.

Por lo general, los frenos de los automóviles son con ambas zapatas autoenergizadas resultando con ello que la habilidad de frenaje en reversa es mucho menor que cuando el movimiento es hacia adelante.

### **2.3.8 FRENOS ELÉCTRICOS**

En la Fig. 2-22 se muestra un freno electromagnético.

Los frenos de este tipo tienen dos componentes básicos, la armadura y un magneto de fricción forzado que atrae a la armadura cuando se aplica la potencia.

Poniendo o interrumpiendo el contacto eléctrico las dos partes móviles son conectadas o desconectadas.

Aunque los frenos electromagnéticos son los frenos eléctricos mas comúnmente empleados, hay otros tres tipos de histéresis, a corriente parásita de Foucault y de partículas magnéticas usados para ciertas aplicaciones.

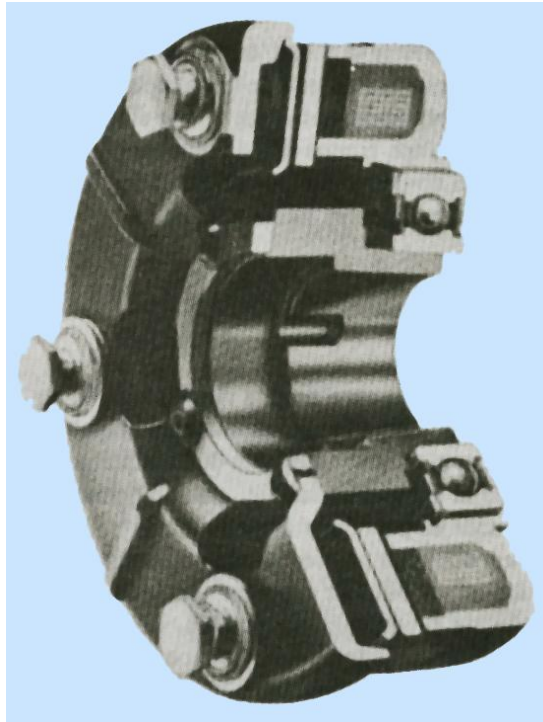


Fig. 2.22 freno eléctrico

### **2.3.9 MATERIALES PARA FRENOS**

Los materiales usados en la fabricación de los frenos caen en dos clasificaciones generales, los usados para los tambores y los usados para los revestimientos.

Generalmente, los tambores son de hierro vaciado con algunos materiales de aleación agregados. Los materiales más caros tales como el acero inoxidable, aluminio, monel, etc., se utilizan cuando la conducción de calor es un factor importante.

Por otra parte los revestimientos para los frenos por lo común se hacen de asbestos y aglomerantes. Muchos revestimientos en base de asbestos son modelados, aunque hay algunas aplicaciones especiales de revestimientos tejidos. Los revestimientos de este tipo normalmente se utilizan cuando la temperatura exceda a 400 °F.

Para frenos en los que se espera tener temperaturas entre 400 a 750 °F se utilizan revestimientos de metal sinterizado.

Si los límites de temperatura están entre 750 a 1000 °F se usan revestimientos de metal sinterizado al cual se le agregan panículas de cerámica. De hecho, si el contenido de cerámica es alto, pueden tolerarse temperaturas de operación hasta de 1800 °F.

Los revestimientos sinterizados tienen la ventaja de tener alta conductividad térmica, larga vida y características de fricción muy estable. Las desventajas es que son relativamente caros, tienen un bajo coeficiente de fricción y deben fabricarse perfilados debido a su rigidez.

La mayor parte de los revestimientos son fijados a los tambores ya sea con remaches o pegados. Aunque con el remachado se tiene la ventaja del bajo costo y su instalación es relativamente fácil y sencilla, tienen la desventaja de que el espesor del revestimiento depende de la altura de la cabeza embutida del remache.

Los revestimientos pegados proporcionan mayor área de fricción y mayor espesor efectivo, pero son más caros y requieren de equipo más elaborado y control más cuidadoso cuando hay necesidad de reemplazarlos.

**PROBLEMAS PROPUESTOS**

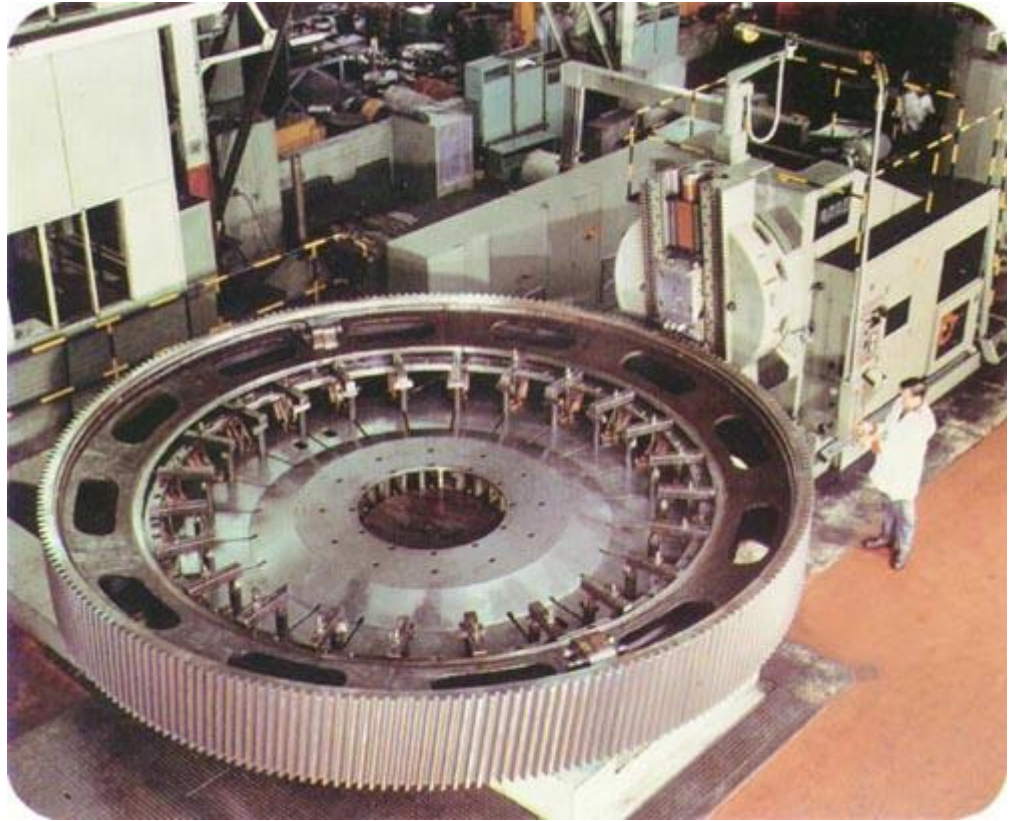
1. Para el embrague de quijada cuadrada mostrado en la figura,  $r_a = 2$  plg,  $r_i = 1 \frac{3}{8}$  plg.  $B = \frac{1}{2}$  plg; se transmiten 75 hp a 650 rpm. Cada una de las quijadas sustenta un ángulo de  $90^\circ$ . En otras palabras, sólo  $180^\circ$  de la superficie del embrague tiene quijada. Calcular el esfuerzo de corte y aplastamiento si  $t = \frac{5}{8}$  plg.
2. Una parte del sistema de transmisión de un automóvil consiste de un embrague de disco con ambos lados efectivos; se generan 25 hp a 200 rpm. La experiencia ha demostrado que da buenos resultados que el diámetro exterior sea igual a 3 veces el diámetro interior. Si el material del embrague expuesto a la fricción tiene un coeficiente de fricción de 0.3 y se puede desarrollar una presión máxima de  $15 \text{ lb/plg}^2$  calcular los diámetros exterior e interior así como también la fuerza de impulsión requerida. Suponga desgaste uniforme.
3. Repita el Prob. 2, pero suponga presión uniforme.
4. Un embrague de disco simple con ambas caras efectivas va a usarse donde se desarrollan 60 hp a 600 rpm. Si el diámetro exterior es de 9 plg y el radio interior 4 plg, ¿cuál deberá ser el valor de la fuerza de impulsión y la presión promedio para un embrague cuyo material tiene un coeficiente de fricción de 0.3? Suponga desgaste uniforme.
5. Repita el Prob. 4 para presión uniforme.
6. Un embrague de discos múltiples tiene cuatro caras activas, su capacidad es de 40 hp a 250 rpm. El coeficiente de fricción es 0.3, diámetro exterior = 16 plg, diámetro interior = 8 plg. Determinar la fuerza de la impulsión requerida y la presión promedio entre los discos.
7. Un embrague de discos múltiples tiene un diámetro exterior de 6 plg y un diámetro interior de 3 plg. El material del embrague admite una presión máxima de  $40 \text{ lb/plg}^2$  y tiene un coeficiente de fricción de 0.2. Determinar la fuerza de impulsión requerida, el número de discos necesarios, la presión promedio y la máxima real. Puede suponerse desgaste uniforme y que se transmite un par de 2800 plg-lb.
8. Un embrague de disco múltiple tiene cuatro parejas apareadas de superficies de fricción que operan a 945 rpm. La magnitud de la fuerza de impulsión axial máxima admisible es de 800 lb. El coeficiente de fricción es igual a 0.15. Los radios interior y exterior de las superficies contactadas son 1 y 2 plg respectivamente. Las condiciones son tales que prevalece desgaste uniforme, determine: (a) La capacidad de par por pareja de superficies de fricción. (b) La capacidad total de potencia, (c) la presión máxima. (d) La presión mínima.
9. Obtener las ecuaciones de la capacidad de par y fuerza de impulsión para un embrague de cono similar al mostrado en las Figs. 13-10 y 13-11 suponiendo que la presión es uniforme.
10. Un embrague de cono que está hecho con Un diámetro promedio de 12 plg, tiene material cuyo coeficiente de fricción es de 0.3, y cuya presión promedio máxima admisible es  $50 \text{ lb/plg}^2$  se le usa para transmitir 20 hp a 500 rpm. Si  $\alpha = 8^\circ$  y se supone presión uniforme, calcular la fuerza de impulsión y el ancho de la cara.
11. Repita el Prob. 10 suponiendo presión uniforme.
12. Repita el Prob. 10 para  $\alpha$  igual a  $12^\circ$ .
13. Un embrague de cono tiene un diámetro promedio de 10 plg, una  $\alpha$  de  $10^\circ$  y un coeficiente de fricción de 0.3. Si se aplica una fuerza de impulsión de 700 lb. ¿Cuál es el par que el embrague podrá transmitir? Suponga desgaste uniforme.
14. Repita el Prob. 13 para una presión uniforme de  $50 \text{ lb/plg}^2$ .



15. Un tambor que tiene un diámetro de 5 pies se usa para soportar un alambre del cual pende una carga de 8000 lb. El tambor está girando a 60 rpm, tiene un radio de giro de 2 pies y pesa 10 000 lb. Mediante un freno se consigue detener al tambor después que el alambre ha recorrido 15 pies. ¿Cuál es el par promedio de frenaje?
16. Repita el Prob. 15 si el tambor gira a 90 rpm.
17. Si la llanta del freno del Prob. 15 es hecha de acero, tiene un diámetro de 10 plg, 1/2 plg de espesor y una cara de 4 plg de ancho, ¿cuál será el aumento de temperatura suponiendo que toda la energía es absorbida por la llanta?
18. Repita el Prob. 17 con los datos del Prob. 16.
19. Para el freno tambor mostrado en la figura del Prob. 19, determine la fuerza de impulsión  $F_a$  necesaria para desacelerar al tambor a razón de  $120 \text{ rad/s}^2$ . El coeficiente de fricción del tambor es de 0.25, y el momento de inercia del sistema rotatorio es  $2 \text{ pie-lb-s}^2$ .
20. Repita el Prob. 19, suponiendo que la rotación del tambor es en sentido contrario a las manecillas del reloj.
21. Para el freno de banda mostrado en la figura del Prob. 19, el ángulo de contacto es de  $270^\circ$ , el coeficiente de fricción es de 0.3 y el tambor tiene un radio de 8 plg. ¿Cuáles serán los valores de las tensiones de la banda en los lados tirante y flojo para tener una potencia de 30 hp debido a la fricción y girando a 900 rpm?
22. Un freno de banda simple similar al de la figura del Prob. 19 tiene un ángulo de contacto de  $270^\circ$ , el coeficiente de fricción es 0.3, el diámetro del tambor es de 12 plg y la presión máxima admisible es  $100 \text{ lb/plg}^2$ . Si la banda tiene 3 plg de ancho, determine las tensiones de la banda en los lados tirante y flojo y la capacidad de par. ¿Cuál es el valor de la fuerza impulsora?

# MODULO II

## RUEDAS DENTADAS



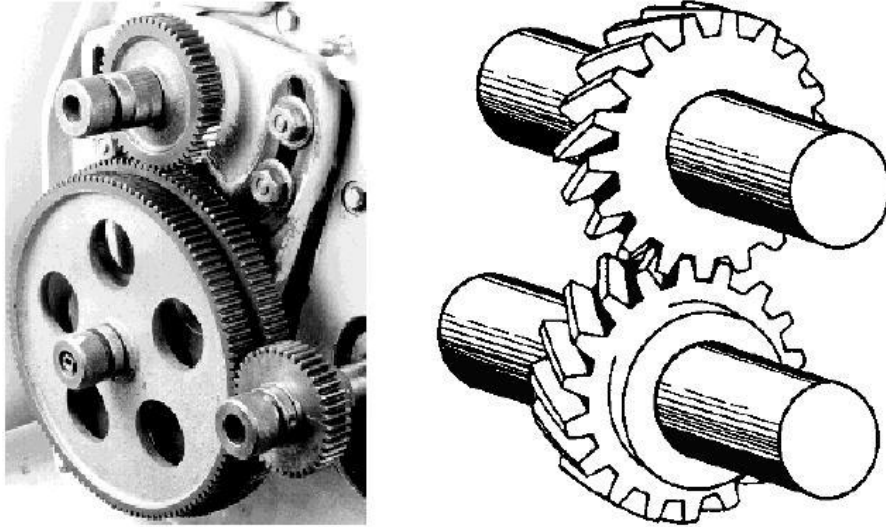
Uno de los problemas principales de la Ingeniería Mecánica es la transmisión de movimiento, entre un conjunto motor y máquinas conducidas. Desde épocas muy remotas se han utilizado cuerdas y elementos fabricados de madera para solucionar los problemas de transporte, impulsión, elevación y movimiento.

## INTRODUCCIÓN

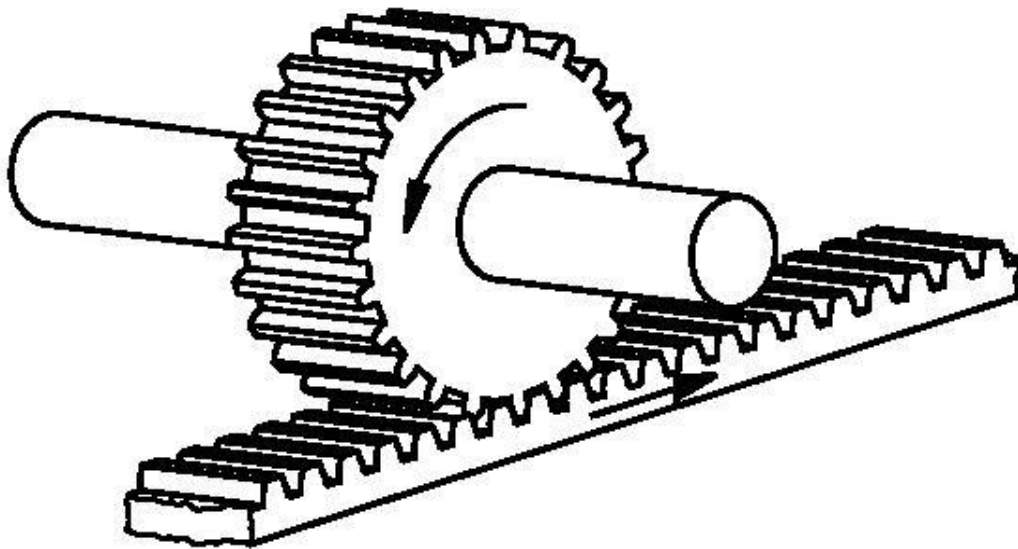
Se entiende por engranaje, al conjunto de dos engranes o ruedas dentadas, engranando entre sí.

Cumplen básicamente dos objetivos:

1. - *Transmisión de un movimiento entre dos ejes por medio de engranes:*



2.- *Transformación de un movimiento de rotación en rectilíneo y viceversa:*



## CLASIFICACIÓN DE LOS ENGRANAJES

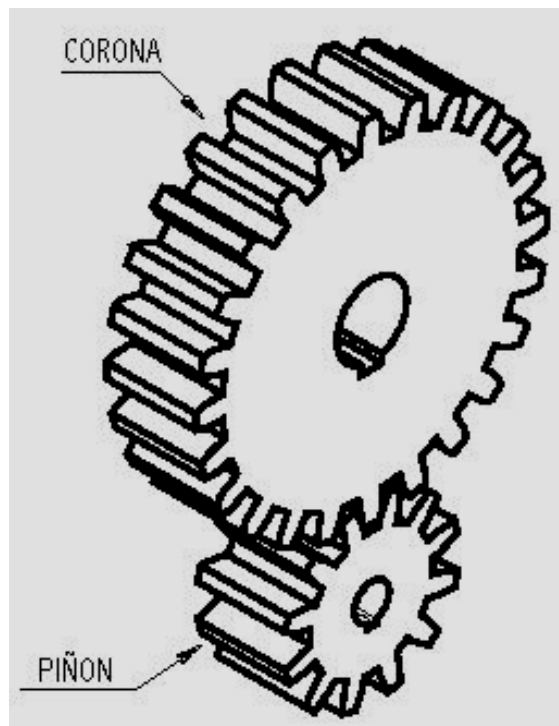
Se puede establecer una clasificación de los engranajes en función de la posición relativa de los ejes y así tenemos:

ENGRANAJE	ENGRANE
Paralelo	-Recto -Helicoidal -Doble Helicoidal
Concurrente	-Cónico-Recto -Cónico-Espiral
Cruzado	-Helicoidal -Sin fin –Corona -Cónico Espiral

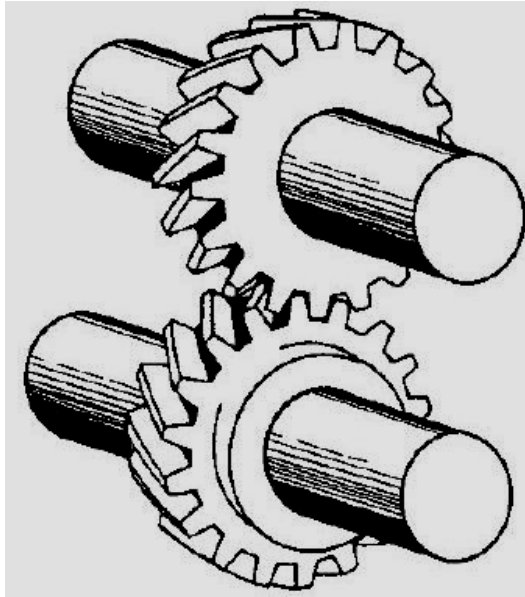
Estos engranajes se consiguen por medio de distintos tipos de engranes que se indican a continuación:

1. - **Engranaje paralelo.** Los dos ejes son paralelos.

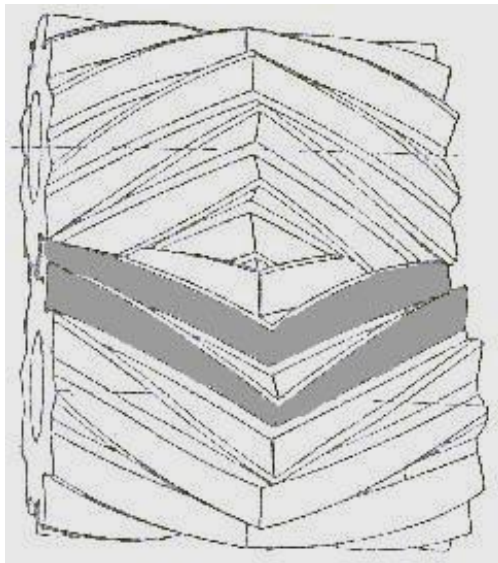
De dientes rectos:



De dientes helicoidales:



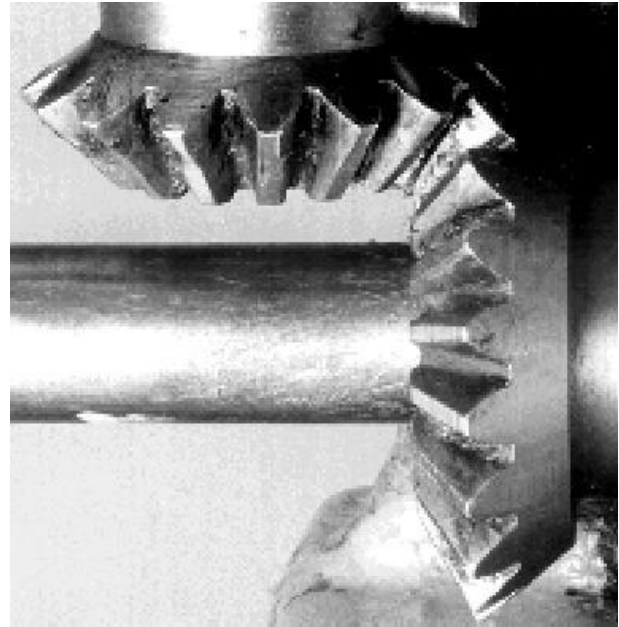
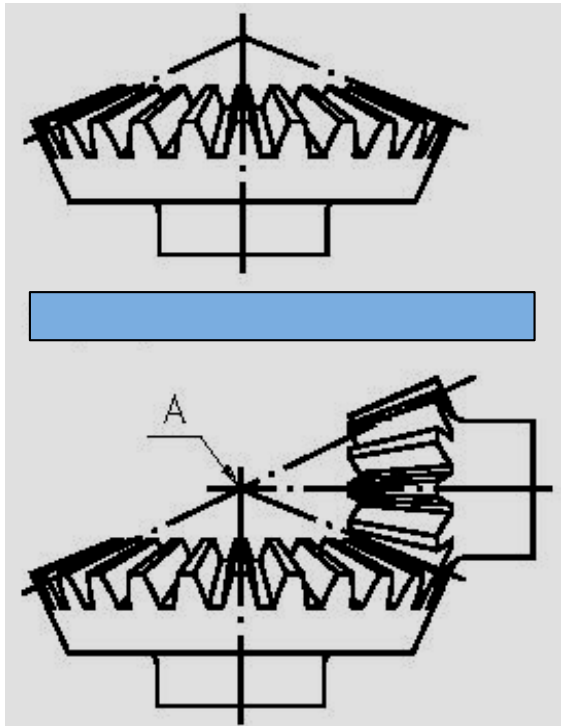
Doble helicoidal:



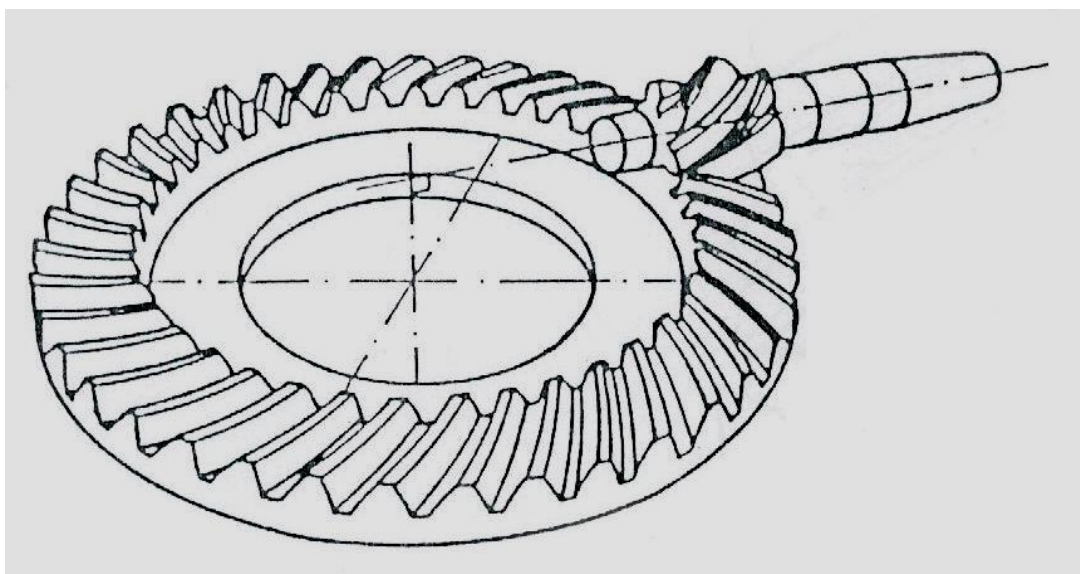


2. - **Engranajes concurrentes:** Los dos ejes se cortan en sus prolongaciones.

Engranaje cónico de dientes rectos:

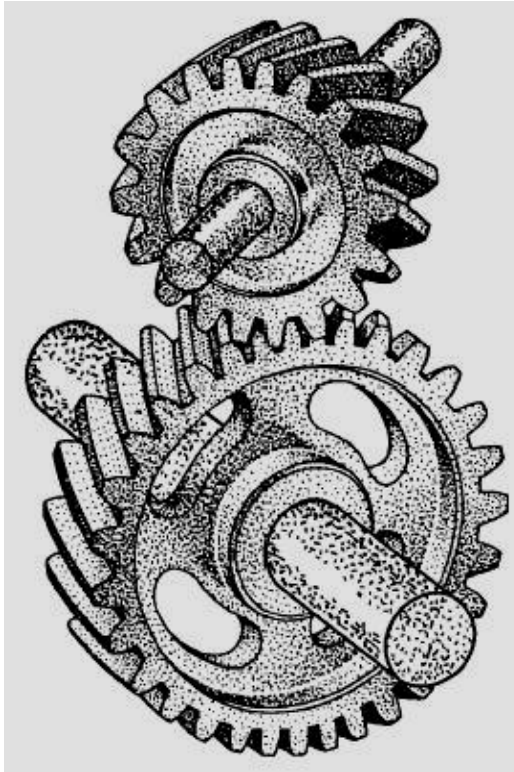


Engranaje cónico de dientes en espiral:



3. - **Engranaje cruzado:** los dos ejes ocupan una posición relativa cualquiera no son ni paralelos ni concurrentes.

Engranaje cruzado helicoidal:



Engranaje cruzado Sin fin-corona:



## CAPITULO 3

### ENGRANAJE RECTO

#### 3.1 GENERALIDADES

Los engranes rectos se emplean para transmitir movimientos de rotación entre ejes paralelos o para la transformación de un movimiento de rotación en rectilíneo y viceversa. Su contorno es de forma cilíndrica circular y sus dientes son longitudinalmente paralelos al eje de rotación.

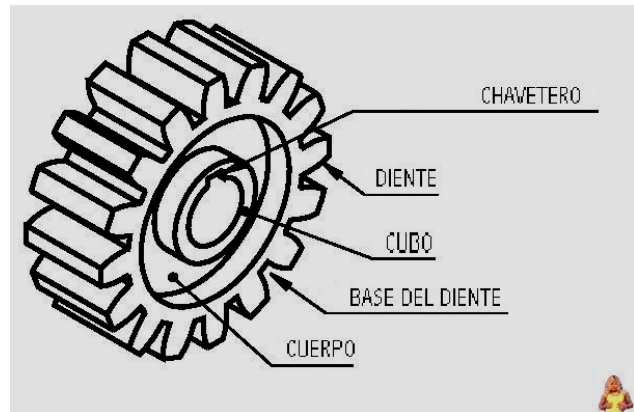


Fig.3.1  
Engranaje recto

Su diseño y forma varia de acuerdo a la aplicación que se le dé. (Fig. 3.2)

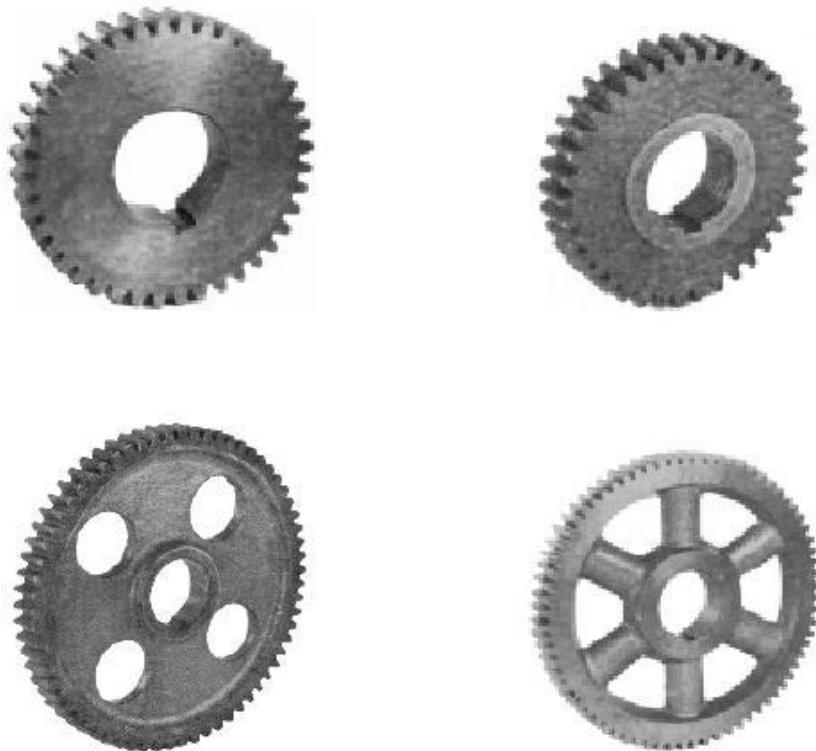


Fig. 3.2  
Variación de diseños

### 3.1.1 PARTICULARIDADES DE LOS ENGRANAJES RECTOS.

Consideremos dos ejes paralelos  $O_1$  y  $O_2$  (Fig. 3.3) El eje conductor  $O_1$ , gira con una velocidad angular  $\omega_1$  y se desea que el eje conducido  $O_2$ , gire en sentido inverso con una velocidad angular  $\omega_2$ .

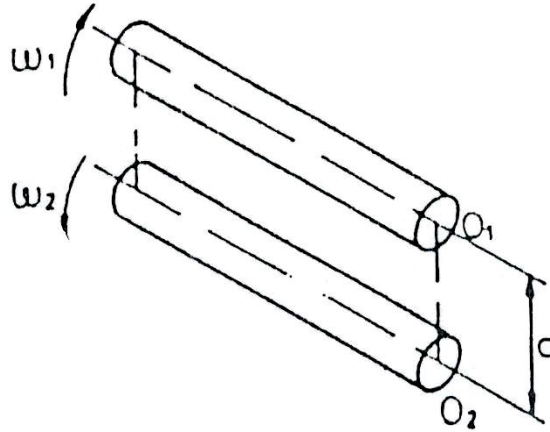


Fig. 3.3  
Sentido de giro de 2 ejes paralelos

En este caso se adoptan dos posibles soluciones:

- 1.- Rodillos de fricción (Fig. 3.4).
- 2.- Engranajes rectos (Fig. 3.5).

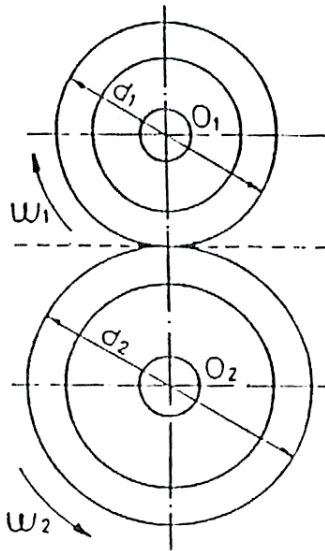


Fig.3.4  
Rodillos de fricción

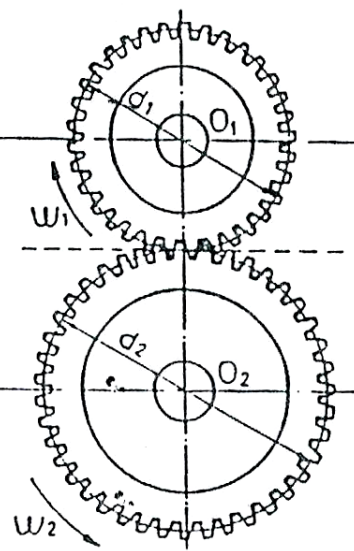


Fig.3.5  
Engranajes rectos

En el caso de los rodillos de fricción, si no existe deslizamiento en el punto de contacto, la velocidad tangencial de ambos rodillos será igual, por tanto:

$$V_{t1} = V_{t2}$$

$$W_1 \frac{d_1}{2} = W_2 \frac{d_2}{2} \quad ; \quad \frac{W_1}{W_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

En el caso de los engranajes rectos, imaginariamente hacen contacto dos circunferencias de diámetros  $d_1$  y  $d_2$ , rodando una contra la otra, sin deslizamiento, con lo cual también se cumple:

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{r_2}{r_1} \quad (3,1)$$

A estas circunferencias imaginarias de los engranes rectos se les denomina:

**“Circunferencias primitivas”**

#### Inconvenientes de los rodillos de fricción:

- El arrastre se realiza por rozamiento, por tanto el rendimiento del sistema es bajo.
- En el instante en que los esfuerzos a transmitir sobrepasan ciertos valores, se produce un deslizamiento, con lo cual desaparece el sincronismo entre los dos ejes

#### Ventajas de los engranajes rectos:

- El arrastre se realiza por forma, por tanto el rendimiento del sistema es alto.
- Al tratarse de ruedas dentadas, este sistema asegura un sincronismo total entre los dos ejes.

### 3.1.2 CARACTERÍSTICAS DEL PERFIL DEL DIENTE

Para que los engranajes puedan cumplir su función, es preciso que los perfiles de los dientes cumplan ciertas condiciones, como:

1. En todo momento los perfiles han de ser tangentes
2. La relación de velocidades angulares  $w_1/w_2$  debe mantenerse constante en el tiempo.

Y cuando se cumplen dichas condiciones se dice que los engranajes tienen **ACCION CONJUGADA**

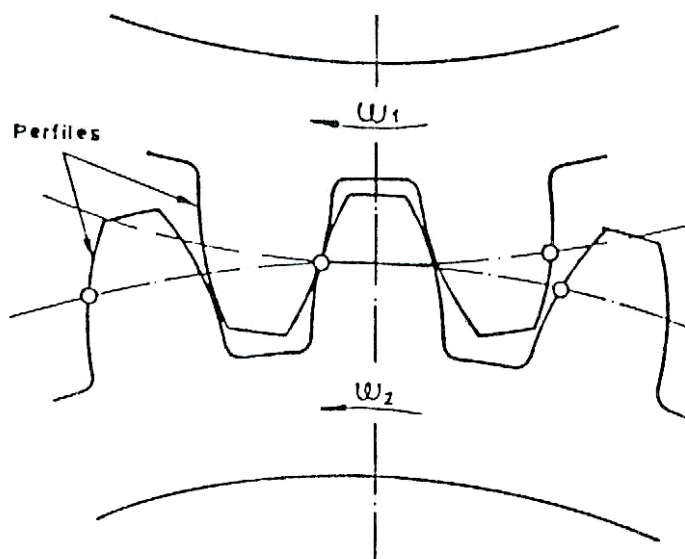


Fig.3.6



### 3.2 LEY FUNDAMENTAL DEL ENGRANE

En el análisis que sigue se supone que los dientes están perfectamente formados, y son lisos y absolutamente rígidos.

Para mantener la relación de velocidades angulares constante en el tiempo, el engranaje entre un par de dientes debe ser continuo, desde el punto (A) en el cual se inicia el contacto, hasta el punto(B), donde termina. Ver figura 3.7.

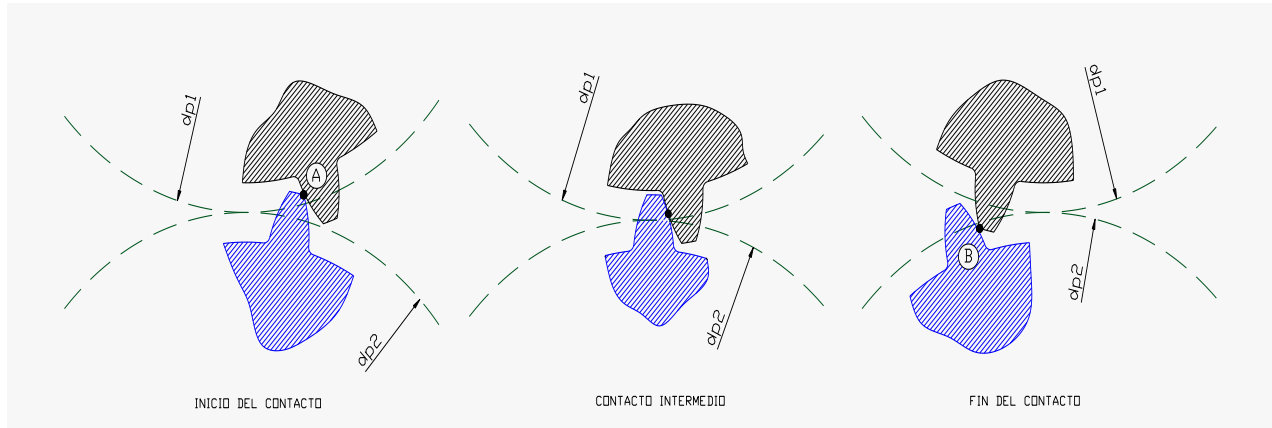


Fig. 3.7  
Continuidad del engrane

La recta que se genera desde el punto “A” hasta “B” representa los puntos de contacto sucesivos que se producen durante el engranaje de dos dientes y es la dirección en que actúan las fuerzas.

A esta recta se la denomina

**“Línea de acción”**

Como se indica en la Fig.3.7 la “línea de acción” corta a la recta que une los centros ( $O_1$ - $O_2$ ) en el punto “I”, que se denomina:

**Punto primitivo**

Para una transmisión positiva de movimiento (sin deslizamiento), los dientes no tienen que ser de una forma particular. Sin embargo, para una operación tranquila y sin vibraciones, las velocidades de los círculos primitivos de los dos engranajes deben ser las mismas en todo momento. Este enunciado se refiere especialmente al corto intervalo de tiempo durante el cual dos dientes particulares están en contacto. Si el círculo primitivo del impulsor se está moviendo con velocidad constante, la forma de los dientes debe ser tal que la velocidad del círculo primitivo del engrane impulsado no aumente ni disminuya en ningún instante en que se tocan los dos dientes. Cuando esta condición se satisface, se dice que los engranes cumplen la ley fundamental del engrane.

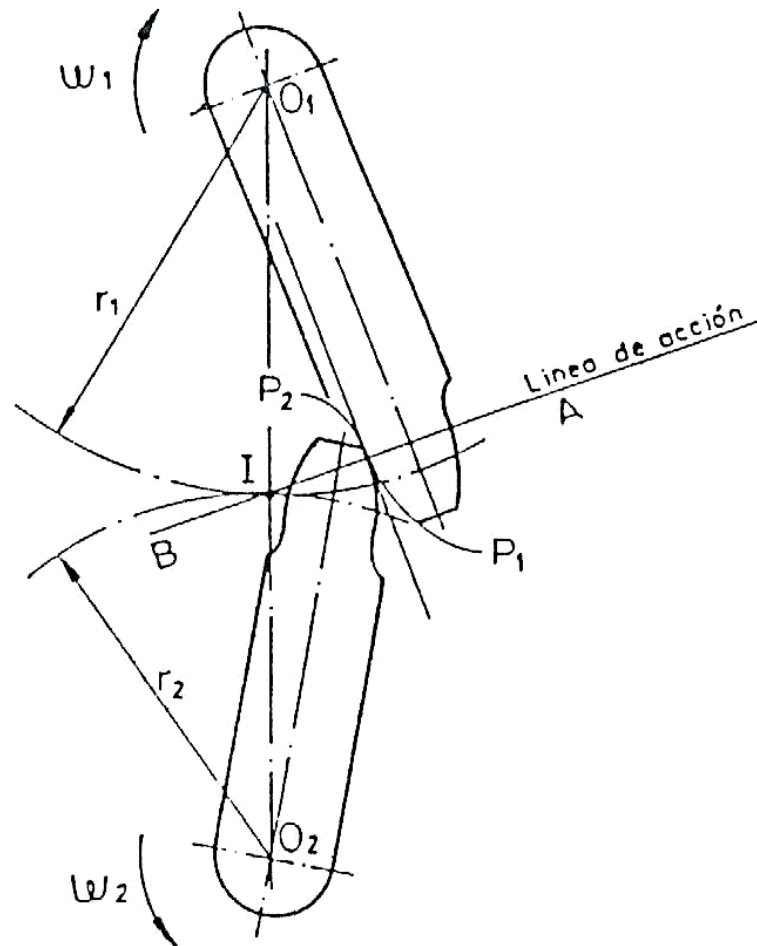


Fig.3.8  
Representación de la línea de acción

### 3.2.1 LEY DE VELOCIDADES DE ENGRANE DE LOS DIENTES

En la figura 3.9 se muestran porciones de dos engranes con centros en  $O_1$  y  $O_2$ , Los engranes tienen velocidades angulares de  $\omega_1$  y  $\omega_2$ , respectivamente.

Los dientes están en contacto en el punto  $K_1$ , pero ninguna forma particular se ha especificado aún para el perfil del diente. Las líneas  $NN$  y  $TT$  representan, respectivamente, la normal y la tangente dibujadas a las superficies del diente en  $K_1$ . La normal  $NN$  intercepta la línea de centros en el punto  $O$ .

El vector  $K_1M_1$  representa la velocidad de  $K_1$  considerado como un punto del engrane 1. El vector es perpendicular al radio  $O_1K_1$ . De manera similar,  $K_1M_2$  representa la velocidad de  $K_1$  cuando  $K_1$  se considera como un punto sobre el engrane 2.

Como los dientes permanecen en contacto, la proyección  $K_1N_1$  de los vectores de velocidad sobre la normal común, debe ser la misma para ambos engranes.

Según la figura,(3.9)

$$K_1M_1 = \omega_1 \times O_1K_1,$$

$$K_1M_2 = \omega_2 \times O_2K_1$$

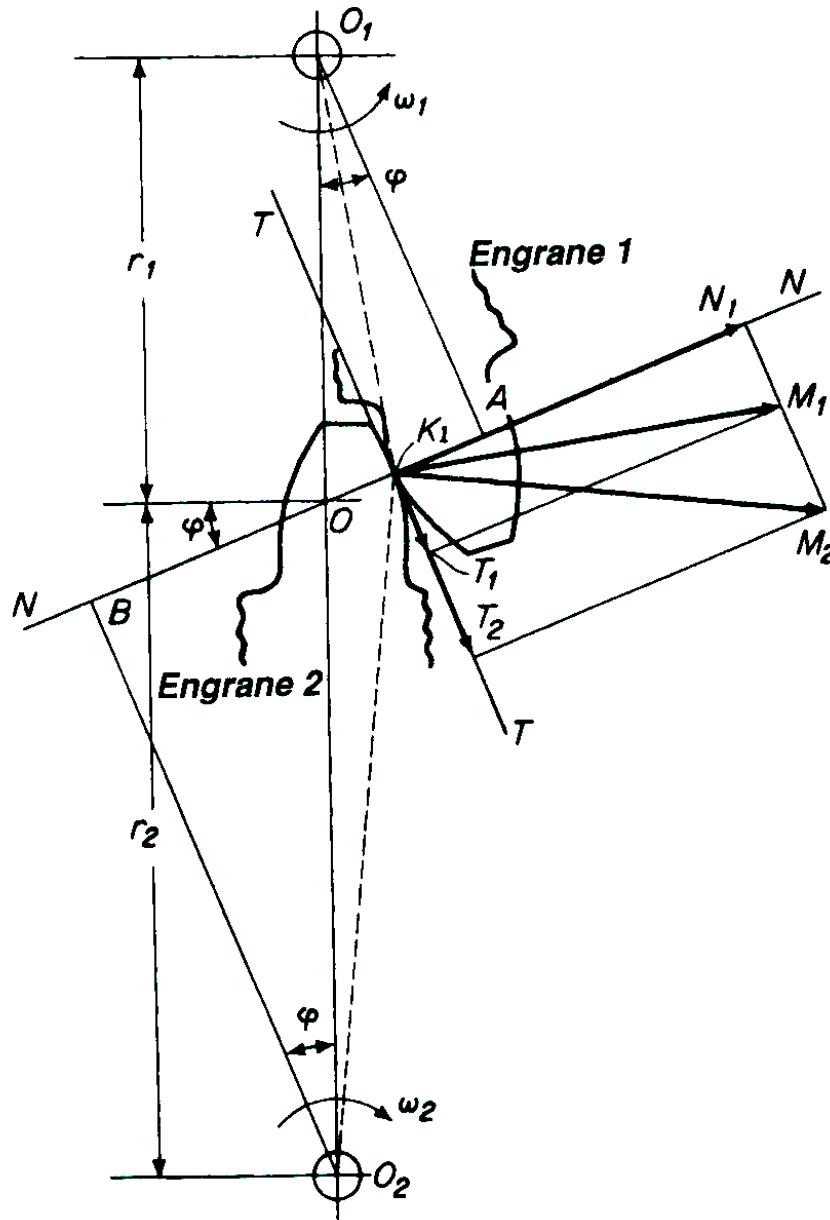


Fig.3.9

La componente de la velocidad normal a la superficie del diente en un punto de contacto es la misma para ambos engranes

por lo que

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{O_1 K_1}{K_1 M_1} \times \frac{K_1 M_2}{O_2 K_1} \quad (a)$$

Por triángulos semejantes, se obtienen las siguientes relaciones:

$$\frac{O_1 K_1}{K_1 M_1} = \frac{O_1 A}{K_1 N_1} \quad y \quad \frac{K_1 M_2}{O_2 K_1} = \frac{K_1 N_1}{O_2 B}$$

Sustituyendo en la ecuación (a) resulta:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{O_1A}{O_2B} \quad (c)$$

Además, por triángulos semejantes se tiene también:

$$\frac{O_1A}{O_2B} = \frac{O_1O}{O_2O} \quad (d)$$

La sustitución en la ecuación (c) da:

$$\omega_1 \times O_1O = \omega_2 \times O_2O$$

La razón  $\omega_1/\omega_2$  debe permanecer constante en todo momento para que no haya cambio en la razón de velocidades de los dos engranes.

Entonces:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2O}{O_1O} \quad (3,2)$$

De las ecuaciones (1) y (2) se resuelve y el resultado es:

$$O_1O = r_1$$

$$O_2O = r_2$$

El punto  $O$ , es por consiguiente, un punto fijo por el cual se trazan los círculos primitivos. En consecuencia, para satisfacer la ley fundamental del engrane, los lados de los dientes deben estar configurados de modo que la normal trazada por el punto de contacto pase en todo momento por el punto de paso  $O$ .

Puede demostrarse que los dientes de engranes compuestos de involutas o cicloides satisfacen la ley fundamental. Para engranes de involutas, la normal  $NN$  no sólo pasa a través del punto  $O$  en todo momento, sino que mantiene una inclinación constante  $\phi$  con respecto a la tangente común a los círculos primitivos. Para engranes cicloidales, el punto  $O$  permanece fijo pero el ángulo  $\phi$  varía conforme la posición del punto de contacto  $K$  cambia.

Por tanto en el caso de los engranes las componentes normales de las velocidades  $M_1$  y  $M_2$ , tienen que ser iguales a  $N_1$

Ósea:

$$N_1 = M_1 = M_2$$

Entonces:

$$\omega_1 \times O_1A = \omega_2 \times O_2B \quad (3,4)$$

Así las velocidades lineales de los círculos base de los dos engranajes son también iguales entre sí.

Y la relación de velocidades es:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2B}{O_1A} = \frac{r_2}{r_1} \quad (3,4)$$

### Ley fundamental del engrane

**“La perpendicular común a los perfiles  $P_1$  y  $P_2$  de los dientes, en todo punto de contacto, debe pasar siempre por un punto fijo ( $O$ ), de la recta que une los centros de los engranes ( $O_1 - O_2$ )”**

### 3.3 PERFIL DE LOS DIENTES

Varias son las formas que pueden satisfacer las exigencias fundamentales de la acción de engranaje, como el perfil de evolvente de círculo y el perfil cicloidal, etc.

Pero en este estudio solamente se va a considerar el perfil de:

#### **Evolvente de círculo**

Las ventajas del sistema de engranajes con perfil evolvente son las siguientes:

- Economía del procedimiento de tallado. Número de útiles reducido.
- Curva continua en todo el flanco (recta en la cremallera). En el sistema cicloidal, el flanco está formado por dos curvas, y por tanto, la ventaja del primero, en cuanto a facilidad de mecanizado, es indudable.
- Los engranajes con dientes en evolvente, son los únicos que pueden funcionar con distancias entre centros variables conservando la relación de velocidades angulares.
- El diente con perfil de evolvente es más sólido a igualdad de paso, que el cicloidal.

#### 3.3.1 DENTADO DE EVOLVENTE

La curva está descrita por un punto de una línea, cuando ésta rueda sin deslizar sobre una circunferencia (Fig. 3.10). También se puede definir como la curva trazada por el extremo de una cuerda inextensible, que se mantiene tirante, mientras se desenrolla de un cilindro llamado: **Cilindro base**

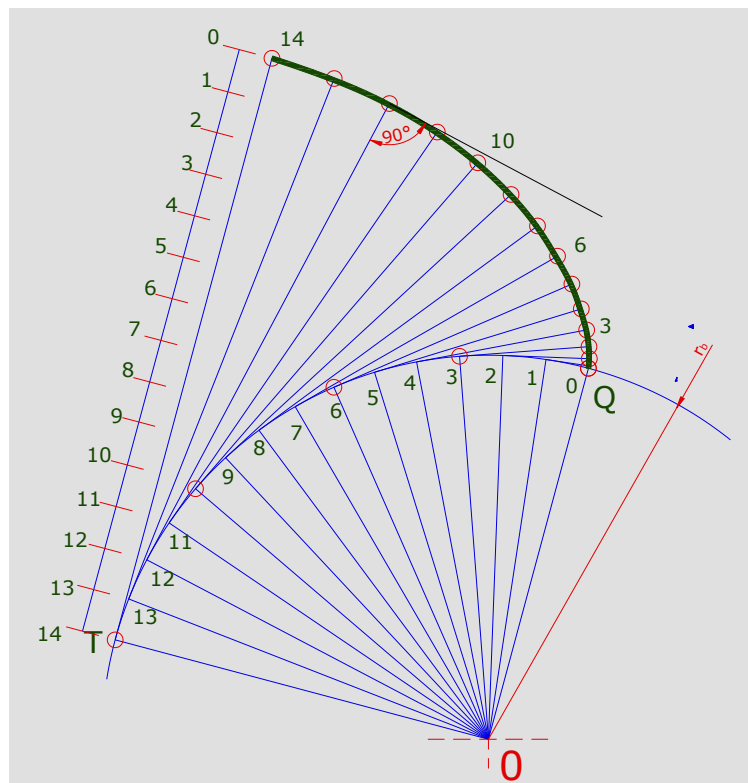


Fig. 3.10  
Perfil de evolvente

### 3.3.2 PROPIEDADES DE LA EVOLVENTE

- Considerando la cuerda tensada (TV) tangente al círculo y arrollándosela a dicho círculo, hasta el punto Q, se deduce:

$$TQ = TV$$

- El Centro instantáneo de rotación de la cuerda (TV), está siempre situado en su punto de tangencia con la circunferencia base.
- La perpendicular a la evolvente en cualquier punto, es tangente a la circunferencia base.

A continuación se presenta otro sistema, con el cual es posible desarrollar un perfil de evolvente (Fig. 3.11)

A medida que se desplaza la cuerda hacia la izquierda (b) (manteniéndola siempre tirante), el cilindro gira, con lo cual el punto va trazando sobre la brida (E) el perfil de evolvente como se indica en (c).

El círculo sobre el cual se genera el perfil de evolvente se define como: **Círculo base**

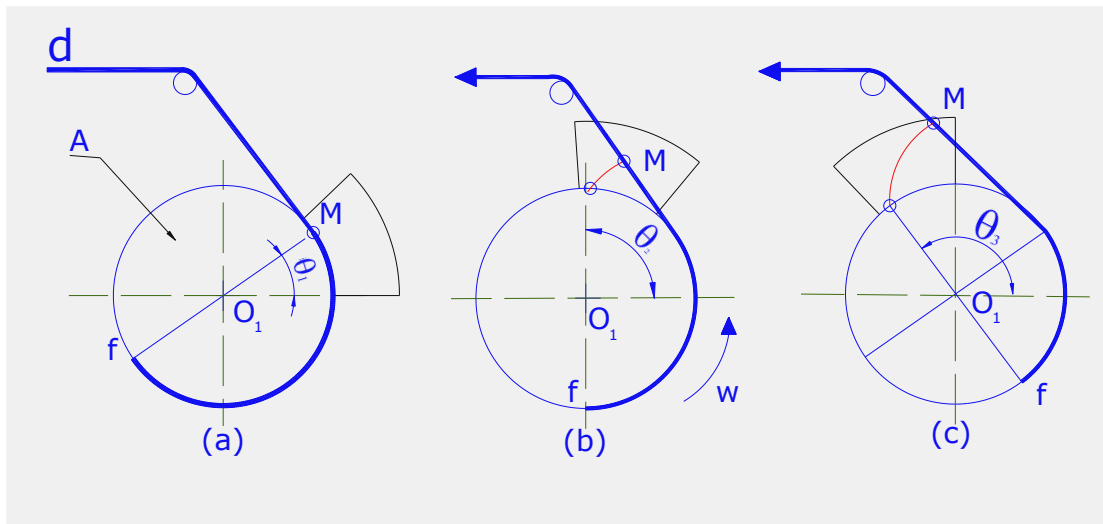


Fig. 3.11  
Desarrollo del perfil de evolvente

### 3.4 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS

#### 3.4.1 PERFILES CONJUGADOS

En el apartado anterior se decían las condiciones que han de satisfacer los perfiles conjugados. A continuación se presenta un sistema con el cual es posible desarrollar los perfiles conjugados de los dientes, en evolvente.

En la (Fig. 3.12), se indican los cilindros base de cada engrane, con centros  $O_1$  y  $O_2$ .

Se enrolla una cuerda (A-B) sobre los cilindros, con un punto trazador montado en M, que está en contacto con las bridas montadas sobre los dos cilindros.

A medida que el cilindro superior gira ( $\omega_1$ ), la cuerda se desplaza y hace girar al cilindro inferior ( $\omega_2$ ), con lo cual el punto trazador describe los dos perfiles de evolvente  $P_1$ ,  $P_2$  sobre las bridas correspondientes a los cilindros base de diámetro  $d_{b1}$  y  $d_{b2}$ .

$P_1$  y  $P_2$  son los **perfiles conjugados**



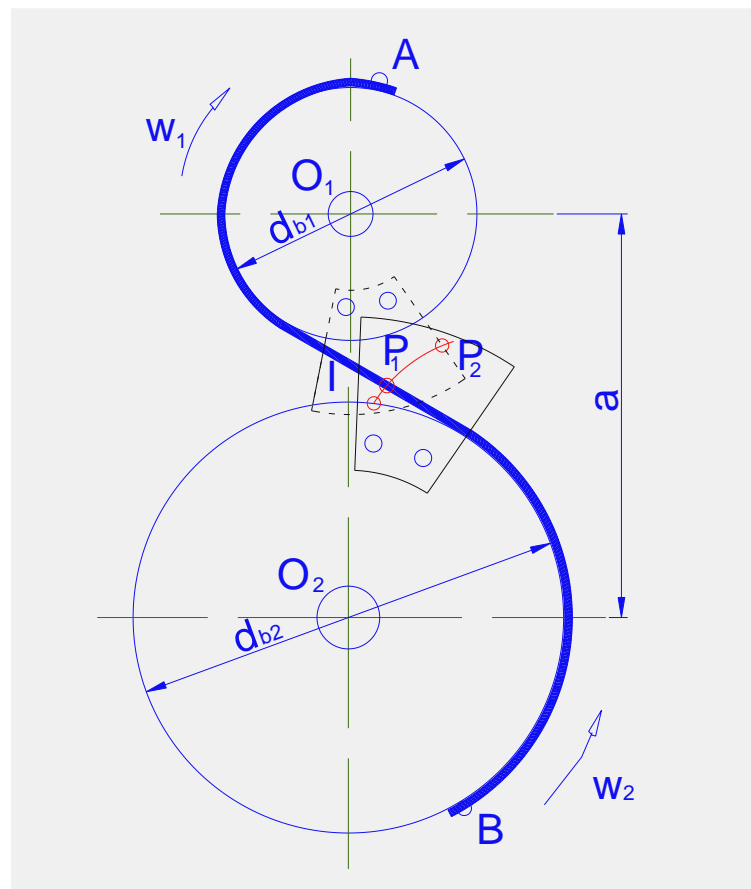


Fig. 3.12  
Perfiles conjugados

La cuerda, que es tangente a ambos cilindros base, es la perpendicular común a los perfiles conjugados  $P_1$ ,  $P_2$  en el punto de contacto  $M$ , puesto que una tangente a los cilindros base es siempre perpendicular a la evolvente correspondiente. Esta cuerda, corta a la recta que une los centros  $O_1$  y  $O_2$  en el punto fijo "I" (punto primitivo) y así queda satisfecha la ley fundamental del engranaje.

### 3.4.2 ANGULO DE PRESION( $\alpha$ )

Se llama ángulo de presión ( $\alpha$ ) al ángulo formado por la línea de acción y la perpendicular a la recta que une los centros  $O_1$ - $O_2$  (Fig. 3.13)

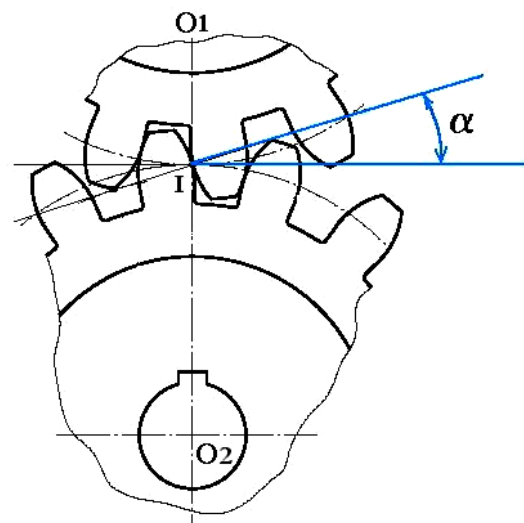


Fig 3.13  
Angulo de presión

### Relación entre diámetro base y diámetro primitivo

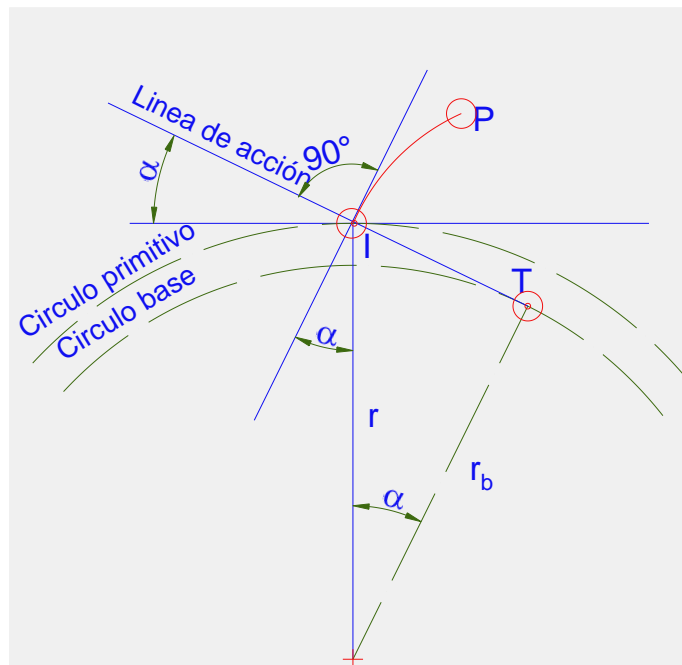


Fig. 3.14  
Diámetro base y diámetro primitivo

De la figura 3.13, utilizando las relaciones del triángulo se deduce:

$$r_b = r * \cos \alpha$$

$$d_b = d * \cos \alpha$$

### 3.4.3 PASO PRIMITIVO(P) – MODULO (m)

En la (Fig. 3.15), se han trazado las dos circunferencias primitivas y algunos dientes sucesivos de dos engranes. Los dientes están evidentemente espaciados de forma regular sobre los círculos primitivos correspondientes.

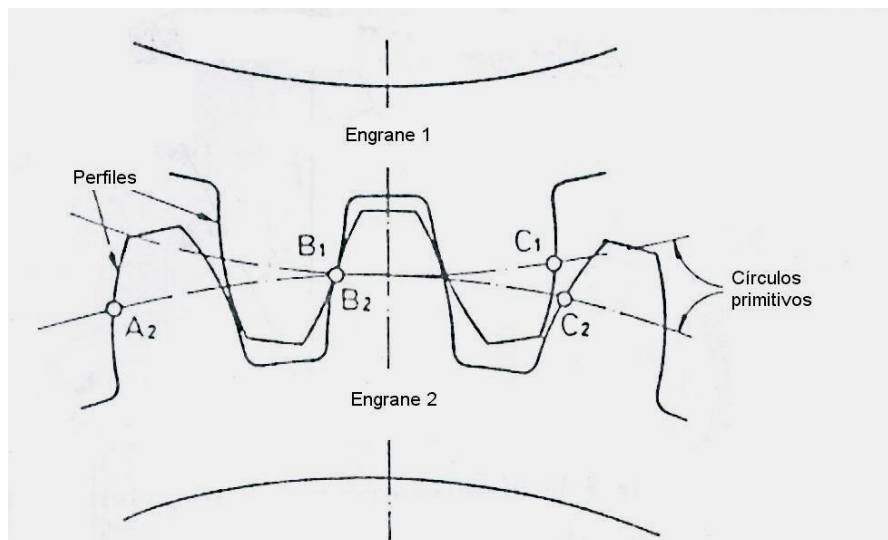


Fig. 3.15 Engranaje entre dientes

Paso primitivo (P): es la distancia entre dos perfiles homólogos consecutivos, medida sobre el círculo primitivo.

$$P = \overline{A_2 \bullet B_2} = \overline{B_2 \bullet C_2}$$

Para realizar el engranaje, el paso de ambos engranes debe ser el mismo.

$$\overline{A_2 \bullet B_2} = \overline{B_2 \bullet C_2}$$

Siendo  $Z_1$  y  $Z_2$  los números de dientes de los engranes la longitud de los círculos primitivos es:

$$\pi * d_1 = p * z_1$$

$$\pi * d_2 = p * z_2$$

de donde:

$$\frac{p}{\pi} = \frac{d_1}{z_1}, \quad y \quad \frac{p}{\pi} = \frac{d_2}{z_2}$$

Al término,  $(p/\pi)$  se le denomina **módulo** ( $m$ )

$$m = \frac{P}{\pi} = \frac{d}{z} \quad (3,5)$$

Se trata de un término particularmente importante, que ya a permitir determinar gran parte de las características de los dentados.

En la tabla 3.1, se presentan los módulos normalizados.

Serie 1	0.05	0.06	0.08	0.1	0.12	0.16	0.20	0.25	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.25
	1.5	2	2.5	3	4	5	6	8	10	12	16	20	25	32	40	50	60
Serie 2	0.055	0.07	0.09	0.11	0.14	0.18	0.22	0.28	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75	0.85	0.95	1.125	1.375
	1.75	2.25	2.75	3.5	4.5	5.5	7	9	11	14	18	22	28	36	45	55	70

Tabla 3.1. Series de módulos, en mm, según DIN 780  
(Preferentemente se utilizarán los módulos de la serie 1.)

### Distancia entre centros – relación de transmisión

En un engranaje Fig.3.10, generalmente las condiciones de partida son:

- Distancia entre ejes “a”, (llamado distancia entre ejes a la semi-suma de los diámetros primitivos de los engranes).
- Relación de transmisión “i”, (llamado relación de transmisión a la relación de velocidades angulares correspondientes a los engranes).

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

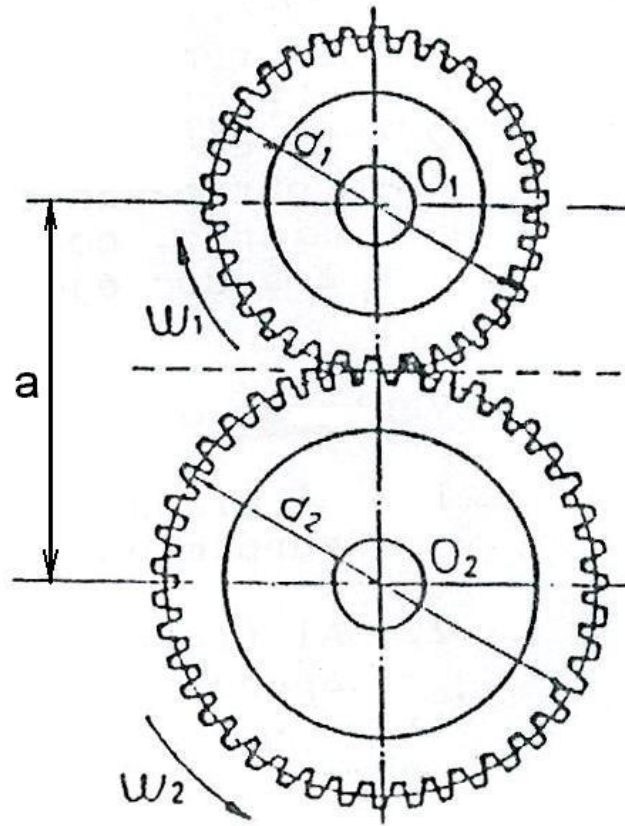


Fig.3.16  
Distancia entre centros

Donde:

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m \times z_1 + m \times z_2}{2}$$

$$a = \frac{m}{2} (z_1 + z_2)$$

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{m \times z_2}{m \times z_1}$$

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

(3,6)

#### 3.4.4 PASO BASE

Paso base es la distancia entre dos perfiles homólogos consecutivos medida sobre una perpendicular común a los dos perfiles o sea una tangente cualquiera al círculo base (Fig. 3.16). También se define como la distancia entre dos perfiles homólogos medida sobre el círculo base.

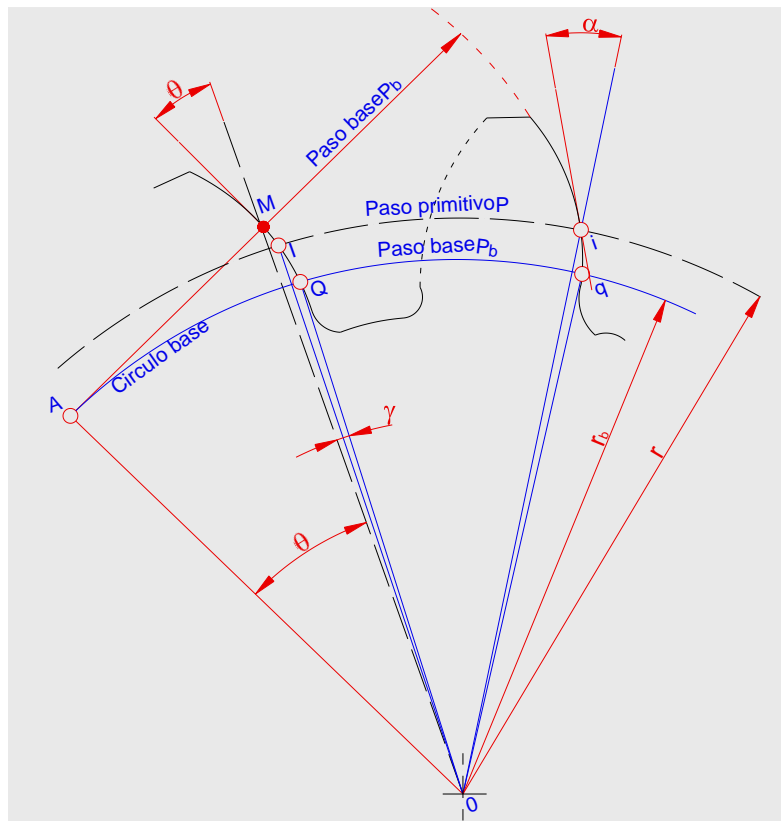


Fig. 3.17  
Paso base

siendo  $z$ , el número de dientes del engrane, la longitud del círculo base es:

$$\pi \cdot d_b = P_b \cdot z$$

Y la relación del paso primitivo y paso base es:

$$\pi \cdot d = P \cdot z$$

$$\pi \cdot d_b = P_b \cdot z$$

Igualando las dos expresiones.

$$z = \frac{\pi \cdot d}{P} = \frac{\pi \cdot d_b}{P_b}$$

y;

$$d_b = d \cdot \cos \alpha$$

entonces:

$$P_b = P \cdot \cos \alpha$$

(3,7)

### 3.4.5 ANGULO DE INCIDENCIA $\theta$ (Fig. 3.17)

El ángulo de incidencia es el ángulo que formar, en un punto cualquiera “M” de la envolvente, la tangente a la curva con el radio coincidente en este punto ( $r_M$  = radio del círculo que pasa por M).

El ángulo de presión es el ángulo de incidencia sobre el círculo primitivo.

$$\cos \theta = \frac{r_b}{r_M} \quad (3,8)a$$

$$\cos \alpha = \frac{r_b}{r} \quad (3,8)b$$

### 3.4.6 FUNCION “ENVOLVENTE”

Vamos a situarnos en un punto “M” cualquiera de la envolvente Fig.3.17 donde el ángulo de incidencia es “ $\theta$ ”. Sea el punto donde dicha envolvente encuentra el círculo—base. Se demuestra que:

$$\overline{AM} = r_b \cdot \text{tg} \theta = r_b \cdot \gamma = \overline{AQ} \quad (\text{paso base})$$

$$\gamma = \text{tag} \theta - \theta$$

de donde según la Fig. 3.17 el  $\overline{MOQ} = \gamma = \text{tag} \theta - \theta$ ;  $\theta$  expresado en radianes

y la función  $(\text{tag} \theta - \theta)$  es la que se llama:  $\text{inv} \theta$

$$\text{inv} \theta = \text{tng} \theta - \theta$$

Existen tablas de función envolvente facilitando los cálculos muy numerosos que utilizan esta función.

### 3.4.7 ESPESOR (S) – INTERVALO (e).

Para un dentando normal y sin juego entre flancos se debe cumplir:

$$s = e = \frac{\pi \times m}{2} = \frac{p}{2}$$

Tenemos para los dos órganos de engranaje:

$$s_1 + e_1 = p = s_2 + e_2$$

y para un engranaje sin juego resulta además:

$$s_1 = e_2$$

$$e_1 = s_2$$

por tanto  $s_1 + s_2 = p$

Espesor- base: sb

Es necesario considerar aquí los puntos donde las envolventes encuentran al círculo -base



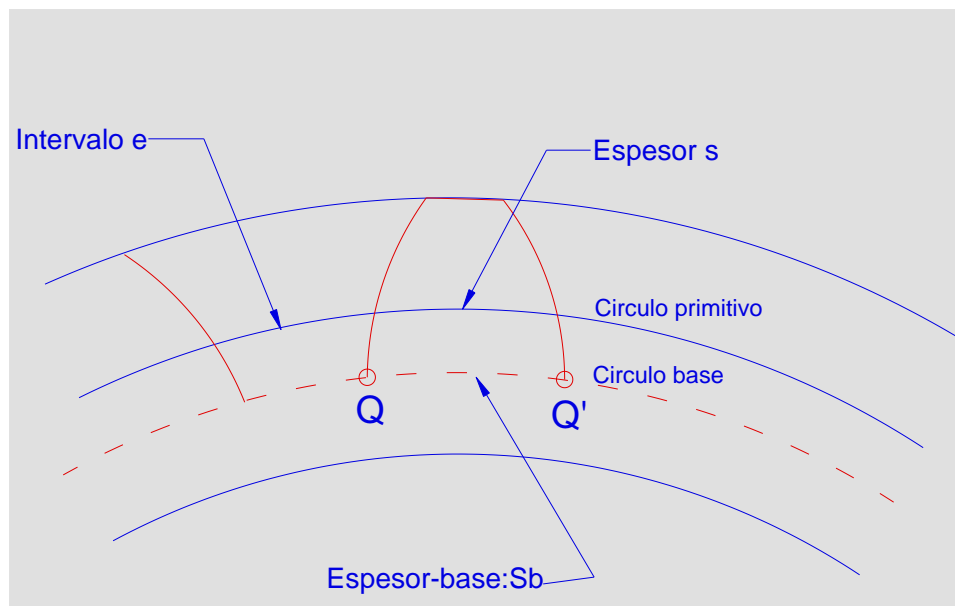


Fig3.18  
Diente de un engranaje recto

### 3.5 DEFINICIONES Y RELACIONES FUNDAMENTALES

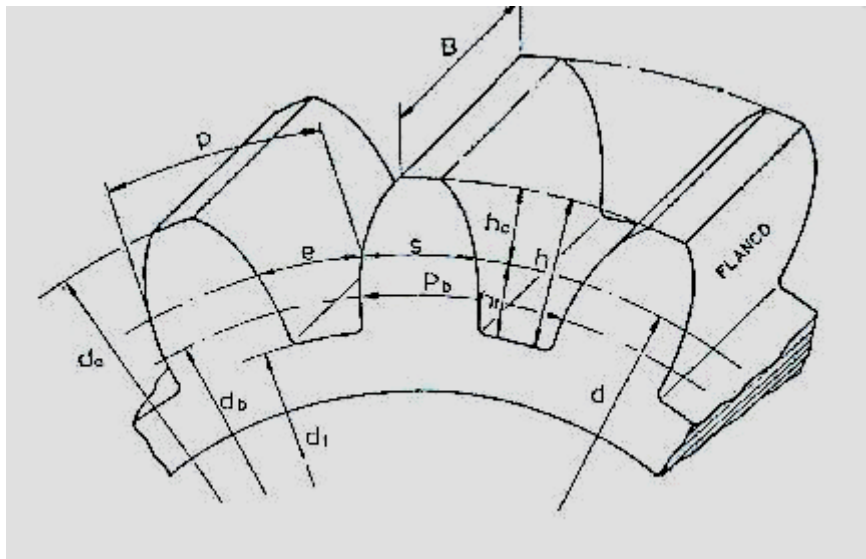
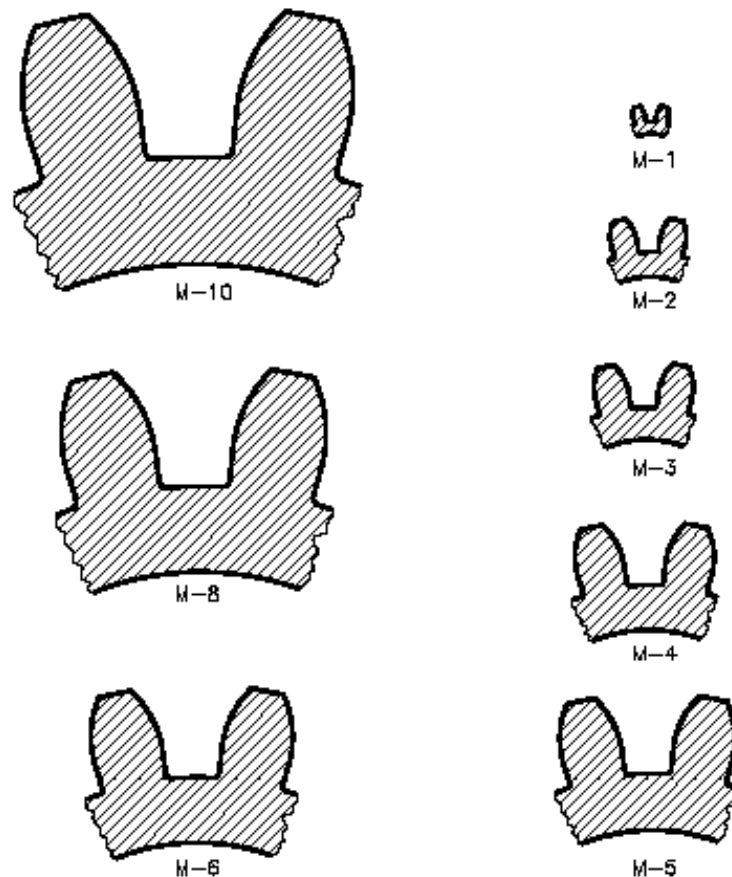


Fig. 3.19  
Elementos de un engranaje

- **Diámetro exterior**.- Es el diámetro correspondiente a la circunferencia que limita el diente exteriormente.
- **Diámetro del fondo**.- Es el diámetro correspondiente a la circunferencia que limita el diente interiormente.
- **Altura del diente**.- Es la distancia radial comprendida entre las circunferencias exterior y del fondo.
- **Altura de la cabeza del diente (add)**.- Es la distancia radial entre las circunferencias exterior y primitiva.
- **Altura del pie del diente (ded)**.- Es la distancia radial entre las circunferencias primitiva y del fondo.

Paso primitivo. (P)	$p = m * \alpha$
Diámetro primitivo. (d)	$pb = p * \cos \alpha$
Paso base. (Pb)	$d = m * z$
Diámetro exterior. (da)	$da = (d + 2m)$
Diámetro de fondo. (df)	$df = (d - 2.5m)$
Diámetro base. (db)	$db = d * \cos \alpha$
Altura del diente. (h)	$h = 2.25 * m$
Altura de la cabeza del diente. (ha) (Addendun)	$ha = m$
Altura del pie del diente. (hf) (Dedendun)	$hf = 1.25 * m$
Espesor del diente. (s)	$s = (p / 2)$
Intervalo del diente.	$e = (p / 2)$

### Proporciones del dentado normal



### 3.6 RUEDAS DE DENTADO INTERIOR

El engranaje interior generalmente se utiliza cuando existe el problema de espacio (Fig.3.19)



Fig.3.19

### 3.7 ENGRANAJE PIÑÓN CREMALLERA

El engranaje piñón cremallera es un sistema que permite transformar un movimiento de rotación en rectilíneo y viceversa

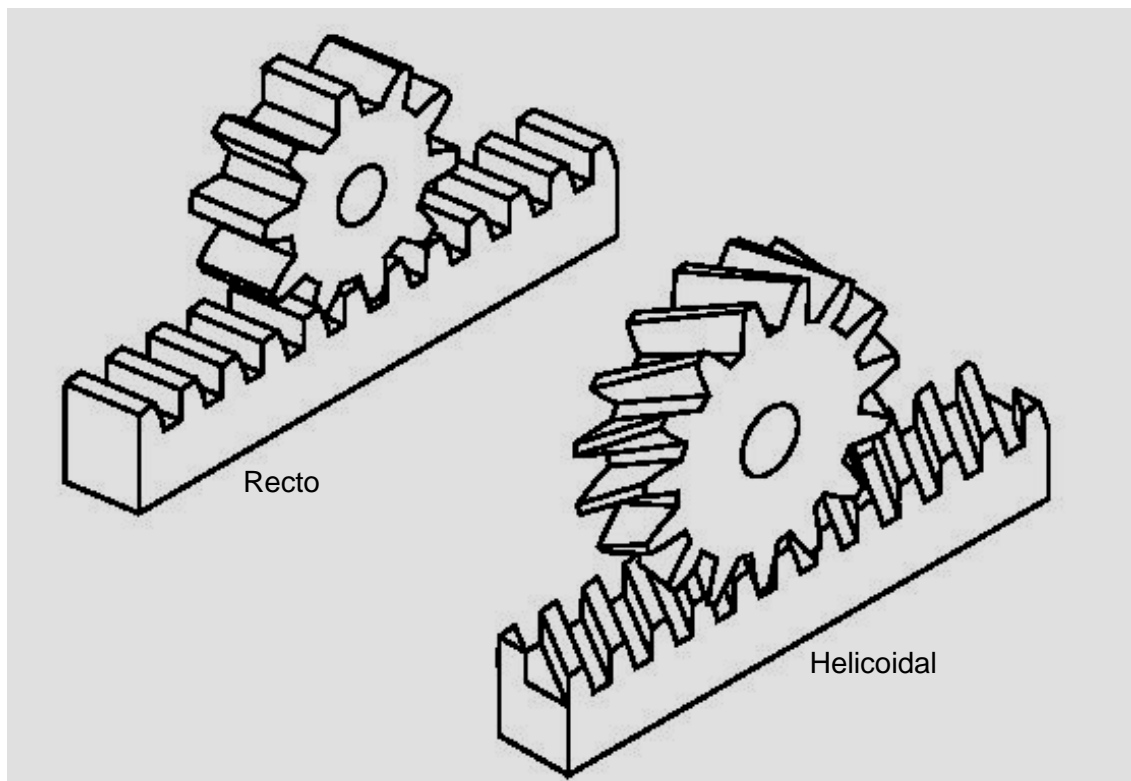


Fig.3.21

Piñón cremallera(dientes perpendiculares y dientes inclinados)

La cremallera puede concebirse, como un engrane con un círculo primitivo infinitamente grande, tan grande que la línea primitiva es una recta.

Para los dentados en envolvente, el círculo base correspondiente, es también infinitamente grande y con ella, igualmente, el radio de curvatura de los flancos, de manera que éstos son rectos. (Fig.3.22)

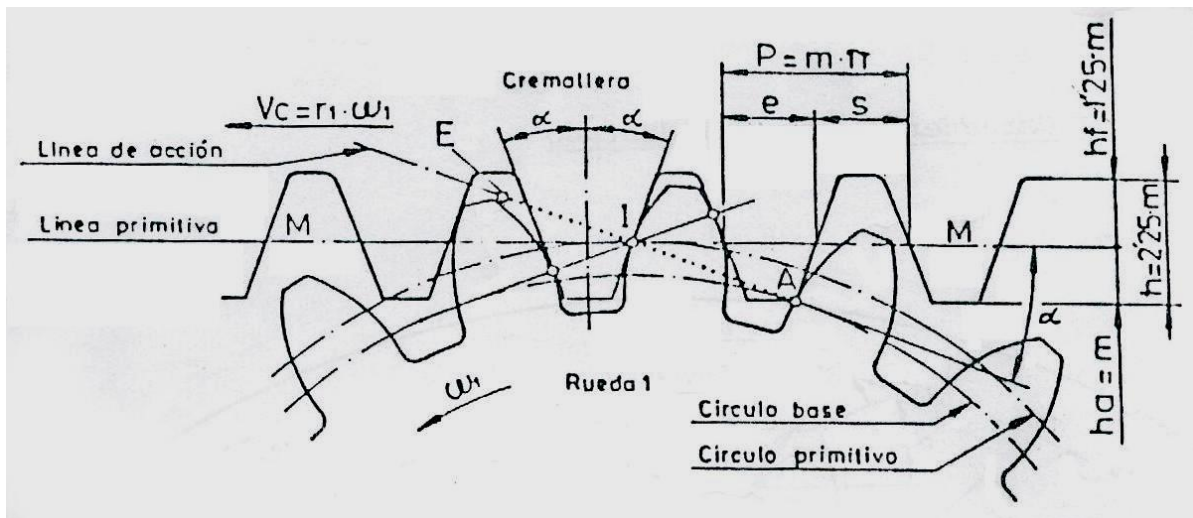


Fig.3.22  
Relaciones fundamentales

### 3.8 RELACION DE CONTACTO (grado de recubrimiento)

Las Figuras 3.23 y 3.24, permite, seguir el engranaje de un par perfiles conjugados "P" (conductor) y (conducido). Sabemos que la línea de acción pasa por el punto de tangencia "I" de los círculos primitivos, y esta inclinada según el valor del ángulo de presión.

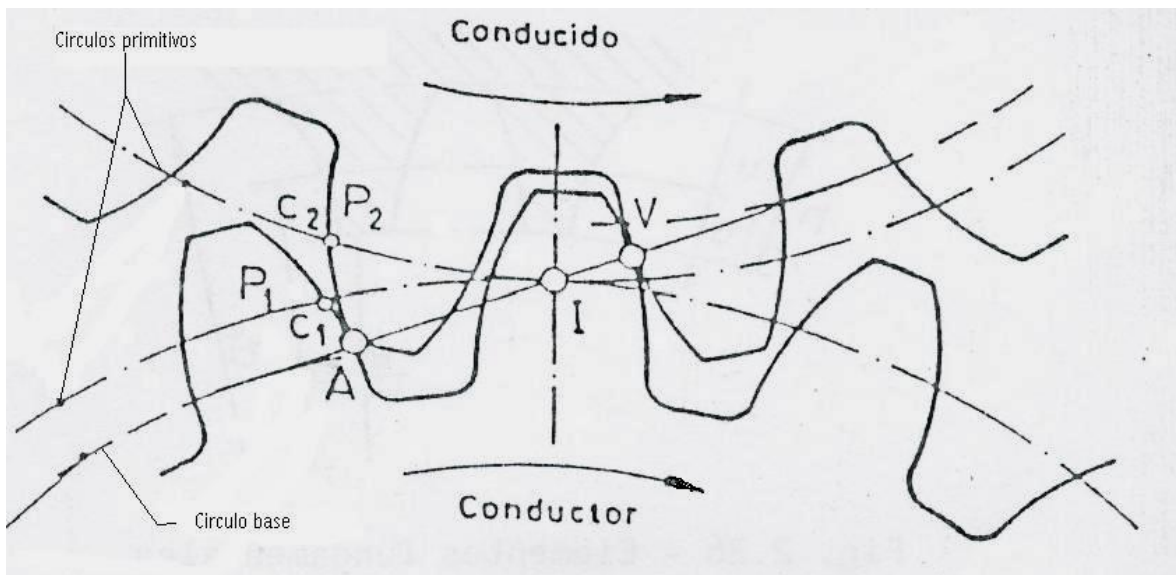


Fig.3.23  
Principio de engranaje: el perfil conducido es atacada por su parte superior cresta (A)

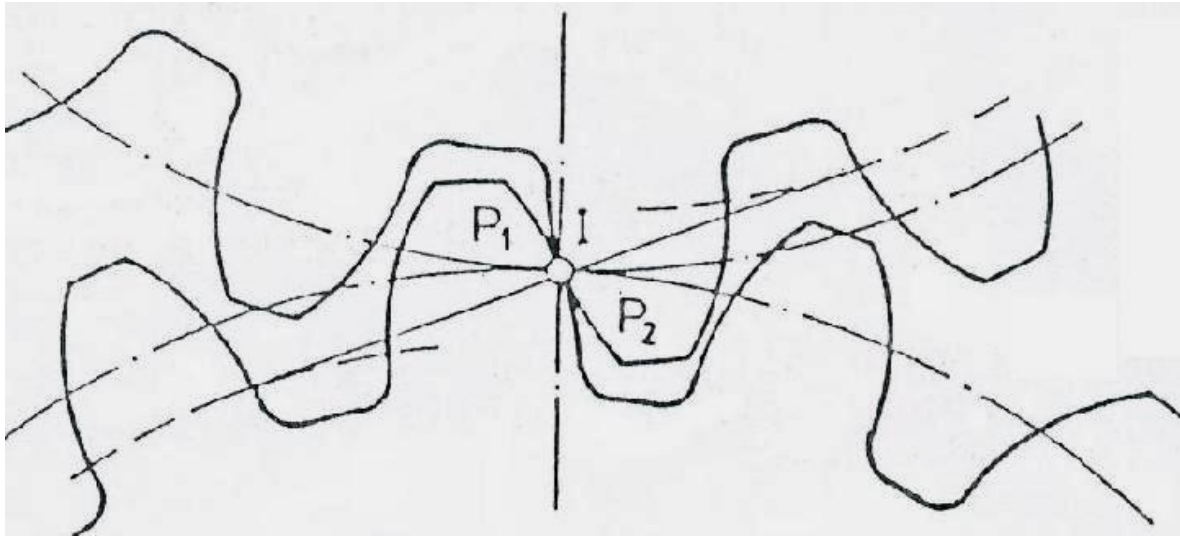


Fig.3.24

El punto de contacto se confunde con el punto primitivo "I"

**Periodo de aproximación:** es el periodo comprendido desde el principio del engranaje hasta el momento en que el punto de contacto está en I. (Fig.3.24)

**Longitud de aproximación (gf):** es la longitud de la línea de acción recorrida durante el periodo de aproximación ( $gf=AI$ ). (Fig.3.23)

**Periodo de alejamiento:** es el periodo comprendido desde el momento en que el punto de contacto está en I, hasta el fin del engranaje. (Fig.3.25)

**Longitud de alejamiento (ga):** es la longitud de la línea de acción recorrida durante el periodo de alejamiento ( $ga=IB$ ). (Fig.3.25)

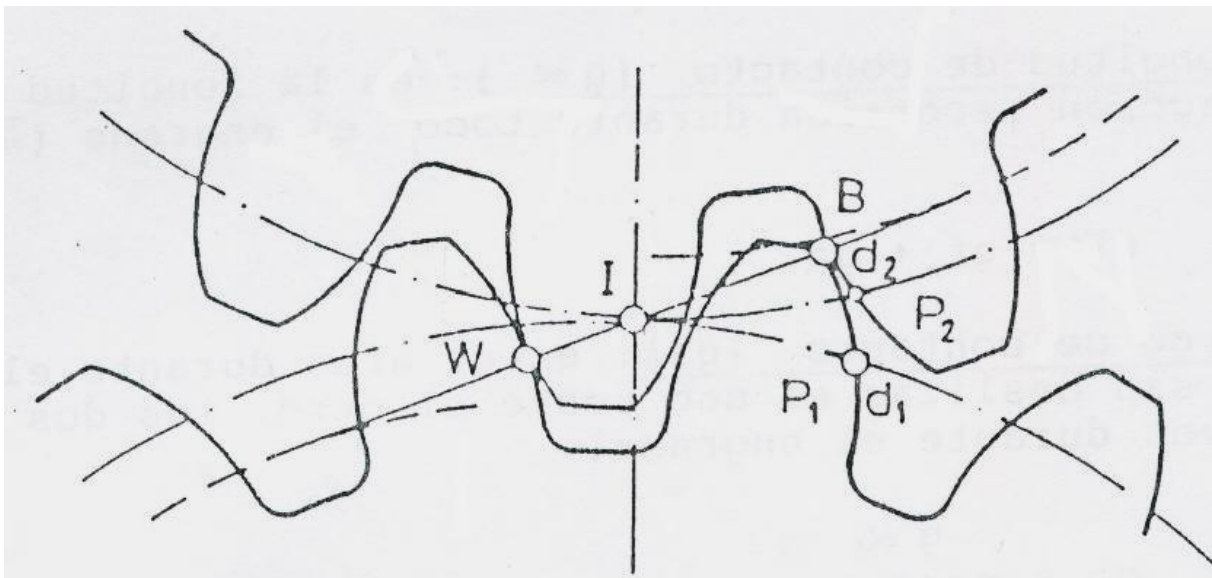


Fig.3.25

Fin de engranaje: el perfil conductor ya solo arrastra por su cresta (B)

**Longitud de contacto ( $g\alpha$ ):** es la longitud de la línea de acción recorrida durante todo el engrane ( $\overline{AB} = \overline{AI} + \overline{IB}$ )

$$g\alpha = gf + ga$$

**Arco de contacto ( $gt$ ):** es el arco durante el cual ha rodado, sin deslizar el uno sobre el otro, los dos círculos primitivos durante el engrane

$$gt = \frac{g\alpha}{\cos \alpha}$$

$$gt = \frac{AI}{\cos \alpha} + \frac{IB}{\cos \alpha} + \frac{g\alpha}{\cos \alpha}$$

Esta última fórmula se demuestra muy fácil recordando que la velocidad de desplazamiento del punto de contacto, a lo largo de la línea de acción, es igual a la velocidad tangencial de cada uno de los círculos primitivos multiplicado por su relación.

$$\frac{\overline{AI}}{C_1I} = \frac{\overline{AI}}{C_2I} = \frac{r_{b1}}{r_1} = \cos \alpha$$

En la figura 3.23 tenemos:  $\overline{C_1I} = \overline{C_2I} = \frac{\overline{AI}}{\cos \alpha}$

En la figura 3.24 tenemos:  $\overline{Id_1} = \overline{Id_2} = \frac{\overline{IB}}{\cos \alpha}$

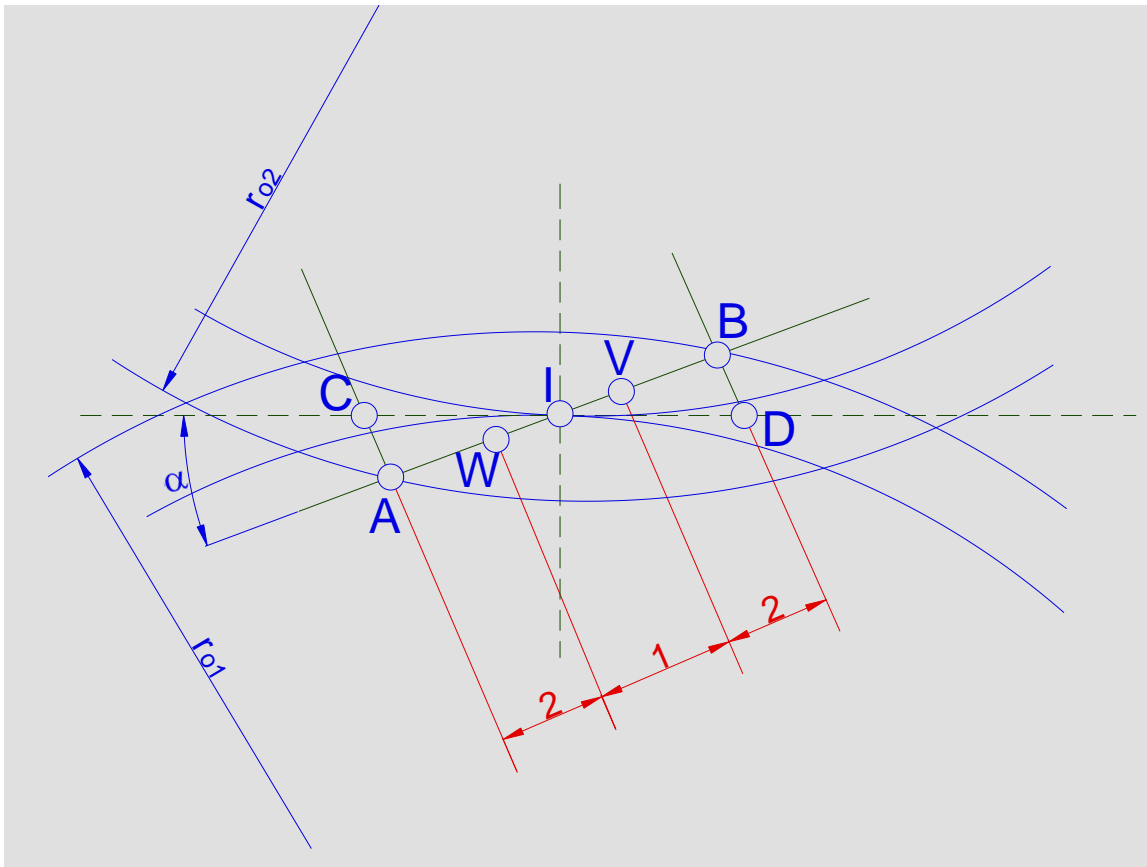


Fig.3.26



La Fig.3.26 es el esquema de engrane que permite definir los elementos precedentes a partir, simplemente, de los dos círculos exteriores y del ángulo de presión.

Evidentemente, es necesario que cuando un par de dientes conjugados dejan de engranar, otro par, por lo menos, haya empezado el engranaje. La Fig.3.27 representa un engranaje que estaría al límite de la continuidad del engrane. Tenemos entonces:

- Los puntos A y B se encuentran sobre los cilindros de base respectivamente.
- Longitud de contacto ( $g\alpha$ )=paso—base  $p_b$   $\overline{AB}$  Por definición de evolvente.
- Arco de contacto. ( $gt$ )= paso primitivo  $p$   $\left( gt = \frac{g\alpha}{\cos \alpha} \right)$

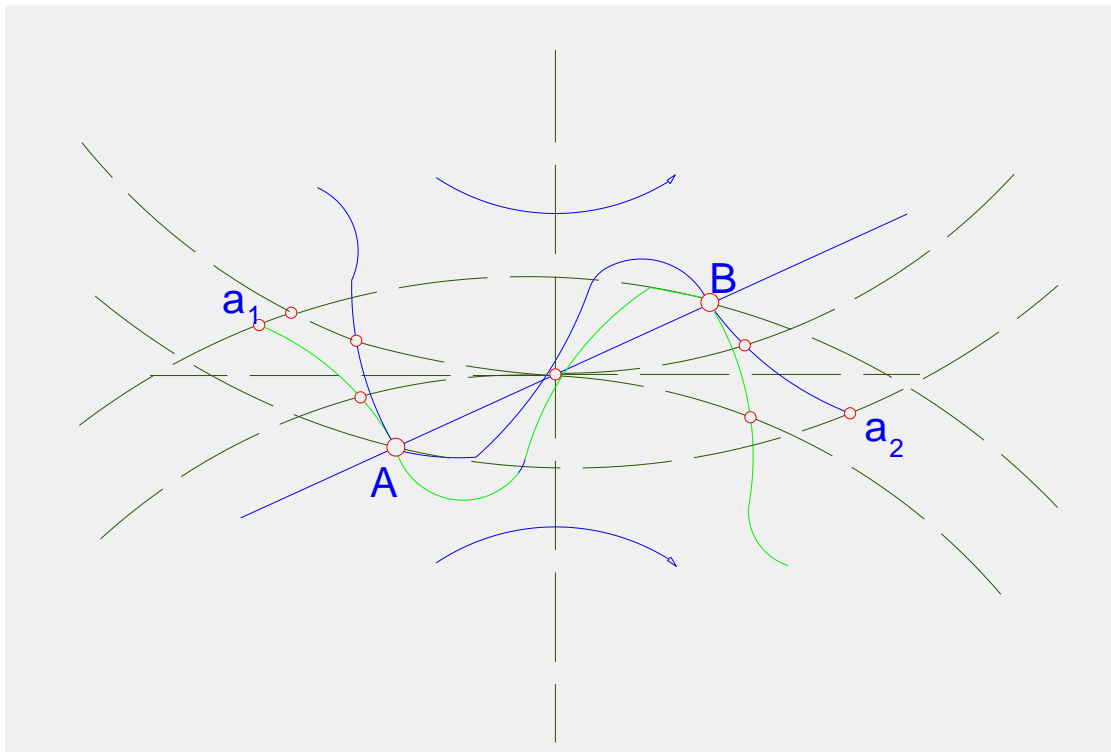


Fig. 3.27  
Límite de continuidad

No basta contentarse con esta igualdad en el caso de un dentado recto. Es necesario también que se verifique:

$$g\alpha > Pb \quad \text{ó} \quad gt > P$$

La relación de contacto queda definida como sigue:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{g\alpha}{Pb} = \frac{gt}{P} \quad (3,9)$$

En el caso de un dentado recto, el valor límite inferior práctico podría ser alrededor de (1,25 - 1,40).

Un valor de relación de contacto ( $\varepsilon_\alpha$ ) comprendido entre (1 a 2) significa, que en ciertos instantes, hay un solo par de dientes en contacto y en otros instantes hay pares de dientes en contacto simultáneo.

En la Fig.3.26 hemos marcado los puntos V y W, tales que:

$$\overline{AV} = \overline{BW} = \text{Paso base}$$

Por tanto, hay un solo par de dientes en contacto entre  $\overline{VW}$  y dos pares en el resto. Estas mismas condiciones representan en la Fig.3.28.

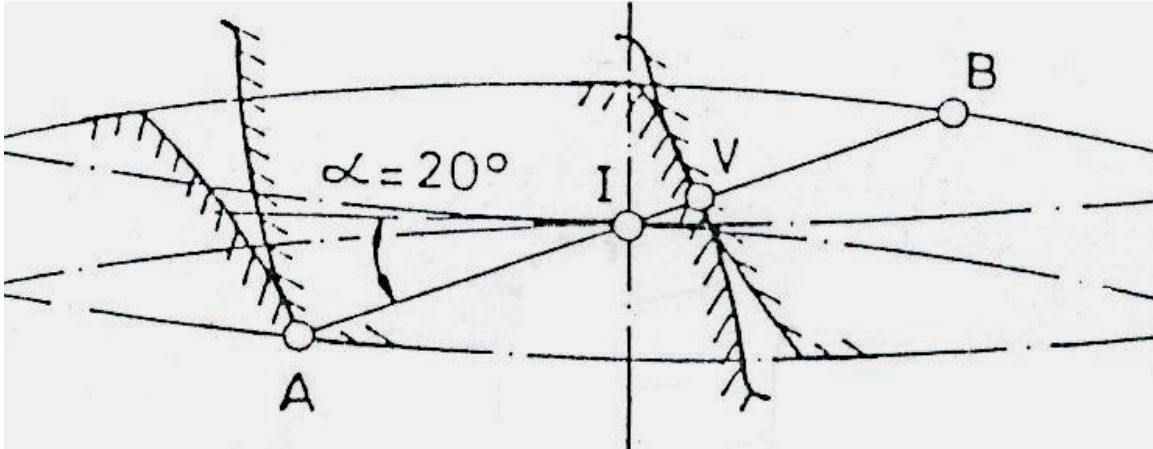


Fig.3.28

Por el contrario, en la Fig.3.29, se tiene:

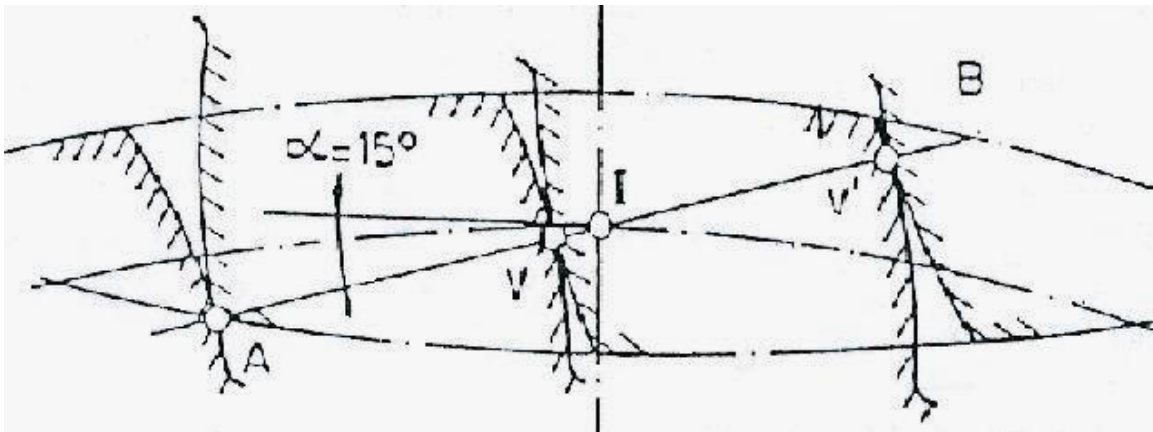


Fig. 3.29.

Donde:

$$\overline{AV} = \overline{VV'} = \text{Paso base}$$

Longitud de contacto ( $g\alpha = \overline{AB} / pb = (2 a_3)$ ), por tanto, en ciertos instantes se tiene dos pares de dientes en contacto simultáneo y en otros instantes tres.

La diferencia de las figuras 3.28 y 3.29, es debido solamente al ángulo de presión  $\alpha$ . Ósea, el valor de la relación de contacto ( $\epsilon_\alpha$ ), disminuye a medida que el ángulo de presión ( $\alpha$ ) aumenta.

$$\text{Para } \alpha \uparrow \Leftrightarrow \epsilon_\alpha \downarrow$$

En la Fig.3.30, se representan 3 dientes, que forman parte de ruedas de igual número de dientes, con el mismo módulo, o sea el mismo diámetro primitivo, pero diferenciados por el valor del ángulo de presión  $\alpha=15^\circ$ ,  $\alpha=20^\circ$ ,  $\alpha=30^\circ$ .

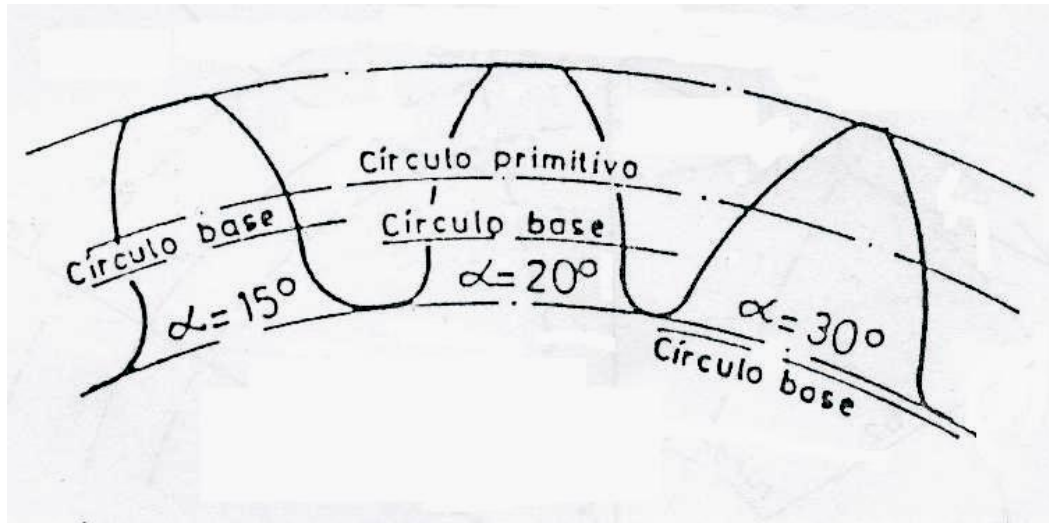


Fig.3.30

Se observa una variación muy sensible en la forma los dientes: los dientes con un mayor ángulo de presión  $\alpha$  son más fuertes que los de menor ángulo de presión, sin embargo, la relación de contactos ( $\epsilon_\alpha$ ) es menor.

La relación de contacto se calcula con la siguiente ecuación :

$$\xi_\alpha = \frac{\left( \sqrt{ra_1^2 - rb_1^2} - r_1 \times \text{sen} \alpha_t \right) + \left( \sqrt{ra_2^2 - rb_2^2} - r_2 \times \text{sen} \alpha_t \right)}{P_b} \quad (3,10)$$

### **Observaciones importantes**

1. - La relación de contacto ha de tener un valor tan grande como sea posible: repercute sobre el silencio de funcionamiento y sobre la resistencia d los dientes.
2. - Su valor disminuye a medida que el ángulo de presión crece: el valor de dicho ángulo de presión no debe ser, pues, muy elevado para el engranaje en los que se busca antes que nada el silencio e su funcionamiento.
3. - Su valor es tanto mayor, cuanto más grandes son los números de dientes.

### 3.9 INTERFERENCIAS

#### 3.9.1 INTERFERENCIA GEOMETRICA

Las interferencias son unos fenómenos que se producen, sea durante la operación de generación (tallado, rectificado, etc.) cuando ciertas partes útiles del perfil son destruidas por el útil, o también cuando los perfiles conjugados del piñón y a rueda tienden a penetrar uno dentro del otro en ciertos instantes. Consideramos, para empezar, el caso mas destacado de las interferencias del tallado.

Las figuras presentadas a continuación esquematizan tres condiciones de generación del piñón con un útil-piñón de perfil generador "P".

- 1.- El extremo de acción  $A_0$  esta situado entre "I" y "T" (Fig.3.30). El perfil "P" del piñón esta compuesto de un arco de evolvente de círculo limitado en  $A_0$  y de cierto perfil de unión generado por la punta del útil. Como lo muestra mas claramente el esquema de detalle, el perfil en evolvente no llega hasta el punto "Q" donde teóricamente alcanza su círculo de base  $C_b$ .

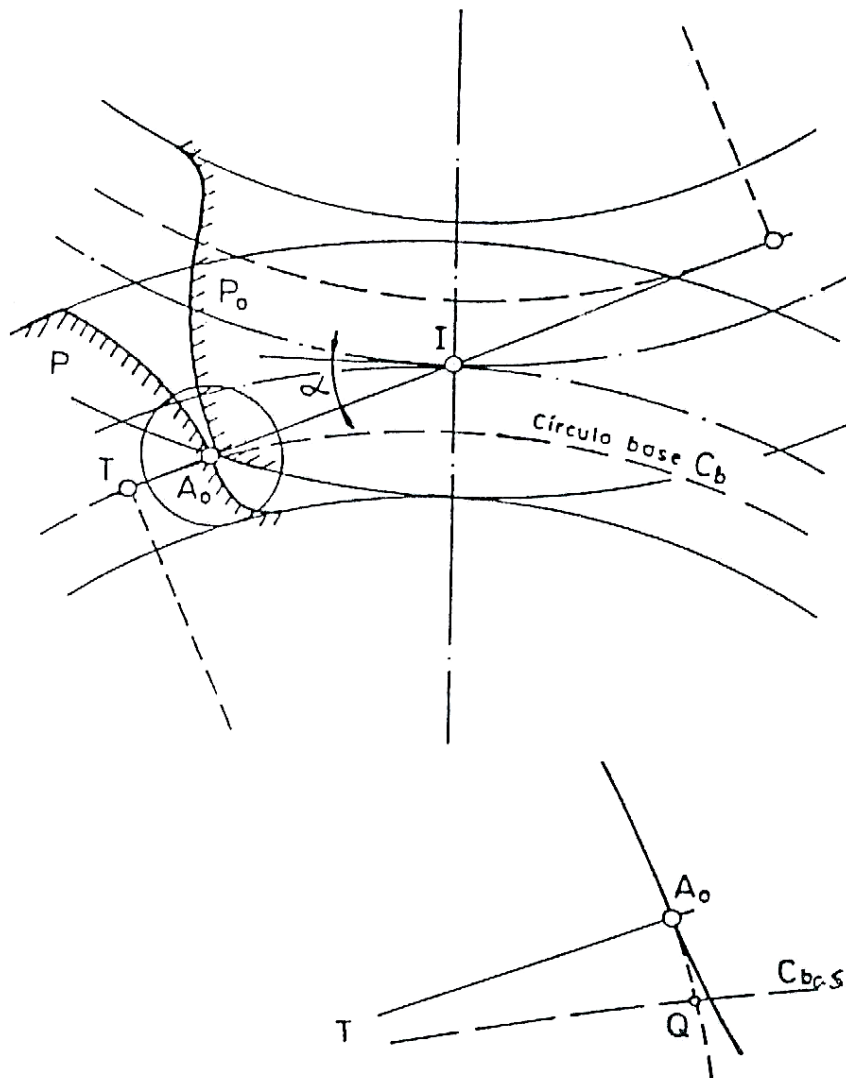


Fig.3.31

- 2.- El punto extremo de acción  $A_0$  se confunde con "T" (Fig. 3.31). El círculo exterior del útil pasa por "el punto de interferencia" del piñón. La parte evolvente del perfil "P" se extiende entonces hasta el círculo base, ósea esta justo al límite del fenómeno de interferencia.

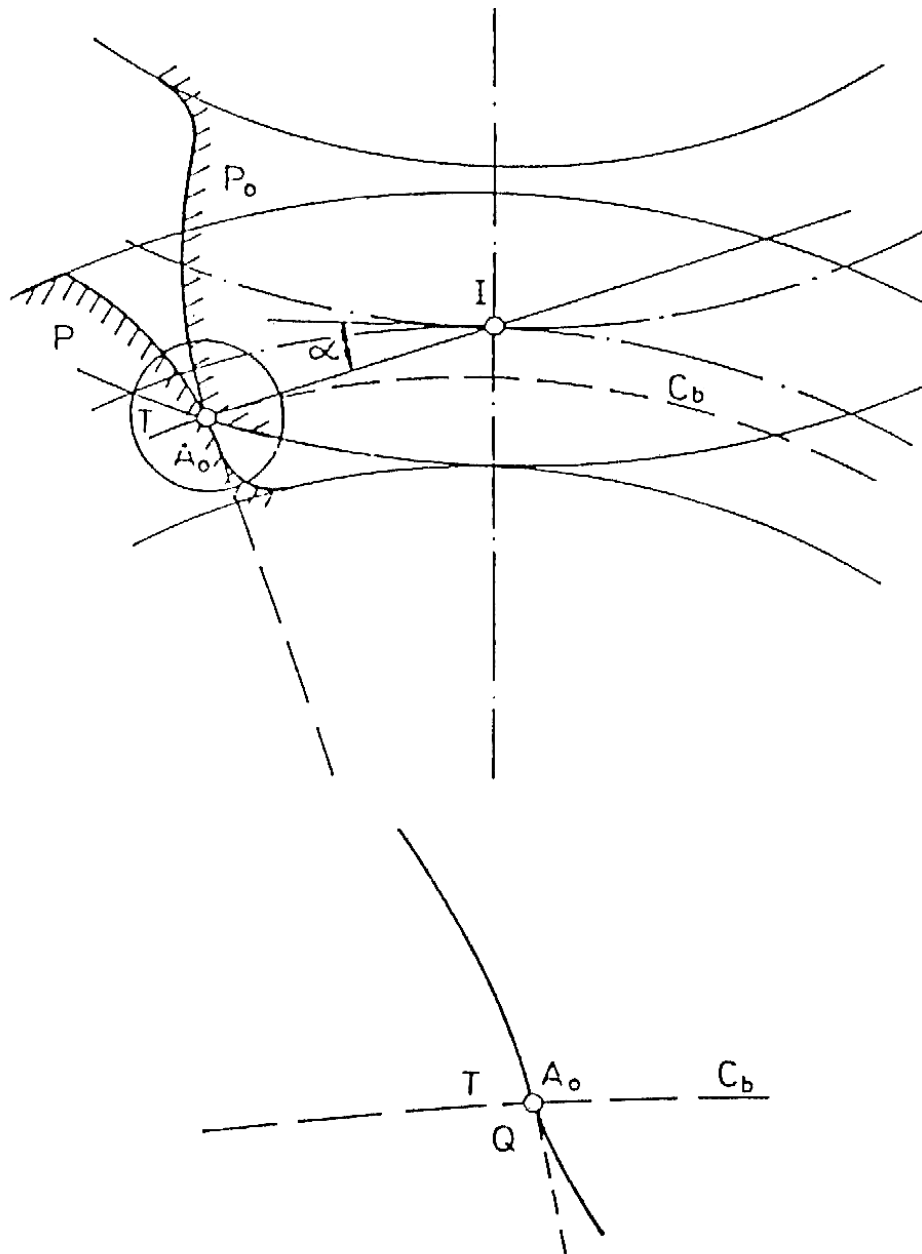


Fig.3.32

- 3.- El círculo exterior del útil pasa mas allá del punto de interferencia del piñón (Fig. 3.33). Entonces se produce el fenómeno de interferencia. El fenómeno se manifiesta por un importante vaciado del pie del diente del piñón y por una unión con arista viva "V", con la parte en evolvente. Se observa que además de la debilidad del diente (menor resistencia), se produce una limitación de la zona de evolvente "QV"

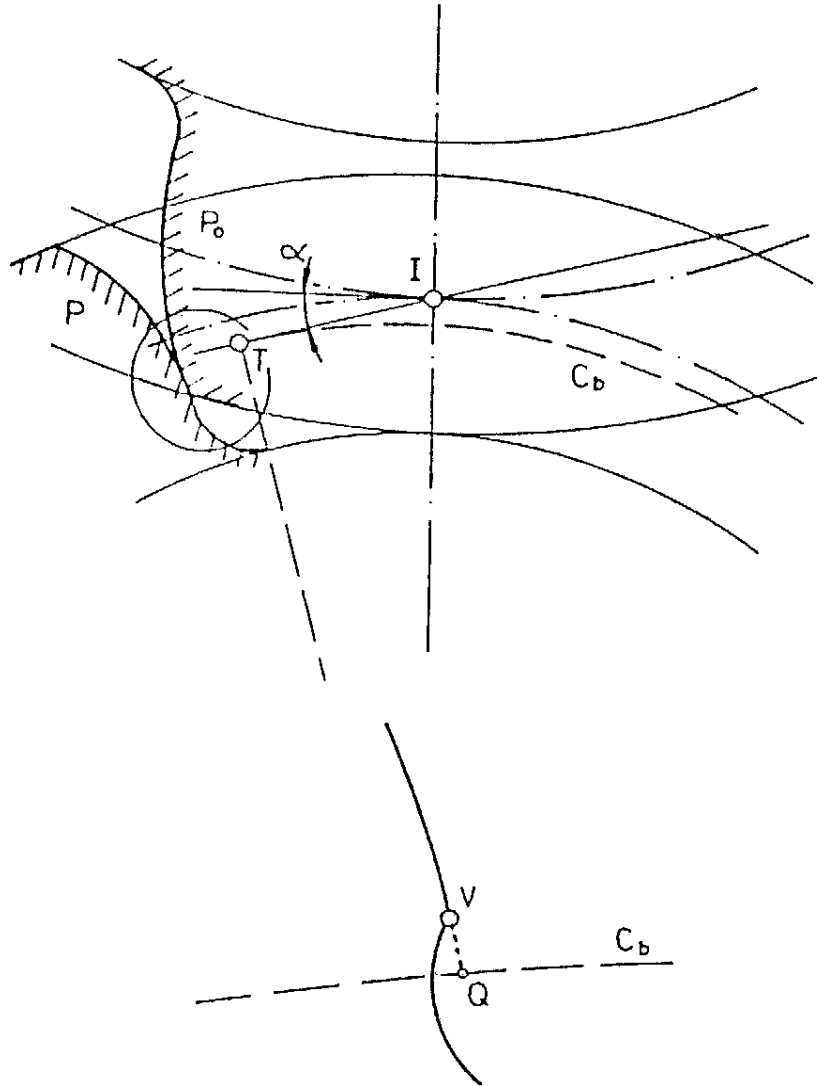


Fig.3.33



En la Fig.3.34 se ven las geometrías límites de interferencia. El círculo exterior de una rueda o la línea de cabeza de una cremallera no deben pasar más allá del punto de interferencia "T" de la rueda conjugada. En el caso en que la rueda lleve un redondeado en la cresta (caso de la cremallera de la Fig.3.34 (2)) conviene considerar la línea de cabeza correspondiente al principio del redondeado: se considera, por ejemplo, el addendum activo.

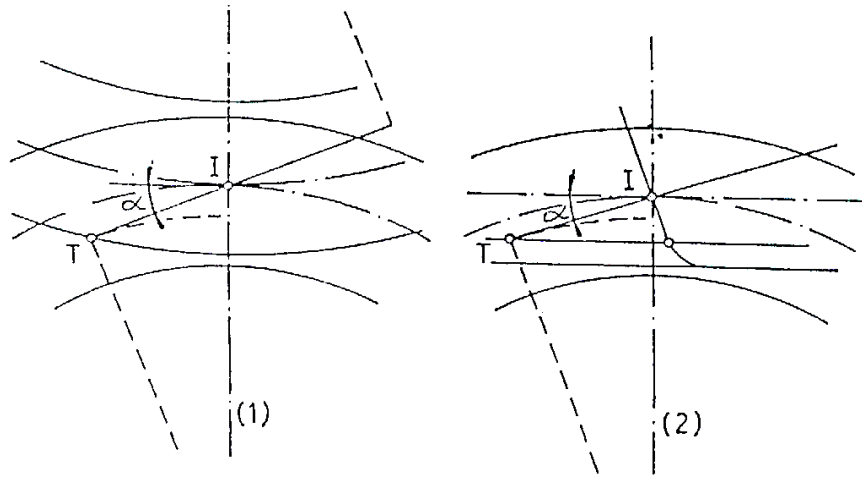


Fig. 3.34

La Fig.3.35 representa la generación por una misma cremallera-útil los dentados de piñones de 10, 14, 17 y dientes.

El ángulo de presión es de  $20^\circ$ , el dentado es normal y el addendum activo de la cremallera es igual al módulo

Con el piñón de 10 dientes, la línea de cabeza activa de la cremallera pasa igualmente más allá del punto de interferencia "T": el vaciado de interferencia es muy pronunciada a medida que el número de dientes del piñón tallado aumenta, "IT" aumenta igualmente y se alejan los riesgos de interferencia situándose su límite a 17 dientes, pues más allá ya no hay interferencia.

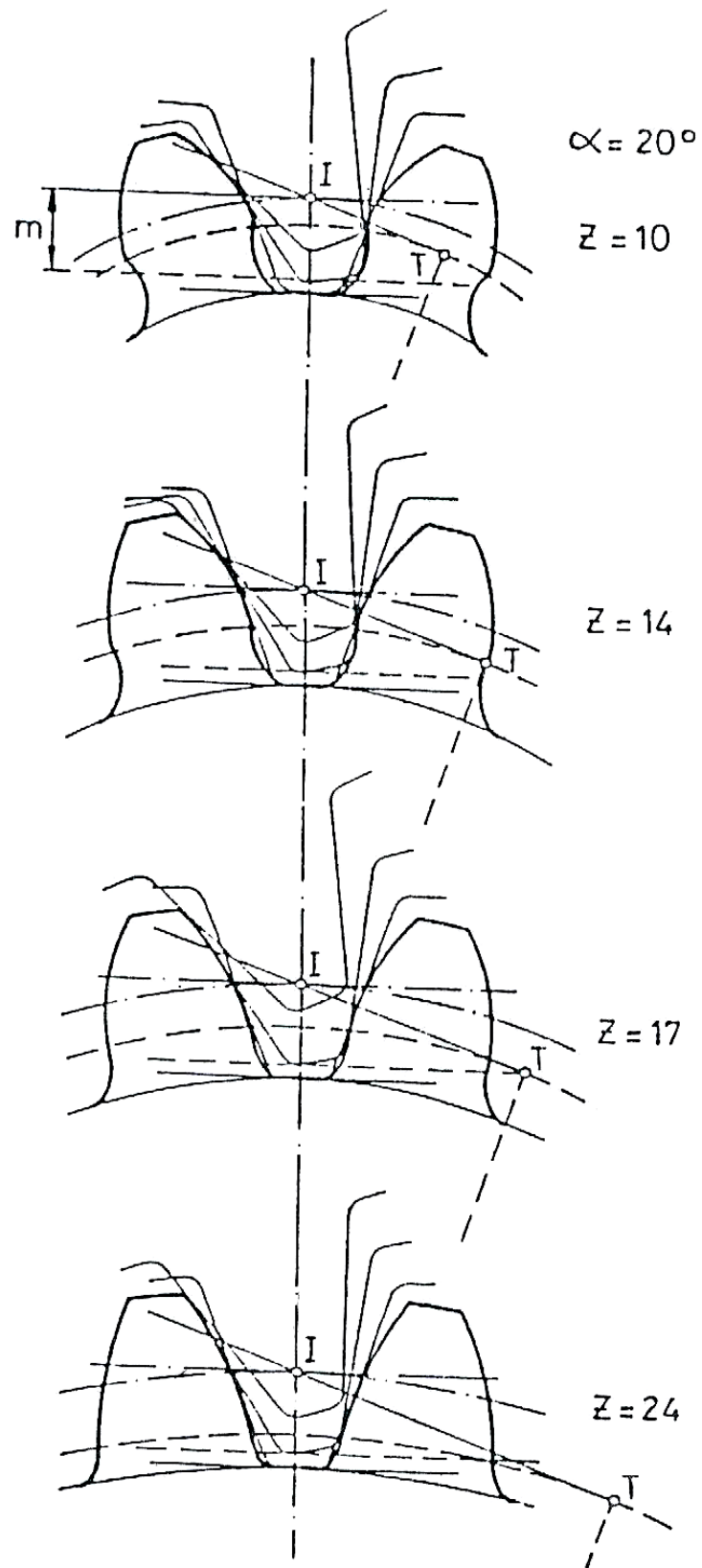


Fig. 3.35

### 3.9.2 INTERFERENCIA CON EL PERFIL DE ACUERDO

A continuación se va a ver una forma diferente de interferencia que no tiene el carácter geométrico de la que se ha señalado hasta aquí y que se produce entre los mismos perfiles de evolvente porque penetran el uno dentro del otro. Es la interferencia que puede producirse entre la cresta de los dientes de un órgano y el flanco de acuerdo de pie del órgano conjugado. Sobre la Fig.3.36 hemos esquematizado la generación del perfil  $P$  de un piñón con un útil—piñón de perfil  $P_0$ . El punto extremo de acción  $A_0$  define el punto límite  $M_0$  perfil de evolvente. El perfil unión  $W_0$  viene generado por la punta  $a_0$  del diente útil.

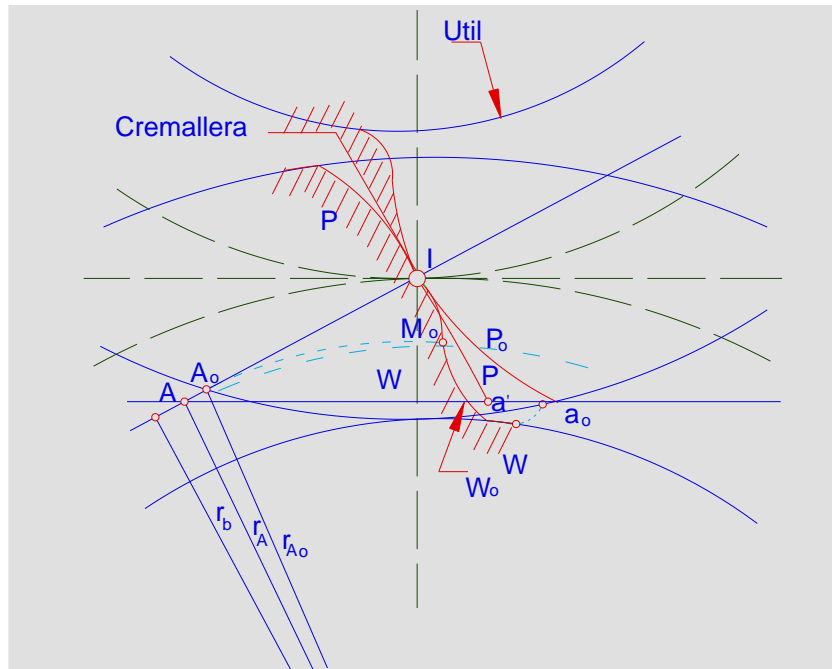


Fig. 3.36

En esta operación de tallado no hay interferencia por que el punto  $A_0$  está situado entre  $I$  y  $T$ .

Se hace engranar el piñón así tallado con una cremallera de perfil  $P'$ . El punto límite de acción  $A$  está bien situado entre  $I$  y  $T$ , o sea, que la interferencia geométrica definida en principio no existe, pero se observa que  $A$  está más allá del punto  $A_0$ . Esto significa que sobre toda la distancia  $A_0A$  de la línea de acción, el perfil de cremallera no está en contacto con la parte en evolvente de  $P$ , pero sí con el perfil de acuerdo  $W_0$ ; la punta  $a'$  de la cremallera de trayectoria  $W'$  tiende pues a penetrar dentro del perfil de acuerdo del piñón.

En otros términos, si se llama  $r_{A_0}$  al radio del punto límite del perfil de evolvente de un piñón, y  $r_A$  al radio del punto límite de acción con el órgano conjugado, siempre tiene que ocurrir que:

$$r_A \geq r_{A_0}$$

Es fácil comprobar que  $r_{A_0}$  disminuye a medida que el diámetro del útil—piñón de generación aumenta, pues el valor mínimo se obtiene con una cremallera. Esto significa, en particular, que la interferencia con el perfil de acuerdo no se producirá nunca si el tallado ha sido realizado con un útil—cremallera. En cambio, si el tallado ha sido efectuado con un útil—piñón de diámetro pequeño, conviene hacer una verificación cuando el órgano conjugado del piñón tallado tiene un gran diámetro. Evidentemente, existe la circunstancia favorable siguiente: el útil corta hasta “el fondo del diente”, mientras que existe un “espacio libre de fondo del diente” durante el engrane con el órgano conjugado.

### 3.10 DESLIZAMIENTO

Por definición propia de los perfiles conjugados, estos ruedan uno sobre el otro y son constantemente tangentes.

Sin embargo, conviene señalar que esta rodadura viene acompañada de un deslizamiento relativo, deslizamiento que ocasiona particularmente la pérdida de potencia por frotamiento y un deterioro por agarrotamiento o “gripado” en algunas aplicaciones a grandes velocidades y con cargas elevadas.

Este deslizamiento relativo queda evidenciado en la Fig.3.37. En el punto A de la línea de acción son los puntos  $a_1$  y  $a_2$  los que están en contacto y en el punto “c” son puntos  $c_1$  y  $c_2$ . Los arcos  $a_1c_1$  y  $a_2c_2$  se corresponden, ha sido necesario el mismo tiempo en las 2 ruedas para su desplazamiento del punto de contacto de A a C, entonces se ve que:

$$a_2c_2 > a_1c_1$$

De donde:

$$\text{deslizamiento relativo} = a_2c_2 - a_1c_1$$

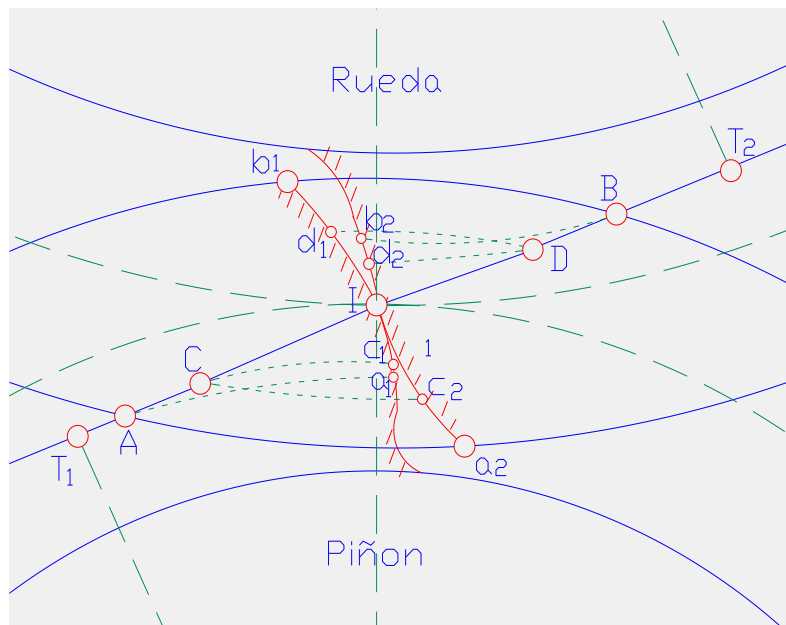


Fig.3.37

También se podría decir que los arcos  $d_1b_1$  y  $d_2b_2$  se corresponden durante el tiempo necesario para el desplazamiento del punto de contacto de D a B.

$$d_1b_1 > d_2b_2$$

Las relaciones (1) y (2) indican el preciso momento en que el deslizamiento cambia de sentido de un lado al otro del punto primitivo.

Se puede también, ahora, enunciar la siguiente propiedad fundamental: El deslizamiento relativo es nulo en el punto primitivo y aumenta progresivamente a medida que el punto se aleja del punto primitivo.

#### Conclusiones

- No hay deslizamiento en las cercanías del diámetro primitivo.
- El deslizamiento aumenta a medida que aleja el contacto del diámetro primitivo.
- El sentido del deslizamiento cambia de signo al pasar el contacto de un lado al otro del diámetro primitivo.

- El deslizamiento es netamente más débil para el engrane interior que para el exterior.

### 3.10.1 DESLIZAMIENTO ESPECÍFICO

Durante el tiempo necesario para el desplazamiento del punto de contacto desde A hasta C, por ejemplo, el deslizamiento relativo de ambos perfiles es:  $g = a_2c_2 - a_1c_1$

Aunque este deslizamiento relativo sea el mismo para los dos perfiles, habrá, sin embargo, una repercusión más marcada sobre el piñón que sobre la rueda porque quedará más concentrado sobre el arco  $a_1c_1$ , más pequeño que el arco  $a_2c_2$ .

Además de la noción de deslizamiento relativo es de interés que prevalezca una relación extremadamente importante para todas las cuestiones del desgaste: el deslizamiento específico.

Deslizamientos específicos medidos desde "A" hasta "C"

$$\text{Piñón: } \frac{a_2c_2 - a_1c_1}{a_1c_1}$$

$$\text{Rueda: } \frac{a_2c_2 - a_1c_1}{a_2c_2}$$

Es de suma importancia el interés, de que los valores del deslizamiento específico sean los más pequeños posibles

El deslizamiento específico, también se denomina con la diferencia de velocidad de deslizamiento  $V_t$  (velocidades tangenciales) de los puntos de los perfiles que entran en contacto, referidos a la velocidad tangencial del punto la rueda considerada. (Fig.3.38)

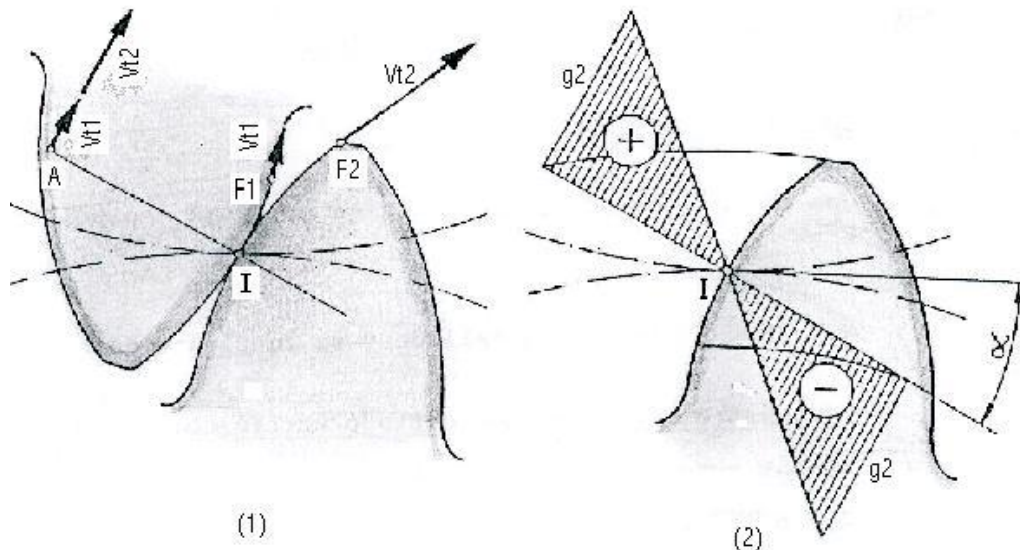


Fig.3.38

- (1)- Curso de las velocidades tangenciales  $V_{t1}$  y  $V_{t2}$  durante el engrane de  $F_1$  y  $F_2$  en "A"  
 (2)- Curso del deslizamiento sobre los perfiles de trabajo

donde:

$$g_1 = \frac{V_{t1} - V_{t2}}{V_{t1}} \quad \text{y} \quad g_2 = \frac{V_{t2} - V_{t1}}{V_{t2}} \quad (3-11)$$

- Como en el círculo primitivo, las velocidades tangenciales son iguales, el deslizamiento de los perfiles es nulo y teóricamente no pueden desgastarse los perfiles en esa parte.
- Para conseguir un desgaste mínimo, es conveniente aumentar al máximo el ángulo de presión y reducir al mínimo la altura de los dientes.

### 3.11 CARGA SOBRE EL DIENTE DEL ENGRANE POR LA POTENCIA TRANSMITIDA

Es claro en la figura 3.39 que la fuerza entre un par de dientes siempre se encuentra a lo largo de la línea de acción  $AB$ . Esta línea, que es tangente a ambos círculos base, es por tanto llamada la **línea de presión**.

La potencia producida por esta fuerza es:  $W_P V_b$

Donde:

$W_P$ , es la fuerza de potencia, en libras

$V_b$ , es la velocidad del círculo base, en pies por minuto.

La potencia es:

$$hp = \frac{W_P V_b}{33000} \quad (3,12)$$

El diámetro del círculo base es igual a:  $d \cos \phi$ , por lo que su velocidad  $V_b$  es:

$$V_b = \frac{\pi n d \cos \phi}{12} \text{ (pie/min)} \quad (3,13)$$

Donde “ $d$ ” es el diámetro del círculo primitivo del engrane en pulgadas y  $n$  es su velocidad angular en revoluciones por minuto.

La velocidad  $V$  del círculo primitivo es:

$$V = \frac{\pi n d}{12} \text{ (pie/min)} \quad (3,14)$$

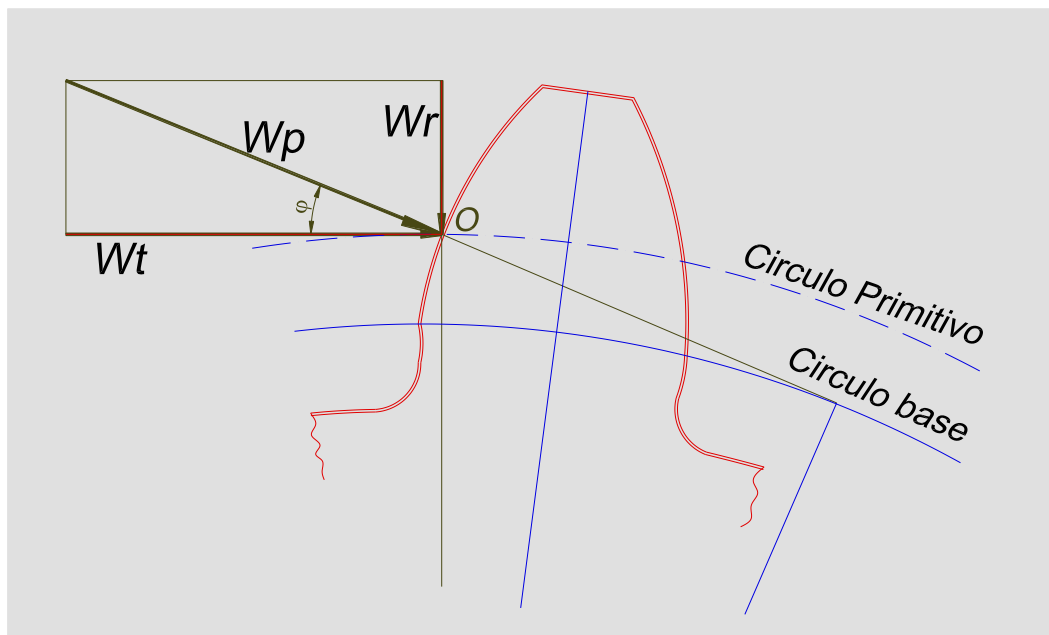


Fig. 3.39  
Fuerzas transmitidas de un engrane a otro



de modo que:

$$V_b = V \cos \phi \quad (3,15)$$

La fuerza en la figura 3.39 puede dividirse en dos componentes: una,  $W_t$ , tangencial al círculo primitivo, y la otra,  $W_r$ , dirigida hacia el centro. Esta última no transmite potencia. En la figura 3.39,

$$W_p = \frac{W_t}{\cos \phi} \quad (3,16)$$

Sustituyamos los valores de  $F_p$  y  $V_b$ , dados por las ecuaciones (16) y (15), en la ecuación (12):

$$hp = \frac{W_t V}{33000} \quad (3,17)$$

La ecuación correspondiente en unidades SI de kilowatts es

$$kW = \frac{W_t V_b}{1000} = \frac{W_t V}{1000} \quad (3,18)$$

Donde la fuerza  $W_p$  en la línea de presión y la fuerza tangencial  $W_t$  están en newtons, mientras que la velocidad del círculo base  $V_b$  y la velocidad del círculo primitivo  $V$  están en metros por segundos.

La velocidad  $V_b$  del círculo base está dada por

$$V_b = \frac{\pi d n \cos \phi}{60 \times 1000} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (3,19)$$

La velocidad  $V$  del círculo primitivo está dada por

$$V = \frac{\pi d n}{60 \times 1000} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (3,20)$$

Donde el diámetro  $d$  está en milímetros y  $n$  está en revoluciones por minuto.

### 3.12 DISEÑO DE ENGRANES PARA PREVENIR FALLAS

Las fallas de engranes pueden evitarse si se tiene experiencia de campo práctica para una ayuda en el diseño.

Algunos engranes funcionan mejor y duran más tiempo que lo esperado por las ecuaciones de diseño, mientras que otros fallan operando dentro de los límites impuestos por los cálculos.

Es muy importante hacer un análisis correcto sobre la falla de un par de engranes, ya que hacer tan sólo mayor el conjunto puede no ser una cura de la causa original de la falla.

Los tres tipos más comunes de falla de dientes de engranes son la **rotura**, la **picadura** y el **desgaste** abrasivo.

#### a) La rotura del diente

Puede ser causada por la presencia inesperada de una carga muy pesada actuando sobre el diente. Un tipo más común de falla se debe a la fatiga por flexión que resulta de un número grande de repeticiones de cargas impuestas sobre el diente conforme gira el engrane. Un valor pequeño del radio del filete puede acentuar los efectos de la fatiga por flexión.

**b) La picadura**

Es un fenómeno superficial de fatiga causado por esfuerzos que exceden el límite de fatiga del material superficial. Después de un número suficiente de repeticiones del ciclo de carga, fragmentos de metal sobre la superficie se fatigarán y se desprenderán. El proceso a veces continúa a celeridad creciente ya que las áreas no picadas restantes son menos capaces de soportar la carga. Dificultades en la lubricación pueden contribuir a las fallas por picadura.

**c) El desgaste abrasivo**

Puede ocurrir bajo cargas pesadas y lubricación inadecuada. La película de aceite se rompe y ocurre el contacto metal con metal. Resultan altas temperaturas y los puntos de contacto de las dos superficies se sueldan entre sí. Las soldaduras se rompen inmediatamente pero las superficies de los dientes sufren un rápido desgaste. Las cajas de engranes deben ponerse en funcionamiento por medio de una operación preliminar a bajas cargas y pequeñas velocidades hasta que las superficies del diente quedan altamente pulidas. El desalineamiento de los ejes puede desplazar toda la carga hacia un borde del diente, y provocar esfuerzos excesivos y alta probabilidad de desgaste abrasivo. Los dientes de paso fino son inmunes al desgaste. El paso diametral debe ser por lo menos de 10 o mayor. Para pasos burdos, el desgaste abrasivo es a veces un mayor peligro que la ruptura o la picadura. Actualmente no hay una fórmula simple y confiable con la cual el diseñador pueda predecir la posibilidad del desgaste abrasivo.

En términos del desarrollo de las ecuaciones de diseño, los primeros dos de esos modos de falla son los mejor entendidos y tienen que ser revisados.

Un conjunto de engranes adecuadamente diseñado no debe fallar nunca por fatiga de flexión, ya que el diseño puede hacerse suficientemente fuerte para limitar los esfuerzos de flexión a valores bastante inferiores al límite de fatiga. Por otra parte no es posible en general diseñar un conjunto de engranes que tengan una vida infinita con respecto a los esfuerzos de contacto superficial, ya que la mayoría de los materiales no exhiben un límite de fatiga por esfuerzos superficiales de contacto. Así, los engranes eventualmente fallarán de ordinario por picadura a menos que la lubricación sea inadecuada.

La ecuación del esfuerzo de flexión en engranes se basa en la noción de que los dientes de los engranes son vigas en voladizo sometidas a cargas en sus extremos.

Un pionero en el campo del diseño de engranajes fue W. Lewis, un ingeniero estadounidense quien primero aplicó la ecuación de la flexión a dientes de engranes.

Aunque los materiales para engranes y los métodos de manufactura han cambiado mucho desde los primeros trabajos de Lewis, su trabajo aún forma la base para la mayoría de las ecuaciones de diseño más modernas utilizadas por la AGMA (American Gear Manufacturers Association).

La ecuación AGMA sobre el esfuerzo de flexión, como se define esta en la norma AGMA 2001-C95, se basa en las siguientes hipótesis respecto a los dientes y a la geometría de los engranes:

1. Ninguno de los dientes está dañado.
2. La razón de contacto transversal está entre 1 y 2.
3. No existe interferencia entre las puntas de los dientes y los filetes de la raíz y no hay rebaje de los dientes arriba del inicio teórico del perfil activo del diente.
4. Los dientes no son puntiagudos.
5. El huelgo es nulo.
6. Los filetes de las raíces son estándar, tersos y producidos por un proceso de generación.

### 3.12.1 RESISTENCIA A LA FLEXIÓN

La fórmula fundamental para el esfuerzo de flexión en un diente de engrane es:

$$s_t = W_t K_o K_v K_s \frac{P_d K_m K_B}{FJ} \quad (3,21)$$

donde:

$s_t$  = esfuerzo de flexión (psi);

$w_t$  = carga tangencial transmitida (lbf);

$K_o$  = factor de sobre carga;

$K_v$  = factor dinámico

$K_s$  = factor de tamaño;

$P_d = P_{nd}$  para engranes cilíndricos;

$P_{nd}$  es d paso diametral normal ( $\text{in}^{-1}$ );

$F$  = ancho neto de cara del miembro más estrecho;

$K_m$  = factor de distribución de carga;

$K_B$  = factor de espesor de borde;

$J$  = factor geométrico de la resistencia por flexión.

Para un diseño apropiado, este esfuerzo de flexión no debe exceder el esfuerzo de diseño dado por

$$s_t \leq \frac{s_{at} Y_N}{S_F K_T K_R} \quad (3,22)$$

donde:

$s_{at}$  = esfuerzo permisible de flexión (psi);

$Y_N$  = factor del ciclo de esfuerzo para resistencia a la flexión;

$S_F$  = factor de seguridad por resistencia a la flexión;

$K_T$  = factor de temperatura;

$K_R$  = factor de confiabilidad

Cada uno de los términos en estas ecuaciones debe determinarse para cada uno de los engranes de un conjunto a fin de calcular los niveles de esfuerzo y verificarlos respecto a los valores permisibles.

Veamos cada uno de esos parámetros en el orden en que aparecen en las ecuaciones .

#### Factor de sobrecarga $K_o$

El factor de sobrecarga pretende tomar en cuenta todas las cargas aplicadas externamente en exceso de la carga tangencial nominal. Un factor de 1.0 para este parámetro da la capacidad para soportar hasta 200% de sobrecargas momentáneas. Sí se requiere una capacidad mayor que ésta, deberá usarse un valor de  $K_o$  mayor que 1.0.

### Factor dinámico $K_v$

El factor dinámico toma en cuenta las cargas en dientes de engranes generadas internamente y que son inducidas por la acción de acoplamiento no conjugado de los dientes del engrane. Aun si el par de torsión de entrada y la velocidad son constantes, puede existir una vibración significativa de las masas de engranes y por tanto fuerzas dinámicas. Errores en la exactitud de los engranes y sus alineamientos pueden dar lugar a errores de transmisión que ocasionan que el factor dinámico sea mayor que 1.0. En ausencia de un conocimiento específico de las cargas dinámicas sobre un conjunto de engranes, la AGMA ha proporcionado un método empírico para determinar  $K_v$  a partir de la velocidad de la línea de paso y de un parámetro conocido como el índice de calidad  $Q_v$ . El valor de  $K_v$  puede leerse de la gráfica en la figura 3-40. La relación usada para generar esas curvas es:

$$K_v = \left( \frac{A + \sqrt{v_t}}{A} \right)^B \quad (3,23)$$

donde

$$A = 50 + 56(1.0 - B) \quad \text{para } 5 \leq Q_v \leq 11 \quad (3,24)$$

$$B = 1.25(12 - Q_v)^{0.667}$$

La velocidad máxima recomendada de la línea de paso para un grado dado  $Q_v$  se determina con:

$$v_{t \max} = 1 + Q_v = 3 \quad (3,25)$$

Donde el engranaje es fabricado usando procesos de control que proporcionan exactitudes de dientes correspondientes a “engrane muy exacto” o donde el diseño y técnicas de fabricación garantizan un error de transmisión bajo, que es equivalente a esta exactitud, pueden usarse valores de  $K_v$  entre 1.02 y 1.11; Para usar éstos valores; el engrane debe estar mantenido en alineamiento exacto y adecuadamente lubricado, de manera que esta exactitud se pueda mantener.

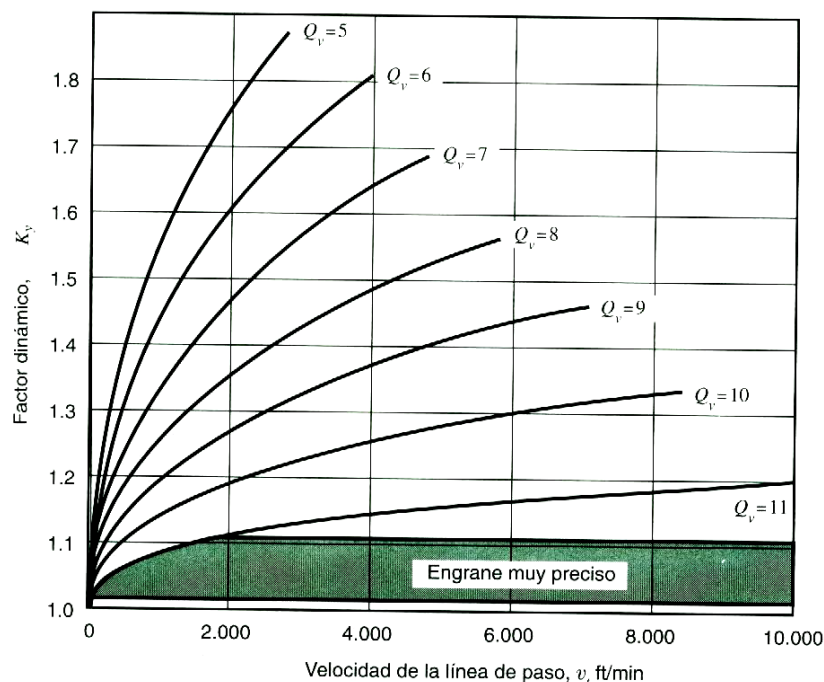


Fig. 3.40 Factor dinámico  $K_v$

**Factor de tamaño  $K_s$** 

El factor de tamaño refleja la no-uniformidad de las propiedades del material. Aunque la AGMA proporciona un factor  $K_s$  de tamaño, no se han establecido aún valores estandarizados para este parámetro. La AGMA sugiere que este parámetro se fije igual a 1.0 para la mayoría de los engranes.

**Factor de distribución de carga  $K_m$** 

El factor de distribución de carga considera distribuciones dispares de carga sobre el ancho de la cara de los dientes de los engranes. Estas distribuciones dispares pueden ser causadas por un desalineamiento axial y se vuelve más pronunciado conforme el ancho del engrane se incrementa. La norma AGMA sugiere que el valor de  $K_m$  se determine con la relación:

$$K_m = 1.0 + C_{mc} \left( C_{pf} C_{pm} + C_{ma} C_e \right) \quad (3,26)$$

donde:

$C_{mc}$  el factor de corrección de avance que modifica la intensidad de la carga pico cuando está presente la modificación de avance o coronamiento. Se toma igual a 1.0 para engranes con avances no modificados y a 0.8 para engranes con avances apropiadamente modificados por coronamiento o corrección de avance.

$C_{pf}$  es el factor de proporción del piñón, determinado con las siguientes ecuaciones:

cuando  $F \leq 1.0$

$$C_{pf} = \frac{F}{10d} - 0.025 \quad (3,27)$$

cuando  $1.0 < F < 17$

$$C_{pf} = \frac{F}{10d} - 0.0375 + 0.0125F \quad (3,28)$$

cuando  $17 < F < 40$

$$C_{pf} = \frac{F}{10d} - 0.1109 + 0.0207F - 0.000228F^2 \quad (3,29)$$

Nota: Para valores de  $\frac{F}{10d}$  menores de 0.05, use 0.05 en las ecuaciones.

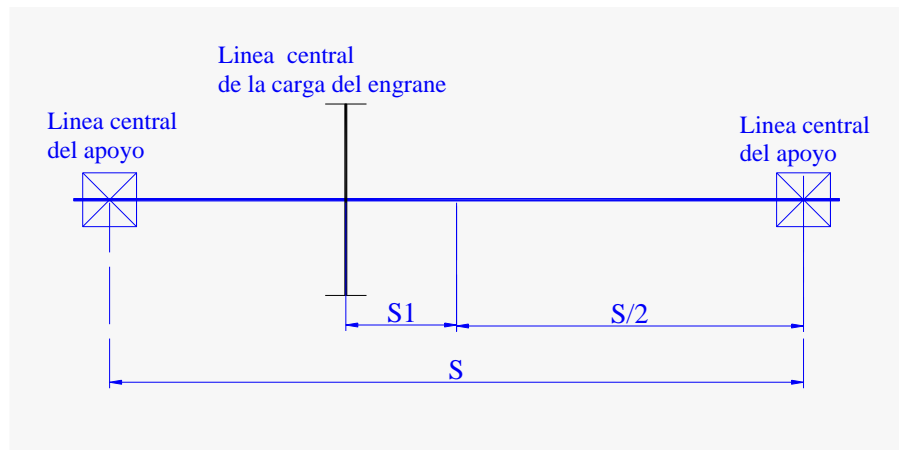
$C_{pm}$  es el modificador de proporción del piñón y es igual a 1.0 para piñones montados a horcajadas con  $(S_1/S) < 0.175$  y a 1.2 para piñones montados a horcajadas con  $(S_1/S) > 0.175$ , como se muestra en la figura 3-41.

$C_{ma}$  es el factor de alineamiento del acoplamiento y toma en cuenta el desalineamiento de los ejes de rotación de los cilindros de paso de los elementos de engranes casantes, el cual se debe a todas las causas excepto a las deformaciones elásticas. Su valor puede obtenerse de la relación:

$$C_{ma} = A + B(F) + C(F)^2 \quad (3,30)$$

Donde la tabla 3-2 da los valores de  $A$ ,  $B$  y  $C$  para varios tipos de engranes.

$C_e$  es el factor de corrección por alineación del acoplamiento y se usa para tomar en cuenta la influencia que las técnicas de fabricación y ensamble tienen sobre el alineamiento del acoplamiento.

Fig.3.41 Evaluación de  $S$  y  $S1$ 

Los valores por usarse son los siguientes:

$C_e = 0.80$  cuando el engranaje se ajusta en el ensamble;

$C_e = 0.8$  cuando la compatibilidad del engranaje se mejora por traslape;

$C_e = 1.0$  para todas las otras condiciones.

TABLA 3.2 CONSTANTES EMPÍRICAS  $A$ ,  $B$  y  $C$  PARA  $C_{ma}$  (Fuente: AGMA 2001-C95)

Tipo de engranaje	A	B	C
Engrane abierto	$2.47 \cdot 10^{-1}$	$0.167 \cdot 10^{-1}$	$-0.765 \cdot 10^{-4}$
Unidades de engranes encerrados comerciales	$1.27 \cdot 10^{-1}$	$0.158 \cdot 10^{-1}$	$-1.093 \cdot 10^{-4}$
Unidades de engranes encerrados de precisión	$0.675 \cdot 10^{-1}$	$0.128 \cdot 10^{-1}$	$-0.926 \cdot 10^{-4}$
Unidades de engranes encerrados de alta precisión	$0.380 \cdot 10^{-1}$	$0.101 \cdot 10^{-1}$	$-0.822 \cdot 10^{-4}$

### Factor de espesor de borde $K_B$

El factor de espesor de borde se usa en situaciones en que un engrane se hace con un borde y rayos antes que como disco sólido. Bajo esas circunstancias, la falla puede ocurrir a través del borde en vez de a través de la raíz del diente. La AGMA usa un parámetro llamado razón de respaldo  $m_B$  definido por

$$m_B = \frac{t_R}{h_t}$$

Donde  $t_R$  es el espesor del borde bajo la raíz del diente y  $h_t$  es la profundidad total. La AGMA recomienda que:

$$\text{Para } 0.5 \leq m_B \leq 1.2 \quad K_B = 1.6 \ln \left( \frac{2.242}{m_B} \right) \quad y$$

$$\text{Para } m_B > 1.2 \quad K_B = 1.0$$

No se recomiendan razones de respaldo menores de 0.5.

Los engranes de disco sólido tienen  $K_B = 1.0$



### Factor geométrico de resistencia a la flexión $J$

El factor geométrico “ $J$ ” puede calcularse por medio de un algoritmo proporcionado por la AGMA en su estándar 908-B89.

Debido a la complejidad de este algoritmo, el estándar también proporciona tablas para varios tipos de engranes. Los factores  $J$  varían con el número de dientes sobre un engrane y dan entonces lugar a diferentes niveles de esfuerzo en el piñón y en el engrane. Por esta razón, los valores del esfuerzo de ambos engranes deben determinarse para ver cuál es el mayor. Las tablas 3-3 y 3-4 proporcionan muestras de la norma AGMA.

Esas tablas dan al usuario la oportunidad de usar cargas en la punta del diente o de usar cargas en el punto más alto del contacto de un diente simple (HPSTC). La selección de entre los dos debe basarse en la precisión de la fabricación del conjunto de engranes.

Si los engranes son de alta precisión, puede suponerse el reparto de la carga entre los dientes y pueden usarse las tablas del HPSTC. Si los engranes no son precisos, debe usarse entonces la carga en la punta.

El diseñador interesado en datos tabulares que no se encuentren en las tablas 3-3 y 3-4 deben consultar el estándar AGMA 908-B89

### Esfuerzo permisible de flexión $s_{at}$

El esfuerzo permisible de flexión depende de varios factores, incluidos la composición del material, la limpieza, el esfuerzo residual, la microestructura, la calidad, el tratamiento térmico y las prácticas de procesamiento.

La norma AGMA 2001-C95 proporciona considerable información sobre valores apropiados para  $S_{at}$ . Por ejemplo, la figura 3-42 muestra los valores de  $S_{at}$  para engranes de acero completamente endurecidos en función del número de dureza Brinell de la superficie del material, y la tabla 3.5, muestra los valores de  $S_{at}$  para engranes de hierro y bronce.

El diseñador interesado en valores para otros tipos de materiales debe consultar la norma AGMA, donde encontrará información adicional.

### Factor de ciclo de esfuerzo $Y_N$

El factor de ciclo de esfuerzos se usa para ajustar el número permisible de ciclos de esfuerzos de operación. El número de ciclos de esfuerzos se define como el número de contactos de acoplamiento, bajo carga, del diente de engrane que se está analizando.

Los números AGMA de esfuerzos permisibles se establecen para  $10^7$  ciclos unidireccionales de carga en el diente con una confiabilidad del 99%. Si esto es satisfactorio, el diseñador debe escoger

$Y_N=1.0$ . Si se requiere un número diferente de  $10^7$  ciclos, puede usarse la figura 3.43.

### Factor de seguridad $S_F$

El concepto de factor de seguridad se ha analizado en secciones previas de este texto. Es un número mayor de 1.0 que intenta tomar en cuenta las incertidumbres asociadas con factores tales como las características del material o las tolerancias de manufactura.

El factor de seguridad también considera el riesgo de la seguridad humana y las consecuencias económicas de la falla. Un factor mínimo de seguridad es a menudo establecido para el diseñador por códigos o directrices industriales para una práctica segura.

### Factor de temperatura $K_T$

El factor de temperatura se considera usualmente igual a 1.0 cuando los engranes o el toco de la rueda dentada operan con temperaturas del aceite no mayor de  $250^{\circ}\text{F}$ . Como la temperatura de operación puede influir en el comportamiento de los lubricantes, en la ductilidad y dureza del

material, para temperaturas superiores a 250°F o para temperaturas inferiores al punto de congelamiento del agua, deberá tenerse un cuidado especial en la selección de este factor.

Para información adicional sobre operación a temperaturas extremas, el diseñador deberá consultar la norma AGMA 2001-C95.

**TABLA 3-3A** FACTOR GEOMÉTRICO J AGMA POR FLEXIÓN PAR ENGRANAJES CILÍNDRICOS

Angulo de presión	20°															
Dientes	Profundidad total															
En la parte superior	En la parte															
Addendum	Igual															
	<b>Diente piñón</b>															
<b>Diente del</b>	<b>12</b>		<b>14</b>		<b>17</b>		<b>21</b>		<b>26</b>		<b>35</b>		<b>55</b>		<b>135</b>	
	<b>P</b>	<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>
<b>12</b>	U	U														
<b>14</b>	U	U	U	U												
<b>17</b>	U	U	U	U	U	U										
<b>21</b>	U	U	U	U	U	U	0.24	0.25								
<b>26</b>	U	U	U	U	U	U	0.24	0.25	0.25	0.25						
<b>35</b>	U	U	U	U	U	U	0.24	0.26	0.25	0.26	0.26	0.26				
<b>55</b>	U	U	U	U	U	U	0.24	0.28	0.25	0.28	0.26	0.28	0.28	0.28		
<b>135</b>	U	U	U	U	U	U	0.24	0.29	0.25	0.29	0.26	0.29	0.28	0.29	0.29	0.29

La letra "U" indica una combinación de dientes de engranes que producen un forma de diente rebajado en una o ambas componentes y debe ser evitada.

Fuente: AGMA 908-B89

**TABLA 3-3B** FACTOR GEOMÉTRICO J AGMA POR FLEXIÓN PAR ENGRANAJES CILÍNDRICOS

Angulo de presión	20°															
Dientes	Carga en el diente															
En la parte superior	Profundidad total															
Addendum	Longitud del 25%															
	<b>Diente piñón</b>															
<b>Diente del</b>	<b>12</b>		<b>14</b>		<b>17</b>		<b>21</b>		<b>26</b>		<b>35</b>		<b>55</b>		<b>135</b>	
	<b>P</b>	<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>
<b>12</b>	U	U														
<b>14</b>	U	U	U	U												
<b>17</b>	U	U	U	U	0.27	0.19										
<b>21</b>	U	U	U	U	0.27	0.21	0.27	0.21								
<b>26</b>	U	U	U	U	0.27	0.22	0.27	0.22	0.28	0.22						
<b>35</b>	U	U	U	U	0.27	0.24	0.27	0.24	0.28	0.24	0.28	0.24				
<b>55</b>	U	U	U	U	0.27	0.26	0.27	0.26	0.28	0.26	0.28	0.26	0.29	0.26		
<b>135</b>	U	U	U	U	0.27	0.28	0.27	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.29	0.28	0.30	0.28

La letra "U" indica una combinación de dientes de engranes que producen un forma de diente rebajado en una o ambas componentes y debe ser evitada.

Fuente: AGMA 908-B89

**TABLA 3-3C** FACTOR GEOMÉTRICO J AGMA POR FLEXIÓN PAR ENGRANAJES CILÍNDRICOS

Angulo de presión	20°															
Dientes	Carga en el diente															
En la parte superior	Profundidad total															
Addendum	Longitud del 50%															
	<b>Diente piñón</b>															
Diente del	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	T	T														
14	T	T	0.30	0.12												
17	T	T	0.30	0.15	0.30	0.15										
21	T	T	0.30	0.17	0.30	0.17	0.31	0.17								
26	T	T	0.30	0.19	0.30	0.19	0.31	0.19	0.31	0.19						
35	T	T	0.30	0.21	0.30	0.21	0.31	0.21	0.31	0.21	0.30	0.21				
55	T	T	0.30	0.24	0.30	0.24	0.31	0.24	0.31	0.24	0.30	0.24	0.30	0.24		
135	T	T	0.30	0.27	0.30	0.27	0.31	0.27	0.31	0.27	0.30	0.27	0.30	0.27		

La letra "T" indica una combinación de dientes de engranes que producen dientes puntiagudos con una parte superior de diente menor de  $0.3/P_{nd}$  en una o ambas componentes y debe ser evitada.

Fuente: AGMA 908-B89

**TABLA 3-3D** FACTOR GEOMÉTRICO J AGMA POR FLEXIÓN PAR ENGRANAJES CILÍNDRICOS

Angulo de presión	20°															
Dientes	Profundidad total															
En la parte	HPSTC															
Addendum	Igual															
	<b>Diente piñón</b>															
Diente del	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	U	U												
17	U	U	U	U	U	U										
21	U	U	U	U	U	U	0.33	0.33								
26	U	U	U	U	U	U	0.33	0.35	0.35	0.35						
35	U	U	U	U	U	U	0.34	0.37	0.36	0.38	0.39	0.39				
55	U	U	U	U	U	U	0.34	0.40	0.37	0.41	0.40	0.42	0.43	0.43		
135	U	U	U	U	U	U	0.35	0.43	0.38	0.44	0.41	0.45	0.45	0.47	0.49	0.49

La letra "U" indica una combinación de dientes de engranes que producen un forma de diente rebajado en una o ambas componentes y debe ser evitada.

Fuente: AGMA 908-B89

**TABLA 3-3E** FACTOR GEOMÉTRICO J AGMA POR FLEXIÓN PAR ENGRANAJES CILÍNDRICOS

Angulo de presión	20°															
Dientes	Profundidad total															
En la parte superior	HPSTC															
Addendum	Longitud del 25%															
	<b>Diente piñón</b>															
Diente del	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	U	U												
17	U	U	U	U	0.36	0.24										
21	U	U	U	U	0.37	0.26	0.39	0.27								
26	U	U	U	U	0.37	0.29	0.39	0.29	0.41	0.30						
35	U	U	U	U	0.37	0.32	0.40	0.32	0.42	0.33	0.43	0.34				
55	U	U	U	U	0.38	0.35	0.40	0.36	0.42	0.36	0.44	0.37	0.47	0.39		
135	U	U	U	U	0.39	0.39	0.41	0.40	0.43	0.41	0.45	0.42	0.48	0.44	0.51	0.46

La letra "U" indica una combinación de dientes de engranes que producen un forma de diente rebajado en una o ambas componentes y debe ser evitada.

Fuente: AGMA 908-B89

**TABLA 3-3F** FACTOR GEOMÉTRICO J AGMA POR FLEXIÓN PAR ENGRANAJES CILÍNDRICOS

Angulo de presión	20°															
Dientes	Profundidad total															
En la parte superior	HPSTC															
Addendum	Longitud del 50%															
	<b>Diente piñón</b>															
Diente del	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	T	T														
14	T	T	0.40	0.14												
17	T	T	0.41	0.17	0.42	0.18										
21	T	T	0.41	0.20	0.43	0.21	0.44	0.21								
26	T	T	0.41	0.23	0.43	0.23	0.45	0.24	0.46	0.24						
35	T	T	0.42	0.26	0.43	0.27	0.45	0.27	0.46	0.28	0.48	0.29				
55	T	T	0.42	0.30	0.44	0.31	0.45	0.31	0.47	0.32	0.48	0.33	0.50	0.34		
135	T	T	0.43	0.32	0.44	0.35	0.46	0.36	0.47	0.37	0.49	0.38	0.50	0.40	0.52	0.43

La letra "T" indica una combinación de dientes de engranes que producen dientes puntiagudos con una parte superior de diente menor de  $0.3/P_{nd}$  en una o ambas componentes y debe ser evitada.

Fuente: AGMA 908-B89

**TABLA 3-4A** FACTOR GEOMÉTRICO J AGMA POR FLEXIÓN PAR ENGRANAJES CILÍNDRICOS

Angulo de presión	25°															
Dientes	Profundidad total															
En la parte superior	En la parte superior															
Addendum	Igual															
	Diente piñón															
Diente del	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	0.28	0.28												
17	U	U	0.28	0.30	0.30	0.30										
21	U	U	0.28	0.31	0.30	0.31	0.31	0.31								
26	U	U	0.28	0.33	0.30	0.33	0.31	0.33	0.33	0.33						
35	U	U	0.28	0.34	0.30	0.34	0.31	0.34	0.33	0.34	0.34	0.34				
55	U	U	0.28	0.36	0.30	0.36	0.31	0.36	0.33	0.36	0.34	0.36	0.36	0.36		
135	U	U	0.28	0.38	0.30	0.38	0.31	0.38	0.33	0.38	0.34	0.38	0.36	0.38	0.38	0.38

La letra "U" indica una combinación de dientes de engranes que producen un forma de diente rebajado en una o ambas componentes y debe ser evitada.

Fuente: AGMA 908-B89

**TABLA 3-4B** FACTOR GEOMÉTRICO J AGMA POR FLEXIÓN PAR ENGRANAJES CILÍNDRICOS

Angulo de presión	25°															
Dientes	Carga en el diente															
En la parte superior	Profundidad total															
Addendum	Longitud del 25%															
	Diente piñón															
Diente del	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	0.33	0.33												
17	U	U	0.33	0.36	0.36	0.36										
21	U	U	0.33	0.39	0.36	0.39	0.39	0.39								
26	U	U	0.33	0.41	0.37	0.42	0.40	0.42	0.43	0.43						
35	U	U	0.34	0.44	0.37	0.45	0.40	0.45	0.43	0.46	0.46	0.46				
55	U	U	0.34	0.47	0.38	0.48	0.41	0.49	0.44	0.49	0.47	0.50	0.51	0.51		
135	U	U	0.35	0.51	0.38	0.52	0.42	0.53	0.45	0.53	0.48	0.54	0.53	0.56	0.57	0.57

La letra "U" indica una combinación de dientes de engranes que producen un forma de diente rebajado en una o ambas componentes y debe ser evitada.

Fuente: AGMA 908-B89

**TABLA 3-4C** FACTOR GEOMÉTRICO J AGMA POR FLEXIÓN PAR ENGRANAJES CILÍNDRICOS

Angulo de presión	25°															
Dientes	Carga en al diente															
En la parte superior	Profundidad total															
Addendum	Longitud del 50%															
	<b>Diente piñón</b>															
Diente del	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	T	T														
14	T	T	T	T												
17	T	T	T	T	T	T										
21	T	T	T	T	T	T	0.40	0.23								
26	T	T	T	T	T	T	0.40	0.25	0.40	0.25						
35	T	T	T	T	T	T	0.40	0.28	0.40	0.28	0.40	0.28				
55	T	T	T	T	T	T	0.40	0.32	0.40	0.32	0.40	0.32	0.40	0.32		
135	T	T	T	T	T	T	0.40	0.36	0.40	0.36	0.40	0.36	0.40	0.36	0.40	0.36

La letra "T" indica una combinación de dientes de engranes que producen dientes puntiagudos con una parte superior de diente menor de  $0.3/P_{nd}$  en una o ambas componentes y debe ser evitada.

Fuente: AGMA 908-B89

**TABLA 3-4B** FACTOR GEOMÉTRICO J AGMA POR FLEXIÓN PAR ENGRANAJES CILÍNDRICOS

Angulo de presión	25°															
Dientes	Profundidad total															
En la parte superior	En la parte superior															
Addendum	Igual															
	<b>Diente piñón</b>															
Diente del	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	0.33	0.33												
17	U	U	0.33	0.36	0.36	0.36										
21	U	U	0.33	0.39	0.36	0.39	0.39	0.39								
26	U	U	0.33	0.41	0.37	0.42	0.40	0.42	0.43	0.43						
35	U	U	0.34	0.44	0.37	0.45	0.40	0.45	0.43	0.46	0.46	0.46				
55	U	U	0.34	0.47	0.38	0.48	0.41	0.49	0.44	0.49	0.47	0.50	0.51	0.51		
135	U	U	0.35	0.51	0.38	0.52	0.42	0.53	0.45	0.53	0.48	0.54	0.53	0.56	0.57	0.57

La letra "U" indica una combinación de dientes de engranes que producen un forma de diente rebajado en una o ambas componentes y debe ser evitada.

Fuente: AGMA 908-B89



**TABLA 3-4E** FACTOR GEOMÉTRICO J AGMA POR FLEXIÓN PAR ENGRANAJES CILÍNDRICOS

Angulo de presión	25°															
Dientes	Carga en el diente															
En la parte superior	Profundidad total															
Addendum	Longitud del 25%															
	<b>Diente piñón</b>															
Diente del	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	0.38	0.22														
14	0.38	0.25	0.40	0.25												
17	0.38	0.29	0.40	0.29	0.43	0.29										
21	0.38	0.32	0.41	0.32	0.43	0.33	0.46	0.33								
26	0.39	0.35	0.41	0.35	0.44	0.36	0.46	0.36	0.48	0.37						
35	0.39	0.38	0.41	0.39	0.44	0.39	0.47	0.40	0.49	0.41	0.51	0.41				
55	0.39	0.42	0.42	0.43	0.44	0.44	0.47	0.44	0.49	0.45	0.52	0.45	0.55	0.47		
135	0.40	0.47	0.42	0.48	0.45	0.49	0.48	0.49	0.50	0.50	0.53	0.51	0.56	0.53	0.59	0.55

La letra "U" indica una combinación de dientes de engranes que producen un forma de diente rebajado en una o ambas componentes y debe ser evitada.

Fuente: AGMA 908-B89

**TABLA 3-4C** FACTOR GEOMÉTRICO J AGMA POR FLEXIÓN PAR ENGRANAJES CILÍNDRICOS

Angulo de presión	25°															
Dientes	Carga en al diente															
En la parte superior	Profundidad total															
Addendum	Longitud del 50%															
	<b>Diente piñón</b>															
Diente del	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	T	T														
14	T	T	T	T												
17	T	T	T	T	T	T										
21	T	T	T	T	T	T	0.52	0.27								
26	T	T	T	T	T	T	0.52	0.30	0.53	0.31						
35	T	T	T	T	T	T	0.52	0.35	0.53	0.35	0.55	0.36				
55	T	T	T	T	T	T	0.52	0.40	0.54	0.41	0.56	0.42	0.58	0.50		
135	T	T	T	T	T	T	0.52	0.46	0.54	0.47	0.56	0.48	0.58	0.50	0.60	0.53

La letra "T" indica una combinación de dientes de engranes que producen dientes puntiagudos con una parte superior de diente menor de  $0.3/P_{nd}$  en una o ambas componentes y debe ser evitada.

Fuente: AGMA 908-B89

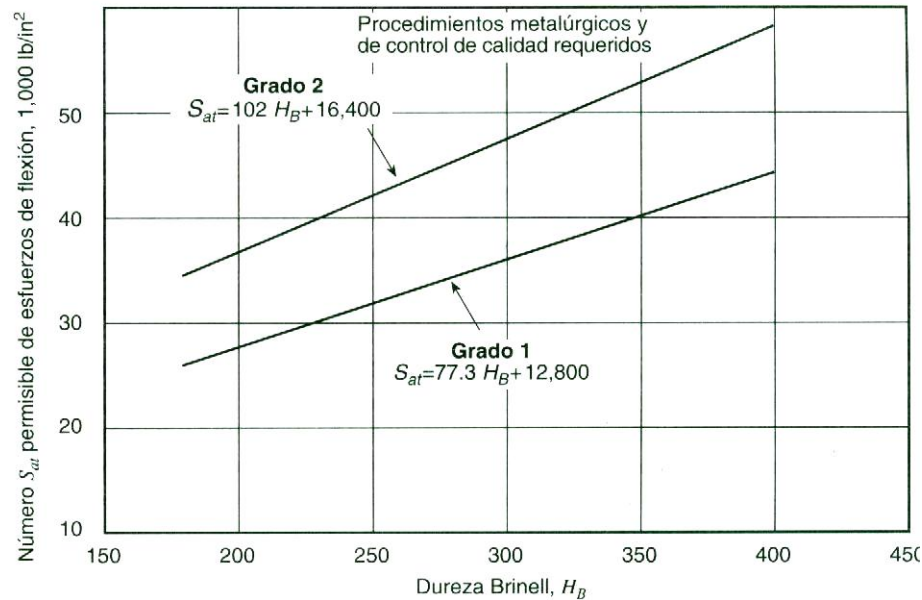


Fig.3.42

Esfuerzo permisible de flexión  $s_{at}$  para aceros totalmente endurecidos.  
Fuente AGMA 2001-c95

### Factor de confiabilidad $K_R$

El factor de confiabilidad toma en cuenta el efecto de la distribución estadística normal de las fallas encontradas al probar materiales. El valor de  $K_R=1.0$  se basa en una probabilidad estadística de una falla en 100 a 107 ciclos. La tabla 10.6 da los valores de  $K_R$  que puede usarse para satisfacer otros requisitos.

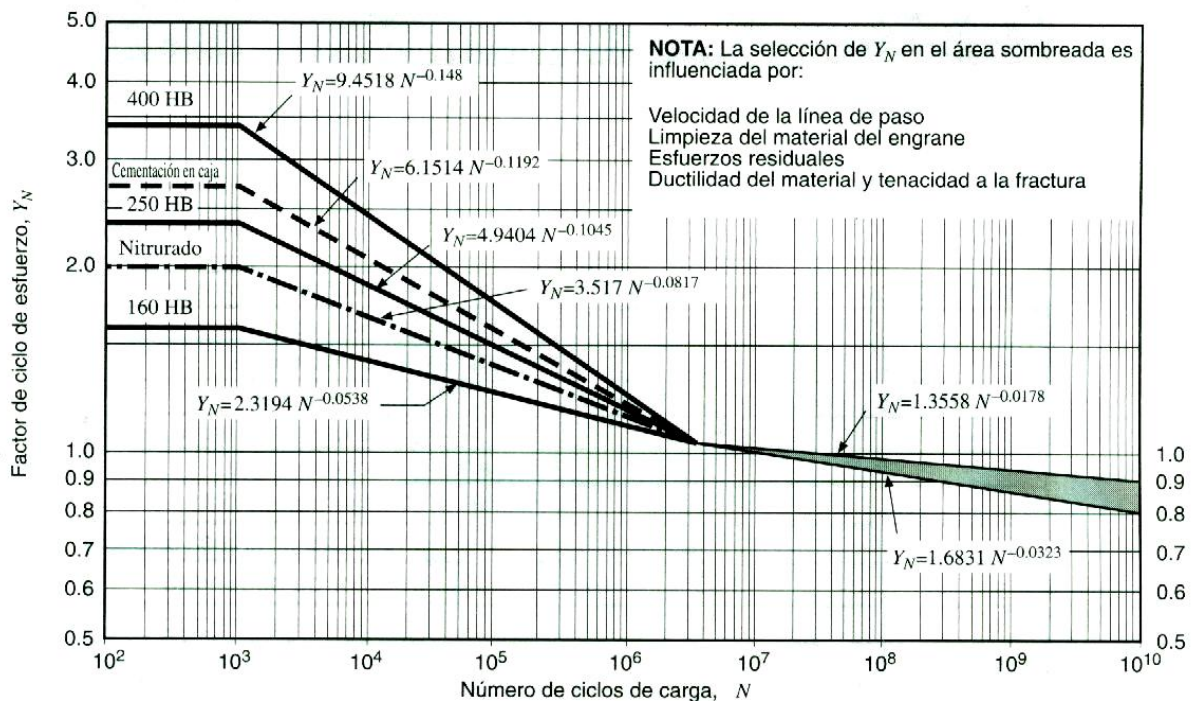


Figura 3-43 Factor de ciclo de esfuerzo por resistencia a flexión,  $Y_N$   
Fuente: AGMA 2001-C95

### Ejemplo 1

Supongamos que un par de engranajes de cálida clase 6 se diseña para operar con las siguientes características:

Angulo de presión =  $25^{\circ}$

Dientes AGMA de profundidad total con carga HPSTC

Paso diametral = 6 dientes por pulgada

Ancho de la cara = 2.00 in

Carga transmitida = 430 lbf

Velocidad de línea de paso = 1527 ft/min

El piñón tiene 14 dientes y está hecho de bronce ASTM B148 mientras que el engrane tiene 17 dientes y está hecho de acero grado 1 completamente endurecido con dureza Brinell de 200. Los engranes tienen discos sólidos y operan a una temperatura de no más de  $180^{\circ}\text{F}$ . Si el factor de seguridad  $S_F$  es de 2.0, determine si el conjunto de engranes es seguro.

### Solución.

De la información dada, hacemos:  $K_0 = K_S = K_B = Y_N = K_T = K_R = 1.0$  y usaremos un módulo 3-1 para ensamblar los elementos necesarios para verificar la ecuación de diseño. Con base en la información dada, necesitaremos usar la figura 3.42 para obtener el esfuerzo permisible de flexión sobre el engrane de acero, y la tabla 3-5 para obtener el esfuerzo permisible de flexión para el piñón de bronce. Usaremos la tabla 3-4d para obtener los valores del factor geométrico para cada uno de los engranes. Esos valores pueden insertarse en el módulo 3-1 para generar los resultados mostrados en la página 106. Este módulo utiliza la calidad clase  $Q_v$  y la velocidad de la línea de paso para ensamblar las ecuaciones (3,22) a la (3,24) para determinar  $K_v$ . Este módulo usa las ecuaciones (3,26) a la (3,30) para ensamblar el valor de  $K_m$  usando la hipótesis de que  $C_{mc} = C_{pm} = C_e = 1.0$  y que el tipo de engrane es abierto.

Vemos en la hoja de cálculo que el piñón falla mientras que el engrane es satisfactorio. Además de proporcionar una manera excelente para que el diseñador esté seguro que ha incluido todos los factores necesarios para el diseño por flexión, una hoja de cálculo de este tipo permite que el diseñador regrese y cambie parámetros para ver qué impacto tendrán esos cambios sobre el diseño en su conjunto.

Por ejemplo, si la carga aplicada en este problema se reduce a 425, el piñón será seguro.

Por supuesto, aun si el par de engranes es seguro respecto a falla por esfuerzo de flexión, la falla por picadura todavía podría ocurrir.

**TABLA 3-5 ESFUERZO PERMISIBLE DE FLEXIÓN  $S_{at}$ ,  
PARA ENGRANES DE HIERRO Y BRONCE**

Material	Designación del material <sup>1)</sup>	Tratamiento térmico	Dureza superficial mínima típica <sup>2)</sup>	Esfuerzo permisible de flexión <sup>3)</sup> $S_{at}$ en lb/in <sup>2</sup>
Hierro fundido gris ASTM A48	Clase 20	Tal como es fundido	—	5,000
	Clase 30	Tal como es fundido	174 HB	8,500
	Clase 50	Tal como es fundido	201 HB	13,000
ASTM A536 Hierro (nodular) dúctil	Grado 60-40-18	Recosido	140 HB	22,000-33,000
	Grado 80-55-06	Templado y revenido	179 HB	23,000-33,000
	Grado 100-70-03	Templado y revenido	229 HB	27,000-40,000
	Grado 120-90-02	Templado y revenido	269 HB	31,000-44,000
Bronce	-	Fundido en arena	Resistencia mínima a la tensión de 40,000 lb/in <sup>2</sup>	5,700
	Aleación 954 ASTM B-148	Tratado térmicamente	Resistencia mínima a la tensión de 40,000 lb/in <sup>2</sup>	23,600

#### Notas

1) Vea ANSI/AGMA 2004-B89, *Gear Materials and Heat Treatment Manual*.

2) Dureza medida equivalente a la que se midió en la raíz del diámetro en el centro de la superficie del diente y ancho de cara.

3) Los valores inferiores deben usarse para fines de diseño general.

Los valores superiores pueden usarse cuando:

- Se usa material de alta calidad.
- El tamaño de la sección y el diseño permiten una respuesta máxima al tratamiento térmico.
- Un control de calidad apropiado es afectado por una inspección adecuada.
- La experiencia operativa justifica su uso.

Fuente: AGMA 2001-C95

<b>Módulo 3-1</b> <b>Ecuación de diseño por flexión</b> <b>de dientes de engranajes cilíndricos</b>				
$W_t K_o K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J} \leq \frac{s_{at} Y_N}{S_F K_T K_R}$				
Información que es común a ambos engranajes en el conjunto				
$\phi =$	25	grados	Angulo de presión	
$P_d =$	6	dientes/pul	Paso diametral	
$Gear\ type =$	AGMA full depth		Tipo de diente	
$Tooth\ load =$	HPSTC loading		Tipo de carga en el diente	
$F =$	2,00	pulgadas	Ancho de cara	
$W_t =$	430	lbf	Carga transmitida	
$v_t =$	1.527	ft/min	Velocidad de la línea de paso	
$S_F =$	2,00		Factor de seguridad	
$K_o =$	1,0		Factor de sobre carga	
$K_v =$	6		Clase de calidad del conjunto de engrane	
$K_s =$	1,0		Factor de tamaño	
$K_B =$	1,0		Factor de espesor de borde	
$Y_N =$	1,0		Factor de ciclo de esfuerzos	
$K_T =$	1,0		Factor de temperatura	
$K_R =$	1,0		Factor de confiabilidad	
Información que puede ser diferente para cada engrane en el conjunto				
	Piñon	Engrane		
$N_i =$	14	17	teeth	Número de dientes
$Material =$	Bronze	Steel HB200		Tipo de material
$grade =$	ASTMB148	Grade 1		Grado del material
Valores encontrados de la información anterior e insertados por el diseñador:				
$s_{at} =$	23.600	28.260	psi	Allowable stress
$J =$	0,33	0,36		Geometry factor
Valores calculados usando la información anterior:				
$K_v =$	1,51			Factor dinámico
$K_m =$	2,0			Factor de distribución de carga
$s_t =$	11.936	10.942	psi	Lado izquierdo de la ecuación
$RHS$	11.800	14.130	psi	Lado derecho de la ecuación
<b>Condición</b>	<b>FALLA</b>	<b>SEGURA</b>		

TABLA 3-6 FACTORES DE CONFIABILIDAD,  $K_R$ 

Requisitos de aplicación	$K_R^a$
Menos de una falta en 10,000	1.50
Menos de una falta en 1,000	1.25
Menos de una falla en 100	1.00
Menos de una falta en 10	0.85 <sup>b</sup>
Menos de una falla en 2	0.70 <sup>c</sup>

a) La ruptura de dientes se considera a veces un mayor peligro que la picadura. En tales casos, un valor mayor de  $K_R$  se selecciona por flexión.

b) Para este valor, podría ocurrir un flujo plástico en vez de una picadura.

c) Extrapolación de datos de prueba.

Fuente: AGMA 2001-C95

### 3.12.2 RESISTENCIA A LA PICADURA.

El modo de aplicación del esfuerzo para la falla por picadura es el esfuerzo de contacto. La fórmula fundamental para el esfuerzo de picadura en un diente de engrane es:

$$s_c = C_p = \sqrt{W_t K_o K_v \frac{K_m C_f}{d F I}} \quad (3,31)$$

donde:

$s_s$  = esfuerzo de contacto (psi);

$C_p$  = coeficiente elástico (lbf/in<sup>2</sup>)<sup>0.5</sup>

$W_t$  = carga tangencial transmitida (lbf) (definida antes);

$K_o$  = factor de sobrecarga (definido antes);

$K_v$  = factor dinámico (definido antes);

$K_m$  = factor de distribución de carga (definido antes);

$C_f$  = factor de condición superficial para la resistencia a la picadura;

$d$  = diámetro del círculo primitivo operativo del piñón (in);

$$d = \frac{2C}{m_G + 1} \quad \text{para engranes externos} \quad (3,32)$$

$$d = \frac{2C}{m_G - 1} \quad \text{para engranes internos} \quad (3,33)$$

donde  $C$  es la distancia operativa entre centros y  $m_G$  es la razón de engranes  $> 1.0$

$F$  = ancho de la cara neta del miembro más estrecho (in) (definido antes); e

$I$  = factor geométrico para la resistencia a la picadura.

Para un diseño apropiado, este esfuerzo de picadura no debe exceder el esfuerzo de diseño dado por:

$$s_c \leq \frac{S_{ac} Z_N C_H}{S_H K_T K_R} \quad (3,34)$$

donde:

$s_{ca}$  = esfuerzo permisible de contacto para el material (psi);

$Z_N$  = factor de ciclo de esfuerzos para resistencia a la picadura;

$C_H$  = factor de razón de dureza para resistencia a la picadura;

$S_H$  = factor de seguridad por picadura;

$K_T$  = factor de temperatura (definido antes); y  
 $K_R$  = factor de confiabilidad (definido antes).

Una inspección de las ecuaciones asociadas con el diseño por esfuerzo de picadura muestra que el diámetro del círculo primitivo “ $d$ ” aparece en el denominador del término de esfuerzo.

Esto significa que con todos los otros factores iguales el engrane con el menor diámetro de círculo primitivo tendrá un esfuerzo mayor. Así, el piñón de un conjunto de engranes usualmente fallará antes que el engrane.

Esto parece ser intuitivamente obvio si uno considera el hecho de que el menor engrane tendrá un menor número de dientes que recibirán un número proporcionalmente mayor de impactos de contacto sobre cada diente conforme los engranes se acoplan.

Algunos diseñadores sólo consideran el esfuerzo de picadura sobre el piñón en el proceso de diseño. Esto funciona bien en muchos casos, pero puede conducir a dificultades cuando los materiales de los dos engranes acoplantes, son considerablemente diferentes.

Por ejemplo, si un piñón de acero corre contra un engrane de plástico, parece probable que el engrane fallará por picadura antes que el piñón alcance un nivel de esfuerzo crítico por picadura. Por esta razón, en caso de duda conviene considerar el esfuerzo de picadura en ambos engranes del conjunto.

Como muchos términos en los dos lados de la ecuación de diseño por picadura ya han sido definidos en la sección sobre esfuerzo de flexión, analizaremos sólo aquellos parámetros que no hayan sido ya definidos. Consideraremos los nuevos parámetros en el orden en que aparezcan en las ecuaciones () y ().

### El coeficiente elástico $C_p$

El coeficiente elástico se define como:

$$C_p = \sqrt{\frac{1}{\pi \left[ \left( \frac{1 - \mu_p^2}{E_p} \right) + \left( \frac{1 - \mu_G^2}{E_G} \right) \right]}} \quad (3,35)$$

donde:  $\mu_p$  y  $\mu_G$  son las razones de Poisson para el piñón y el engrane;

$E_p$  y  $E_G$  son los módulos de elasticidad para el piñón y para el engrane (psi).

### El factor de condición superficial $C_f$

El factor de condición superficial depende del acabado de la superficie, del esfuerzo residual y de cualquier efecto plástico presente. Los factores de condición superficial estándar para dientes de engranes no han sido aún establecidos por la AGMA. A menos que el acabado superficial sea perjudicial para la operación de los engranes, la AGMA recomienda que  $C_f = 1.0$ .

### El factor geométrico “ $I$ ”

El factor geométrico para resistencia a la picadura toma en cuenta el radio de curvatura de los dos dientes al entrar en contacto. A diferencia del factor geométrico para flexión, el factor “ $I$ ” puede calcularse muy fácilmente usando relaciones descritas por la AGMA. La relación es:

$$I = \frac{\cos \phi}{\left( \frac{1}{\rho_p} \pm \frac{1}{\rho_G} \right) 2r_p} \quad (3,36)$$



donde:

$$\rho_p = \sqrt{\left(r_p + a\right)^2 - \left(r_p \cos \varphi\right)^2} - \frac{\pi}{P_d} \cos \varphi \quad (3,37)$$

$$\rho_G = C \operatorname{sen} \varphi \pm \rho_p \quad (3,38)$$

$$a = \text{tamaño del addendum} = \left( \frac{1 + x_p}{P_d} \right)$$

En estas expresiones,  $r_p$  es el radio del círculo primitivo del piñón,  $\varphi$  es el ángulo de presión,  $C$  es la distancia entre centros entre el piñón y el engrane y  $x_p$ , representa el porcentaje decimal de alargamiento del addendum para dientes de addendum desiguales. Para dientes con addendum 50% largo,  $x_p = 0.5$ , etc. Los signos superiores en la expresión son para engranes externos y los signos inferiores son para engranes internos.

### Esfuerzo permisible de contacto $s_{ac}$

El esfuerzo permisible de contacto depende de varios factores, incluidos la composición del material, la limpieza, el esfuerzo residual, la microestructura, la calidad, el tratamiento térmico y las prácticas de procesamiento. El estándar AGMA 2001-C95 proporciona considerable información sobre valores apropiados para  $s_{ac}$ . Por ejemplo, la figura 3-44 muestra los valores de  $s_{ac}$  para engranes de acero totalmente endurecidos en función de la dureza Brinell de la superficie del material, y la tabla 3-7 da valores de  $s_{ac}$  para engranes de hierro y bronce.

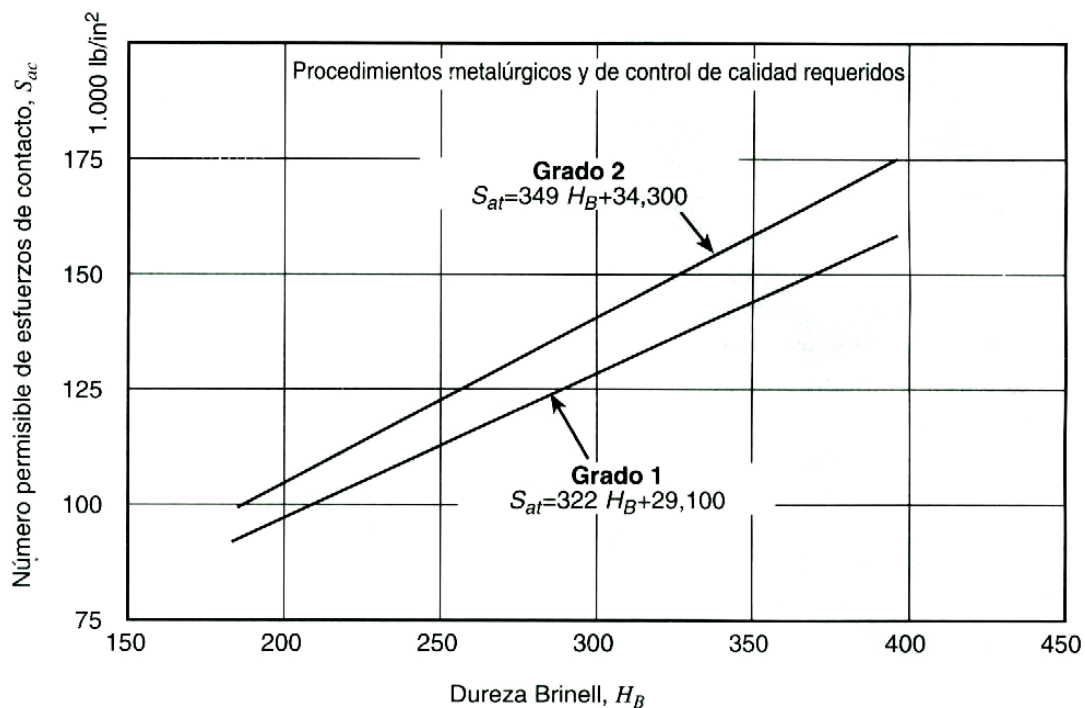


Figura 3-35 Esfuerzo  $S_{ac}$  permisible de contacto para engranes de acero totalmente endurecidos.  
Fuente: AGMA Standard 2001-C95

**TABLA 3.7 NÚMERO  $s_{at}$  PERMISIBLE DE ESFUERZOS DE CONTACTO  
PARA ENGRANES DE HIERRO Y BRONCE**

Material	Designación del material <sup>1)</sup>	Tratamiento térmico	Dureza superficial mínima típica <sup>2)</sup>	Esfuerzo permisible de flexión <sup>3)</sup> $s_{at}$ en lb/in <sup>2</sup>
Hierro fundido gris ASTM A48	Clase 20	Tal como es fundido	—	50,000-60,000
	Clase 30	Tal como es fundido	174 HB	65,000-75,000
	Clase 50	Tal como es fundido	201 HB	75,000-85,000
ASTM A536 Hierro (nodular) dúctil	Grado 60-40-18	Recosido		77,000-92,000
	Grado 80-55-06	Templado y revenido	140 HB	77,000-92,000
	Grado 100-70-03	Templado y revenido	179 HB	92,000-112,000
	Grado 120-90-02	Templado y revenido	229 HB 269 HB	103,000-126,000
Bronce		Fundido en arena	Resistencia mínima a la tensión de 40,000 lb/in <sup>2</sup>	30,000
	Aleación 954 ASTM B-148	Tratado térmicamente	Resistencia mínima a la tensión de 90,000 lb/in <sup>2</sup>	65,000

1) Vea ANSI/AGMA 2004-B89, *Geat Materials and Heat Treatment Manual*.

2) La dureza debe ser equivalente a la inicial de un perfil activo en el centro del ancho de la cara.

3) Los valores inferiores deben usarse para propósitos generales de diseño. Los valores superiores pueden usarse cuando:

- Se use material de alta calidad.
- El tamaño y diseño de la sección permiten una respuesta máxima al tratamiento térmico.
- Un control de calidad apropiado es afectado por una inspección adecuada.

El diseñador interesado en valores para otros tipos de materiales puede consultar las normas AOMA que contienen información adicional.

### Factor del ciclo de esfuerzo $Z_N$

El factor del ciclo de esfuerzos para la resistencia a la picadura se usa para ajustar los niveles del esfuerzo permisible según el número requerido de ciclos. Aunque la base teórica para el establecimiento de esta medida es similar a la usada para el factor  $Y_N$  para flexión, el valor  $Z_N$  puede tener un valor enteramente diferente. El número de ciclos de esfuerzo se define como el número de contactos de acoplamiento, bajo carga, del diente de engrane bajo consideración. Los números AGMA de esfuerzo permisible se establecen para  $10^7$  ciclos de carga unidireccional de

diente para una confiabilidad del 99%. Si esto es satisfactorio, el diseñador debería escoger  $Z_N = 1.0$ . Puede usarse la figura 3,45 si se requiere un número diferente de ciclos que  $10^7$ .

### Factor de razón de dureza $C_H$

Como el piñón de un conjunto de engranes es usualmente menor que el engrane, sus dientes sufren más ciclos de esfuerzo de contacto. La razón de dureza se usa para compensar el bajo desgaste que resultará sobre el engrane durante la vida del conjunto de engranes. El factor de razón de dureza depende de la razón de engranes, del acabado superficial del piñón y de la dureza tanto del piñón como del engrane. Este factor se aplica *sólo al engrane y no al piñón*. El valor de  $C_H$ , para engranes totalmente endurecidos puede encontrarse con la expresión:

$$C_H = 1.0 + A(m_G - 1.0) \quad (3,39)$$

donde:

$m_G$  es la razón de engranes (siempre  $\geq 1.0$ ) y el valor de "A" se determina con:

$$\begin{aligned} \text{si } \frac{H_{BP}}{H_{BG}} < 1.2 & \quad A = 0.0 \\ \text{si } 1.2 \leq \frac{H_{BP}}{H_{BG}} \leq 1.7 & \quad A = 0.00898 \left[ \frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right] - 0.00929 \\ \text{si } \frac{H_{BP}}{H_{BG}} > 1.7 & \quad A = 0.06698 \end{aligned}$$

donde  $H_{BP}$  es la dureza Brinell del piñón y  $H_{BG}$  es la dureza Brinell del engrane.

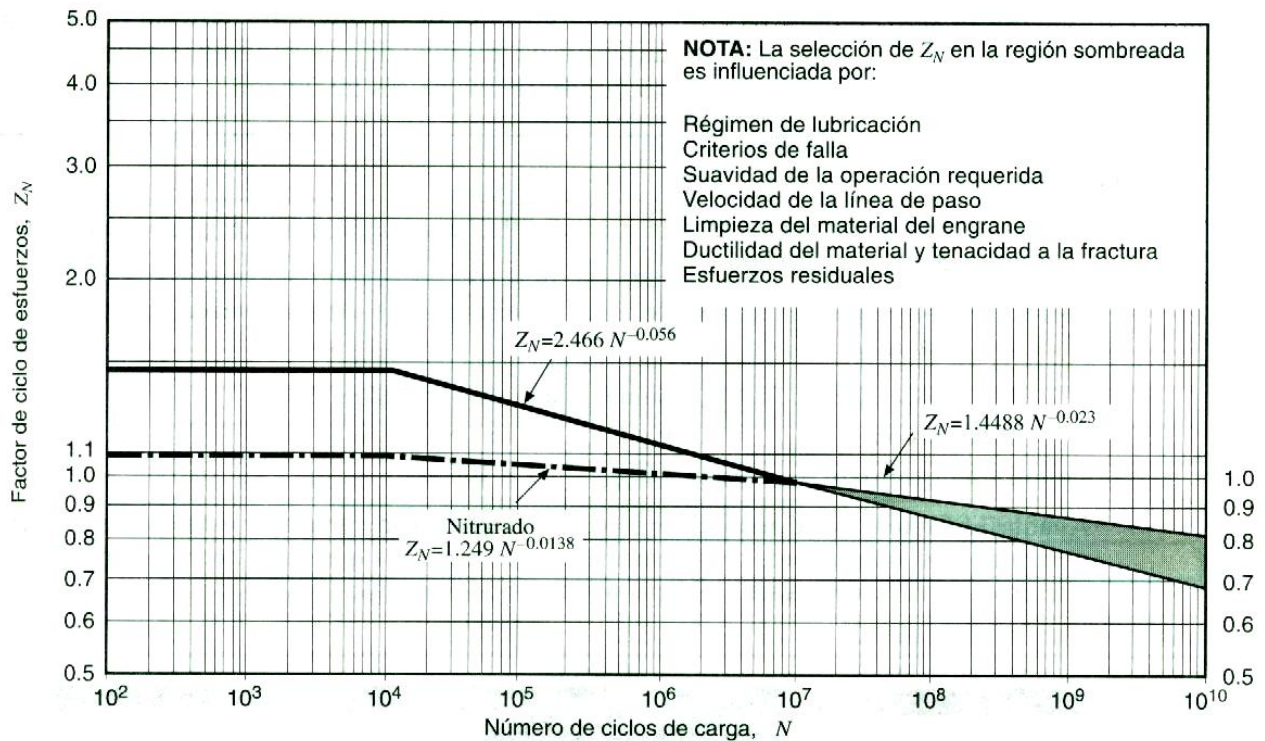


Fig. 3.45 Factor de ciclo de esfuerzo

Fuente: AGMA 2001-C95

## Factor de seguridad $S_H$

El concepto de un factor de seguridad ha sido analizado en secciones anteriores de este texto y también antes en este capítulo. La justificación para la selección de un factor de seguridad particular por picadura es similar a la justificación para la selección del factor de seguridad por flexión, aunque es posible tener un valor de  $S_H$  diferente a  $S_F$ . La razón para esto es que el factor de seguridad puede surgir de un nivel de incertidumbre asociado con los parámetros por esfuerzo de contacto diferente a la de los de flexión.

## Ejemplo 2

Investigue el conjunto de engranes del ejemplo 1 para ver si los dos engranes de este conjunto son seguros por picadura.

### Solución.

Para implementar la desigualdad de diseño por picadura, se necesita información adicional. Ésta es:

Para bronce UNSC 95400, el número de dureza Brinell es 190.

Para el bronce,  $\mu_{\text{bronce}} = 0.349$  y  $E_{\text{bronce}} = 16.1 \times 10^6$  psi.

Para el acero,  $\mu_{\text{acero}} = 0.349$  y  $E_{\text{acero}} = 30 \times 10^6$  psi.

Aunque esperamos que el menor tamaño del piñón dé lugar a un mayor esfuerzo de contacto y por tanto fallará primero, revisaremos ambos engranes ya que están hechos de materiales diferentes. Para resolver este problema utilizaremos el módulo 3-2.

A diferencia de la situación para el esfuerzo de flexión, tanto el piñón como el engrane fallan por picadura para las condiciones de diseño fijadas. Una comparación de los esfuerzos a cada lado de la ecuación de diseño muestra que el diseño cae dentro del dominio de falla del espacio de diseño. Como se mencionó en el ejemplo anterior, la hoja de cálculo del módulo es una manera excelente de organizar el proceso de diseño, de modo que el usuario puede llevar el control de los muchos parámetros necesarios de entrada. Esos valores requeridos de entrada se muestran en las secciones sombreadas de la hoja de cálculo. Una ventaja significativa del uso de este módulo es que permite al diseñador experimentar con cambios en tales parámetros como el ancho de cara, la carga aplicada, el paso diametral, la velocidad de la línea de paso, etc., para ver qué efectos tienen esos cambios en el diseño en su conjunto. Por ejemplo, si el diseñador disminuye la carga transmitida a 113 lbf, el engrane resulta seguro respecto a la picadura. Si la carga transmitida se reduce aún más a 38 lbf, tanto el piñón como el engrane resultan seguros respecto a las picaduras. Una comparación de los resultados de los ejemplos 1 y 2 muestra que este particular par de engranajes es mas bastante mas vulnerable a fallas por picadura que por flexión de los dientes

Módulo 3-2				
Ecuación de diseño por picadura de dientes de engranes cilíndricos				
$C_p \sqrt{W_t K_o K_v \frac{K_m C_f}{dF} \frac{C_H}{I}} \leq \frac{s_{ac}}{S_H} \frac{Z_N}{K_T} \frac{C_H}{K_R}$				
Información que es común a ambos engranajes del conjunto				
$\phi =$	25	Grados	Angulo de presión	
$P_d =$	6	Dient/pul	Poso diametral	
$Gear\ type =$	AGMA full depth		Tipo de diente	
$Tooth\ load=$	HPSTC loading		Tipo de carga en el diente	
$F =$	2,00	pulg.	Ancho de la cara	
$W_t =$	430	lbf	Carga transmitida	
$v_t =$	1.527	ft/min	Velocidad de la linea de paso	
$S_H =$	2,00		Factor de seguridad por picadura	
$K_o =$	1,0		Factor de sobre carga	
$Q_v =$	6		Clase de calidad del conjunto	
$C_f =$	1,0		Factor de condición superficial	
$Z_N =$	1,0		Factor de picadura del ciclo de esfuerzo	
$K_T =$	1,0		Factor de temperatura	
$K_R =$	1,0		Factor de confiabilidad	
Informacion que puede ser diferente para cada engranaje en el conjunto				
	Piñon	Engranaje		
$N_i =$	14	17	dientes	Númer de dientes
$Gear\ style =$	1	1		-1=Diente internos,+1=externos
$Addendum =$	0%	0%		Porcentaje +largo/-corto
$Material =$	Bronze	Steel HB200		Tipo de material
$grade =$	UNSC95400	Grade 1		Grodo del material
Hardness	190	200	BHN	Número de dureza brinell
$\mu =$	0,349	0,30		Razón de Poisson
$E =$	16.100.000	30.000.000	psi	Módulo elástico
Valores encontrados de la información anterior e insertados por el diseñador				
$s_{ac} =$	65.000	93.500	psi	Esfuerzo permisible
Valores calculados usando la información anterior:				
$d =$	2,333	2,833	pul	Diámetro del circulo primitivo
$I =$	0,0906			Factor de geometria por picadura
$C_p =$	1937		(lb/in <sup>2</sup> ) <sup>0.5</sup>	Coeficiente elástico
$C_H =$	1,00	1,00		Factor de razón de dureza
$K_v =$	1,51			Factor dinamico
$K_m =$	2,0			Factor de distribución de carga
$s_c =$	107.917	97.933	psi	Lado izquierdo de la ecuación
$RHS$	32.500	46.750	psi	Lado derecho de la ecuación
Condición	FALLA	FALLA		

## PROBLEMAS

Suponga que todos los tocos antes de ser tallados son cilindros circulares sólidos, esto es a menos que se especifique otra cosa.

1. Dos engranajes de profundidad total a  $20^\circ$  tienen un paso diametral de 12 in y opera con un espaciamento centro a centro de 3 in, como se muestra en la figura. La razón de velocidad del par es de 2:1. ¿Espera usted que se presente un rebaje en el piñón? ¿Cuál será la razón de contacto para el par de engranes?

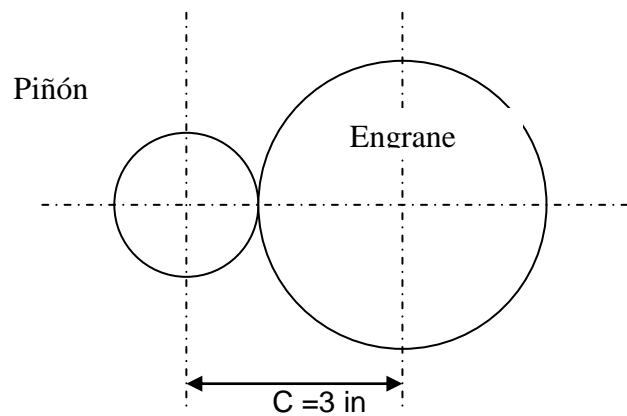


Fig. 1

- ¿Cuántos dientes debe haber en un engrane de  $14\frac{1}{2}^\circ$  con dientes de involuta de profundidad total si los círculos base y de profundidad de trabajo coinciden?
- Un engrane de 24 dientes con  $P_d = 6$ , se acopla con un engrane de 36 dientes. Si no hay tolerancia o huelgo, ¿cuál será el ancho de los dientes de los engranes en el círculo primitivo y cuál será la distancia entre centros para el par?
- Encuentre el valor mínimo del ángulo de presión para un sistema de engranes que generará un piñón de 12 dientes de profundidad total sin rebaje.
- Un piñón de 72 dientes a  $14\frac{1}{2}^\circ$  se acopla con un engrane de 144 dientes a una distancia estándar entre centros de 18 in. El engrane más pequeño tiene dientes de profundidad total y el engrane mayor tiene dientes estándar cortos. Encuentre la razón de contacto para el par de engranes si  $P_d = 6$ .

Resp. Razón de contacto = 2.90.

6. En la figura 2, la distancia  $OA_1$  es igual a  $3/4$  de  $OA$ . El engrane 1 tiene 20 dientes. Si el engrane 2 tiene addenda de profundidad total, encuentre el valor (teórico) de  $r_2$ . Haga los cálculos para  $P_d = 1$  y  $\phi = 20^\circ$ .

Resp.  $r_2 = 22.66 \text{ in.}$

7. Dos engranes cilíndricos a  $20^\circ$  tienen 17 dientes cada uno. ¿Cuál debe ser el valor del addendum si la longitud de contacto se extiende  $2/3$  partes desde el punto de paso al punto de interferencia?  $P_d = 1$ .

Resp. Addendum = 0.842 in.

8. La longitud de contacto sobre un engrane de 18 dientes de profundidad total a  $20^\circ$  se extiende dos terceras partes de la distancia del punto de paso al punto de interferencia. Encuentre la longitud del addendum del engrane casante si éste tiene 72 dientes.  $P_d = 1$ . Encuentre la razón de contacto para el par de engranes.

Resp. Addendum = 0.7525; razón de contacto = 1.29.

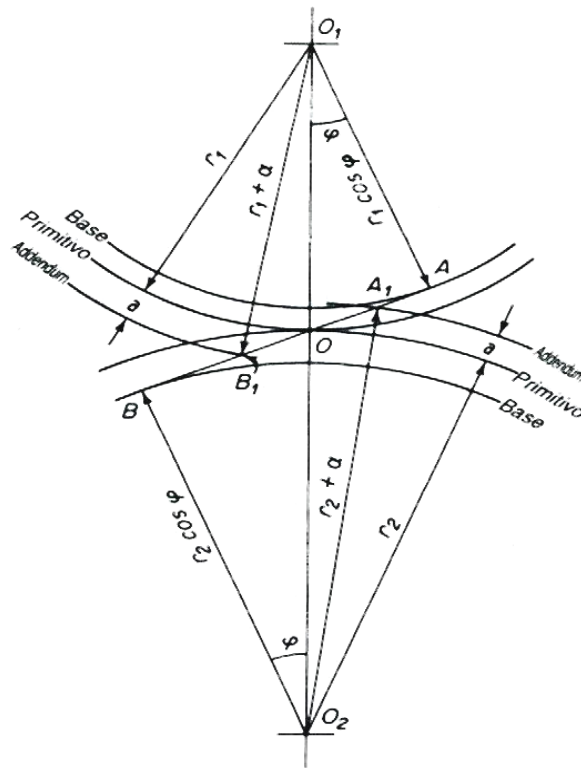


Fig. 2

9. Dos engranes de profundidad total a  $20^\circ$  están hechos de acero de grado 1 totalmente endurecido y son operados con una carga HPSTC. Ambos engranes tienen dureza Brinell = 200 y están fabricados con una calidad AGMA núm. 8. Los engranes tienen discos sólidos y operan a una temperatura de no más de  $180^\circ\text{F}$ . Si la velocidad de la línea de paso es de 395 ft/min,  $N_1=358$ ,  $N_2 = 135$ ,  $P_d = 4$  y el ancho de la cara es de 3 in, encuentre el caballaje máximo que los engranes podrían transmitir teóricamente. Si este caballaje se excede, ¿cuál sería, según usted, el modo de falla?
10. Dos engranes de acero de profundidad total a  $20^\circ$  están hechos de acero de grado 1 totalmente endurecido con dureza Brinell = 330 y son operados con una carga HPSTC. Los engranes son de calidad AGMA núm. 8. Los engranes tienen discos sólidos y operan a una temperatura de



no más de 180°F. El piñón gira a 860 rpm.  $N_1 = 35$ ;  $N_2 = 55$ ;  $m_0 = 5$  y  $F = 60$  mm. Encuentre la potencia que los engranes transmiten.

11. Suponga que un par de engranes de calidad clase 6 es diseñado para operar con las siguientes características:

Ángulo de presión = 25°

Los dientes son AGMA de profundidad total, con igual addendum y carga HPSTC

Paso diametral = 6 dientes por pulgada

Ancho de cara = 2.00 in

Carga transmitida = 400 lbf

Velocidad de la línea de paso = 1,200 ft/min.

El piñón tiene 14 dientes y está hecho de bronce ASTM B148 mientras que el engrane tiene 35 dientes y está hecho de acero grado 1 totalmente endurecido con dureza Brinell de 200. Los engranes tienen discos sólidos y operan a una temperatura de no más de 180°F. Si el factor de seguridad  $S_F$  es de 2.0, determine si el conjunto de engranes es seguro.

12. Suponga que un par de engranes de calidad clase 5 se ha diseñado para operar con las siguientes

características:

Ángulo de presión = 25°

Los dientes son AGMA de profundidad total, de igual addendum con carga HPSTC

Paso diametral = 8 dientes por pulgada

Ancho de cara = 1.00 in

Carga transmitida = 50 lbf.

Velocidad de línea de paso = 200 ft/min.

El piñón tiene 26 dientes y está hecho de hierro fundido gris ASTM A48 (clase 30) y el engrane tiene 55 dientes y está hecho del mismo material. Los engranes tienen discos sólidos y operan a temperaturas de no más de 180°F. Si el factor de seguridad  $S_F$  es de 2.0, determine si el conjunto de engranes es seguro.

13. Suponga que un par de engranes de calidad clase 10 se diseña para operar con las siguientes características:

Ángulo de presión = 25°

Los dientes son AGMA de profundidad total, de igual addendum con carga HPSTC

Paso diametral = 12 dientes por pulgada

Ancho de cara = 2.00 in

Velocidad de línea de paso = 1,000 ft/min

El piñón tiene 21 dientes y está hecho de acero grado 1 totalmente endurecido con HB = 350. El engrane tiene 35 dientes y está hecho del mismo material. Los engranes tienen discos sólidos y operan a una temperatura de no más de 180°F. Si el factor de seguridad  $S_F$  es de 2.0, determine la carga tangencial permisible máxima que los engranes pueden transmitir. ¿Cuál sería la respuesta si el ángulo de presión fuese de 20°?

14. Un par de engranes se fabrican con índice de calidad  $Q = 8$ . ¿Cuál es la velocidad máxima de la línea de paso  $v_{m\acute{a}x}$  que usted recomendaría usando las fórmulas AGMA para el factor dinámico. A esta velocidad, ¿cuál será el factor dinámico  $K_v$ ?

15. El eje a la izquierda de la figura 3 debe efectuar 2.54 revoluciones por cada revolución del eje a la derecha. Encuentre un conjunto adecuado de engranes que tenga  $20 \leq N_i \leq 120$  dientes usando  $j = 1$  y la razón de inicio de 35/89.

19. El eje a la izquierda de la figura 3 debe efectuar 2.54 revoluciones por cada revolución del eje a la derecha. Encuentre un conjunto adecuado de engranes que tenga  $20 \leq N_i \leq 120$  dientes usando  $j = 1$  y la razón de inicio de 41/104.
20. El conjunto de engranes de la figura 3 va a usarse para reemplazar un conjunto de engranes con una razón de tren de engranes de 53/149. Encuentre un conjunto adecuado de cuatro engranes que tengan  $20 \leq N_i \leq 120$  dientes usando la razón de inicio de 27/75.

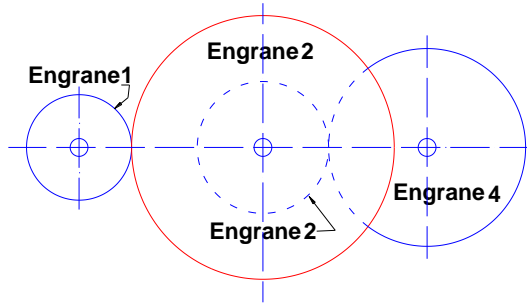


Fig.3

## CAPITULO – 4

### ENGRANAJE HELICOIDAL



#### 4.1 GENERALIDADES

Los engranajes helicoidales, tienen los dientes inclinados con respecto al eje (Fig. 4.1). Dicha inclinación viene determinada por el ángulo ( $\beta$ ) de la inclinación de la hélice.

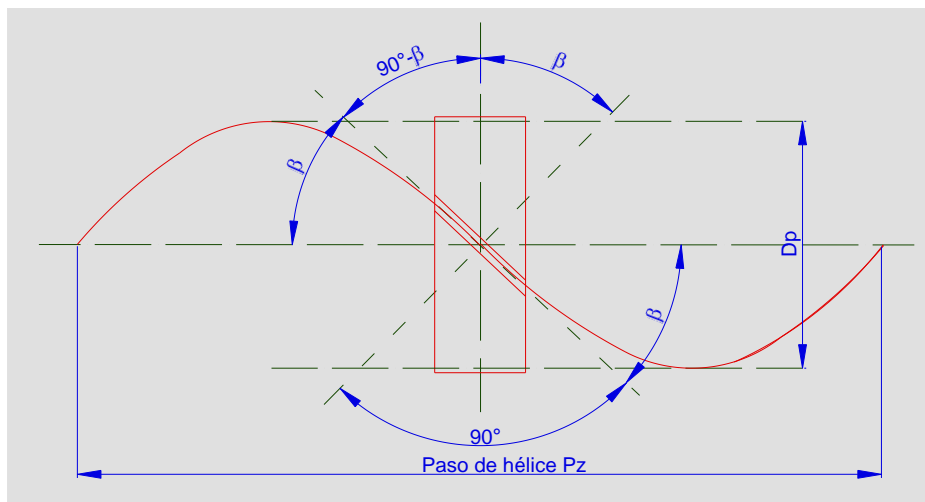


Fig. 4.1  
Engranaje helicoidal

## 4.2 ELEMENTOS RELACIONADOS CON LA HELICE CIRCULAR

**Angulo de inclinación de la hélice  $\beta$ :** Es el ángulo constante que forma la curva respecto al eje.

**Paso de la hélice  $P_z$ :** Distancia entre dos puntos de la hélice media en el sentido axial.

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\pi \times d}{P_z}$$

(4,1)

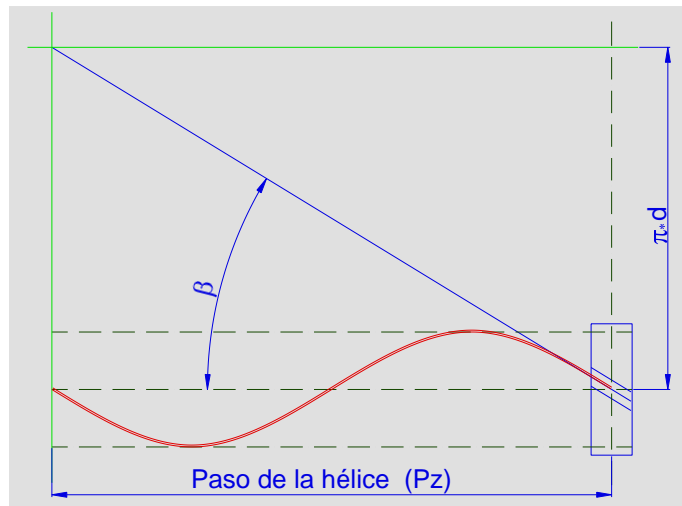


Fig.4.2 Hélice circular

### a) HÉLICE PRIMITIVA-HÉLICE BASE

**Hélice primitiva:** es aquella que está trazada sobre el cilindro primitivo. (Fig. 4.3 y 4.4)

**Hélice base:** es aquella que está trazada sobre el cilindro base. (Fig. 4.3 y 4.4)

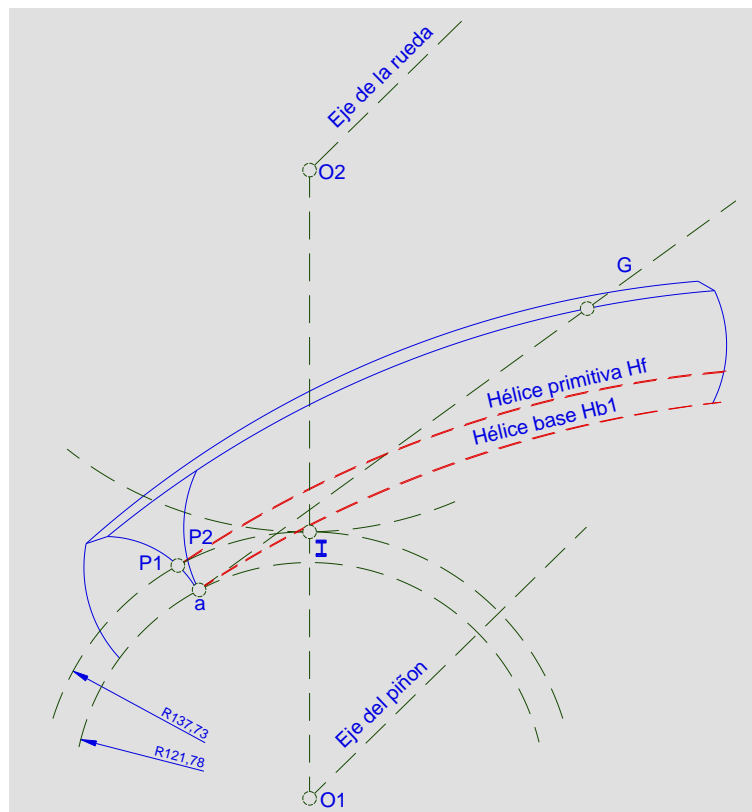


Fig.4.3  
Hélice primitiva y hélice base

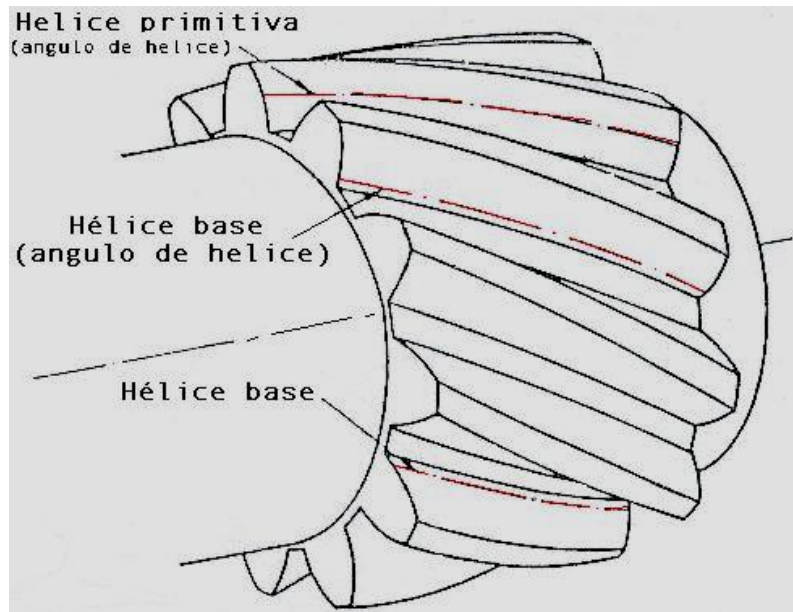


Fig. 4.4  
Engrane helicoidal

#### 4.3 DEFINICIÓN Y RELACIONES FUNDAMENTALES

En un dentado helicoidal distinguiremos:

- Elementos “circunferenciales o aparentes” (subíndice “t”) considerados dentro de todo el plano normal al eje del engrane. (Fig. 4.5)
- Elementos “normales” (subíndice “n”) considerados dentro de todo plano normal a la hélice primitiva. (Fig. 4.5)

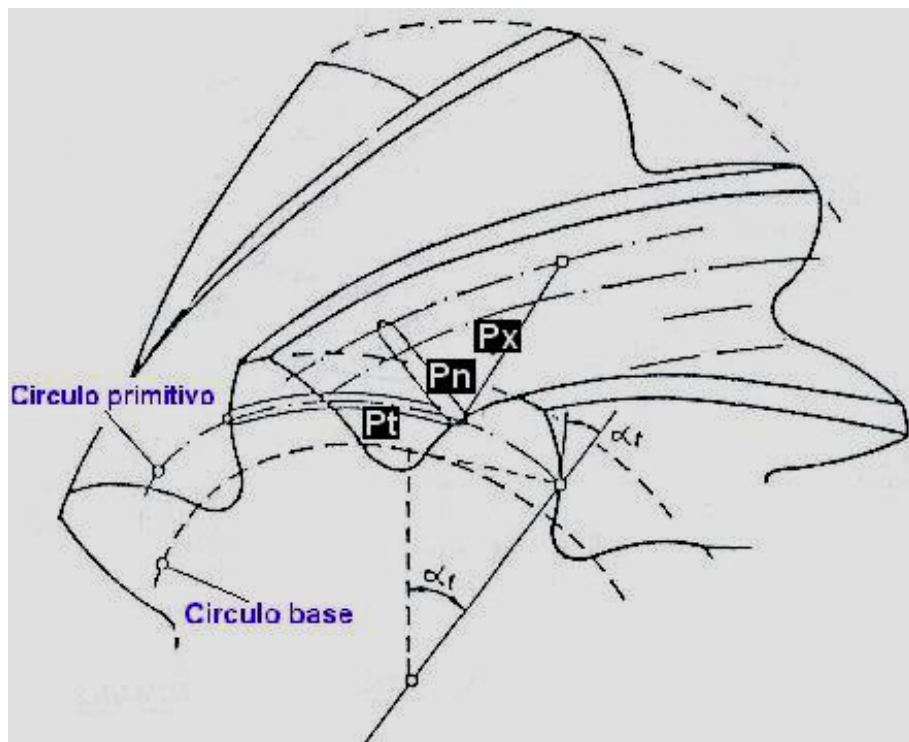


Fig.4.5  
Elementos fundamentales

Donde:

Pt: **Paso aparente**. Es la distancia entre dos dientes consecutivos medida sobre el círculo primitivo.

Pn: **Paso normal (Fig.4.6)**. Es la distancia entre dos dientes consecutivos medida normalmente a la hélice primitiva sobre el círculo primitivo.

St: **Espesor aparente (Fig.4.6)**. ( $St = Pt/2$ )

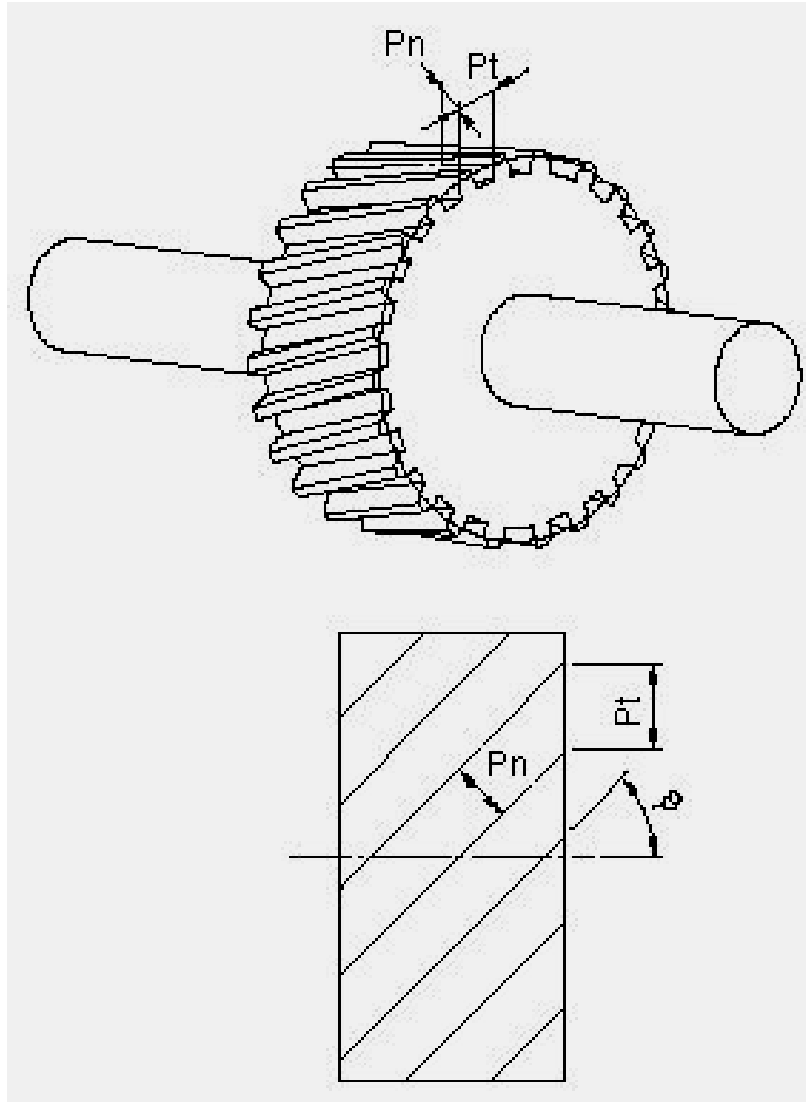


Fig. 4.6  
Relaciones fundamentales

Sn: **Espesor normal**. ( $Sn = Pn/2$ )

et: **Intervalo aparente**. ( $et = Pt/2$ )

en: **Intervalo normal**. ( $en = Pn/2$ )

En la Fig.4.7, se representa un engrane helicoidal sobre el cual se ha realizado, un corte por el plano aparente (corte A-A) y otro por el plano normal (corte B-B), con lo cual se definen algunos elementos fundamentales.

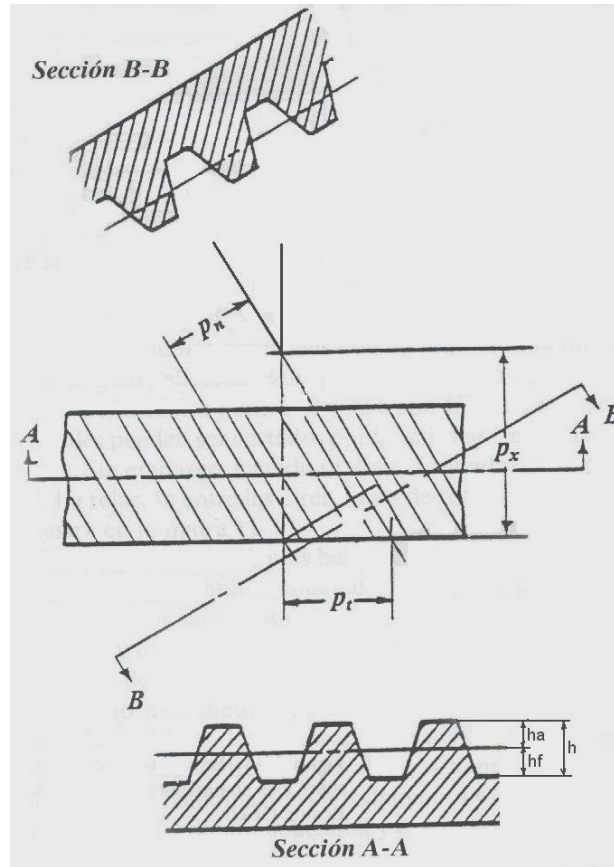


Fig. 4.7  
Elementos fundamentales

- Ángulo de inclinación de la hélice primitiva ( $\beta$ )
- Paso normal.  $P_n = m_n \cdot \pi$ . El módulo normal se elegirá en la Tabla 3,1 del capítulo 3, (módulos normalizados)
- Paso aparente.  $P_t = m_t \cdot \pi$ . El módulo aparente se calculará en función del módulo normal ( $m_n$ ) y del ángulo de inclinación de la hélice primitiva ( $\beta$ )
- Diámetro primitivo  $d$ .

En base a la figura 4.6, la longitud del círculo primitivo es:

$$\pi \times d = P_t \times z ; \quad d = \frac{P_t}{\pi} \times z \quad (4,2)$$

Por tanto el diámetro primitivo es:  $d = m_t \cdot Z$ .

- Altura del diente.  $h = 2,25 \cdot m_n$ .
- Altura de la cabeza del diente. (Addendun).  $h_a = m_n$ .



- Altura del pie del diente. (Dedendum)  $h_f = 1,25.mn$ .
- Diámetro exterior,  $d_a = (d + 2*mn)$ .
- Diámetro del fondo.  $d_f = (d - 2,5*mn)$ .
- Angulo de presión normal.  $\alpha_n = 20^\circ$
- El dentado helicoidal es tallado con herramientas de módulo normal, ajustándolas a la pieza con el ángulo de inclinación.
- De este modo, el dentado normal con ángulo de presión  $\alpha_n=20^\circ$ , no se forma en el frente del diente, sino en la sección normal situada perpendicular a la línea de los flancos, o sea  $\alpha_n = 20^\circ$ .
- Angulo de presión aparente  $\alpha_t$ . Se calculará en función del ángulo de presión normal  $\alpha_n$  y del ángulo de inclinación de la hélice primitiva  $\beta$
- Diámetro base.  $d_b = d \times \cos \alpha$
- Angulo de inclinación de la hélice base ( $\beta_b$ ). Para definir  $\beta_b$ , se debe considerar que todas las hélices trazadas sobre un mismo dentado, tiene el mismo paso helicoidal. ( $P_z$ ) (Fig.4.8) de donde:

$$\tan \beta_b = \frac{\pi \times d_b}{P_z}$$

$$d_b = d \times \cos \alpha$$

$$\tan \beta = \frac{\pi \times d}{P_z}$$

$$\tan \beta_b = \frac{\pi \times d}{P_z} \times \cos \alpha$$

$$\tan \beta = \frac{\pi \times d}{P_z}$$

entonces:

$$\tan \beta_b = \tan \beta \times \cos \alpha$$

(4,3)

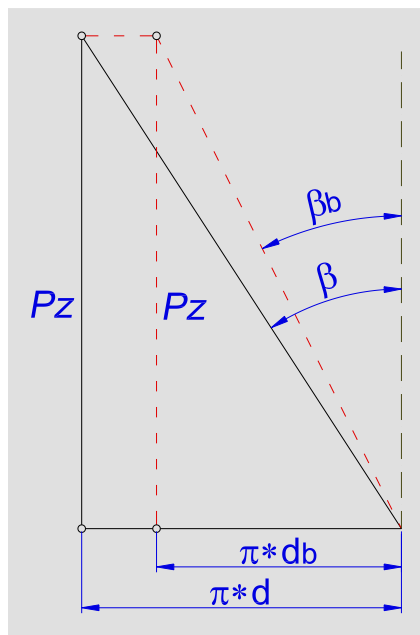


Fig.4.8  
Desarrollo de hélice

- Sentido de la hélice. El sentido de la hélice puede ser a derechas o a izquierdas. (Fig.4.9)

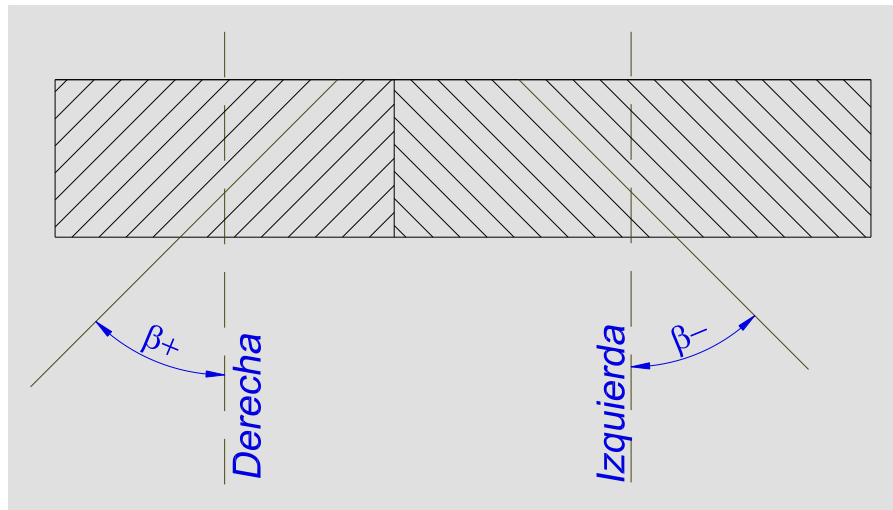


Fig.4.9  
Sentido de la hélice

#### 4.4 ENGRANAJE PIÑÓN-CREMALLERA

En la figura 4.9 se ha representado un engranaje Piñón-Cremallera.

Si  $H_1$  es la hélice primitiva del piñón de ángulo  $\beta$ , y se hace rodar sin deslizamiento, el cilindro primitivo del piñón sobre el plano primitivo de la cremallera, la hélice primitiva  $H_1$  se desarrollara sobre dicho plano según un segmento rectilíneo  $H_2$ , de ángulo  $\beta$  respecto al eje del piñón. Por tanto, los dientes de la cremallera son unos prismas inclinados según el ángulo  $\beta$ . El sentido de la inclinación de la cremallera será siempre contrario al sentido de la hélice primitiva del piñón.

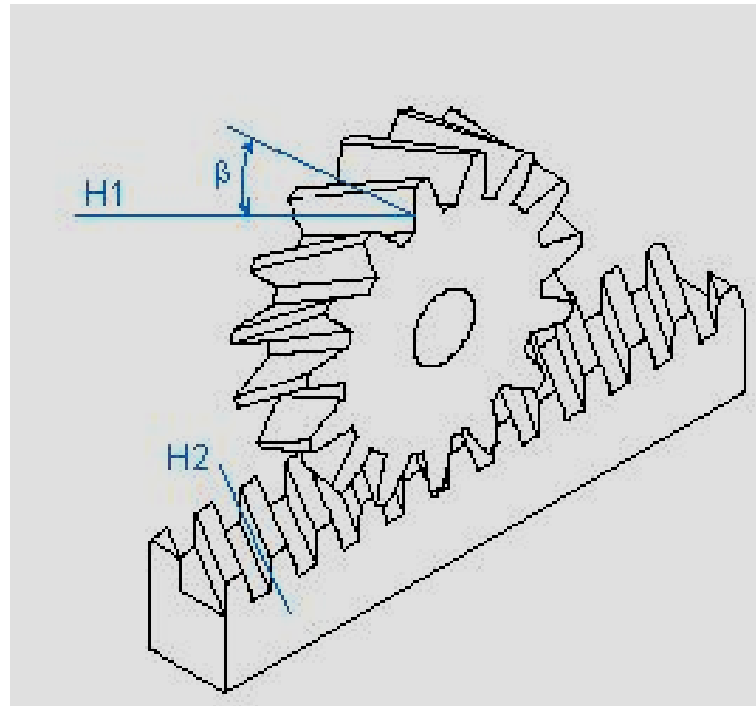


Fig.4.10  
Piñón cremallera

**a) RELACIONES FUNDAMENTALES**

Manteniendo las definiciones anteriores tenemos:

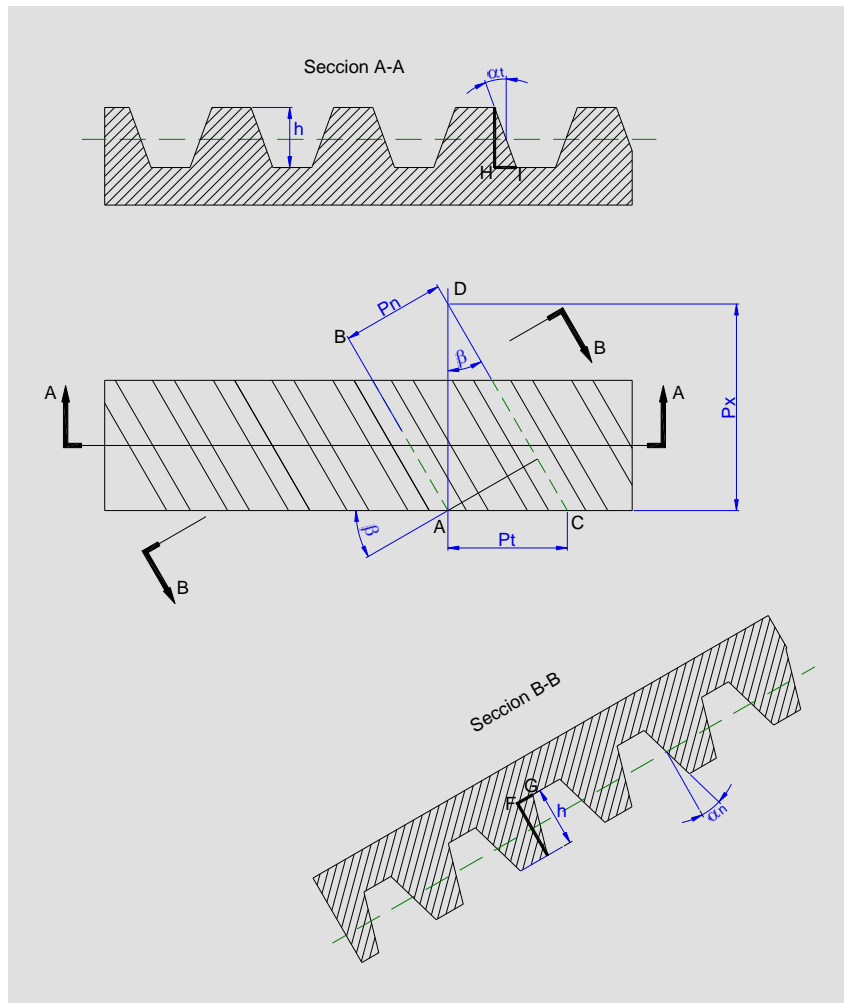


Fig.4.11  
Relaciones fundamentales

Pt: Paso aparente

Pn: Paso normal

Px: Paso axial

$\alpha_n$ : Angulo de presión normal

$\alpha_t$ : Angulo de presión aparente

Según la figura 4.11:

$$P_n = P_t \times \cos \beta \quad \text{y} \quad P_n = m_t \times \pi \times \cos \beta$$

$$P_t = m_t \times \pi \quad P_n = m_n \times \pi$$

ósea,

$$m_n \times \pi = m_t \times \pi \times \cos \beta$$

entonces:

$$mn = mt \times \cos \beta \quad (4,4)$$

según la figura 4.10 tenemos:

$$\tan \alpha_n = \frac{\overline{FG}}{h} \quad \text{y} \quad \tan \alpha = \frac{\overline{HI}}{h}$$

igualando "h" tenemos:

$$\frac{\overline{FG}}{\tan \alpha_n} = \frac{\overline{HI}}{\tan \alpha}$$

como:

$$\overline{FG} = \overline{HI} \times \cos \beta$$

entonces:

$$\tan \alpha_n = \tan \alpha \times \cos \beta \quad (4,5)$$

#### 4.5 ENGRANAJE PARALELO – ENGRANAJE CRUZADO

Anteriormente, se veía que los engranajes helicoidales podían transmitir movimiento entre ejes paralelos y también entre ejes que se cruzan.

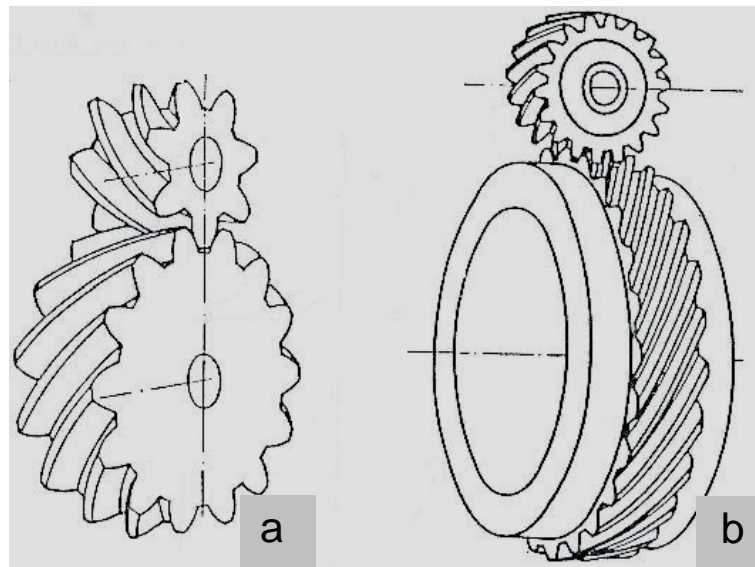


Fig.4.12

A) Representa un engranaje helicoidal RECTO

B) Representa un engranaje helicoidal CRUZADO

##### a) CARACTERÍSTICAS DEL ENGRANE PARALELO

En la figura 4.13 se han representado los dos cilindros primitivos de un engranaje paralelo, tangentes según la generatriz x-x.

Durante el rodamiento sin deslizamiento de estos cilindros, es primordial que las hélices primitivas conjugadas permanezcan constantemente tangentes.

Esto implica dos condiciones:

- Las dos hélices deben ser de sentido opuesto: Una rueda de hélice a derecha solamente puede formar engranaje paralelo con una rueda de hélice a izquierda.
- Ambas hélices deben tener el mismo ángulo  $\beta$

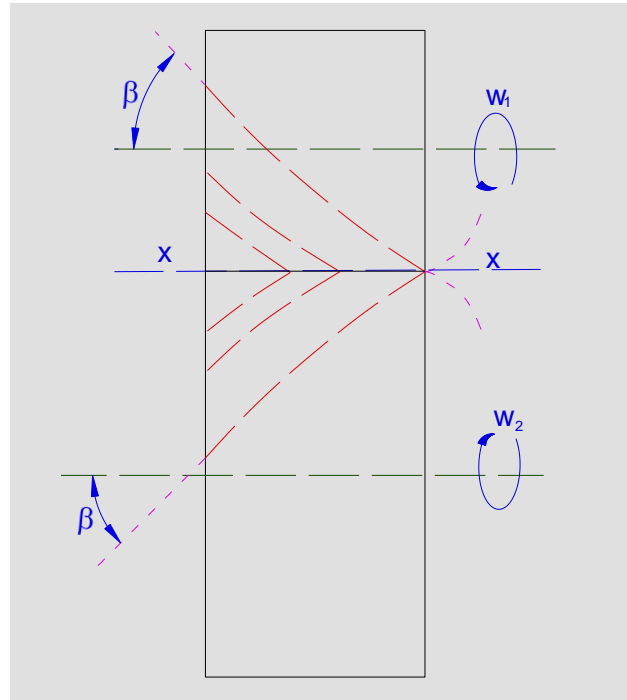


Fig.4.13  
Sentido de las hélices

**Desarrollo de las hélices primitivas:**

$$\tan \beta = \frac{\pi \times d_1}{P_{z1}} = \frac{\pi \times d_2}{P_{z2}}$$

(4,6)

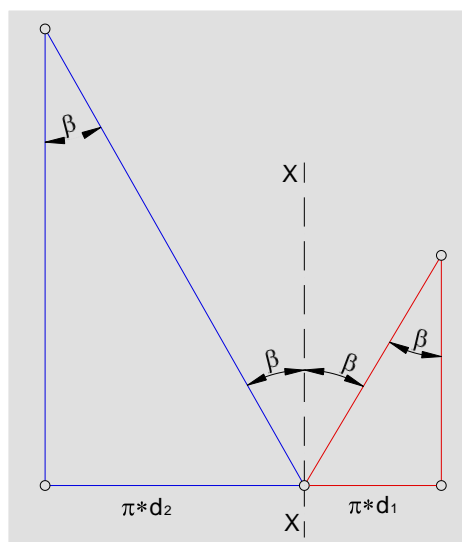


Fig.4.14  
Desarrollo de la hélice

**Distancia entre centros – Relación de transmisión**

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{mt \times z_1 + mt \times z_2}{2}$$

$$a = \frac{mt}{2} (z_1 + z_2)$$

y

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2}{d_1}$$

(4,7)

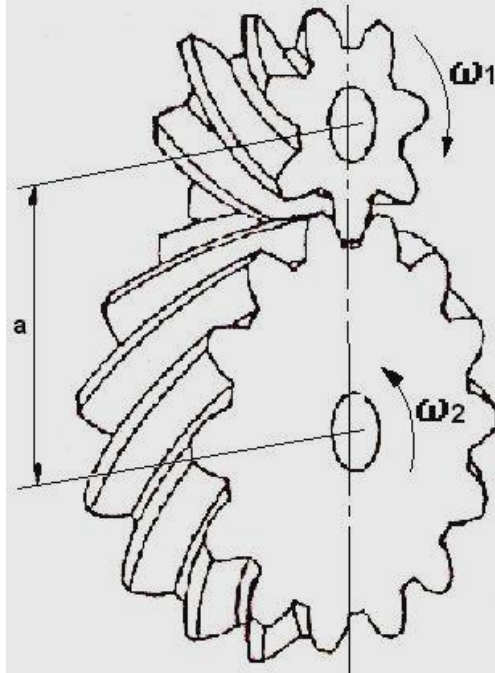


Fig.4.15  
Distancia entre centros

**b) CARACTERÍSTICAS DEL ENGRANE CRUZADO**

Para que se realice un engranaje correcto, los dentados conjugados del piñón y de la rueda, han de tener la misma cremallera generatriz. Esto significa que:

Tanto el piñón como en la rueda ( $\alpha_n$ ) y ( $mn$ ) han de tener idéntico valor.

$$mt_1 = \frac{mn}{\cos \beta_1} ;$$

$$mt_2 = \frac{mn}{\cos \beta_2}$$

$$\tan \alpha_{t1} = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta_1} \quad (4,7)$$

$$\tan \alpha_{t2} = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta_2} \quad (4,8)$$

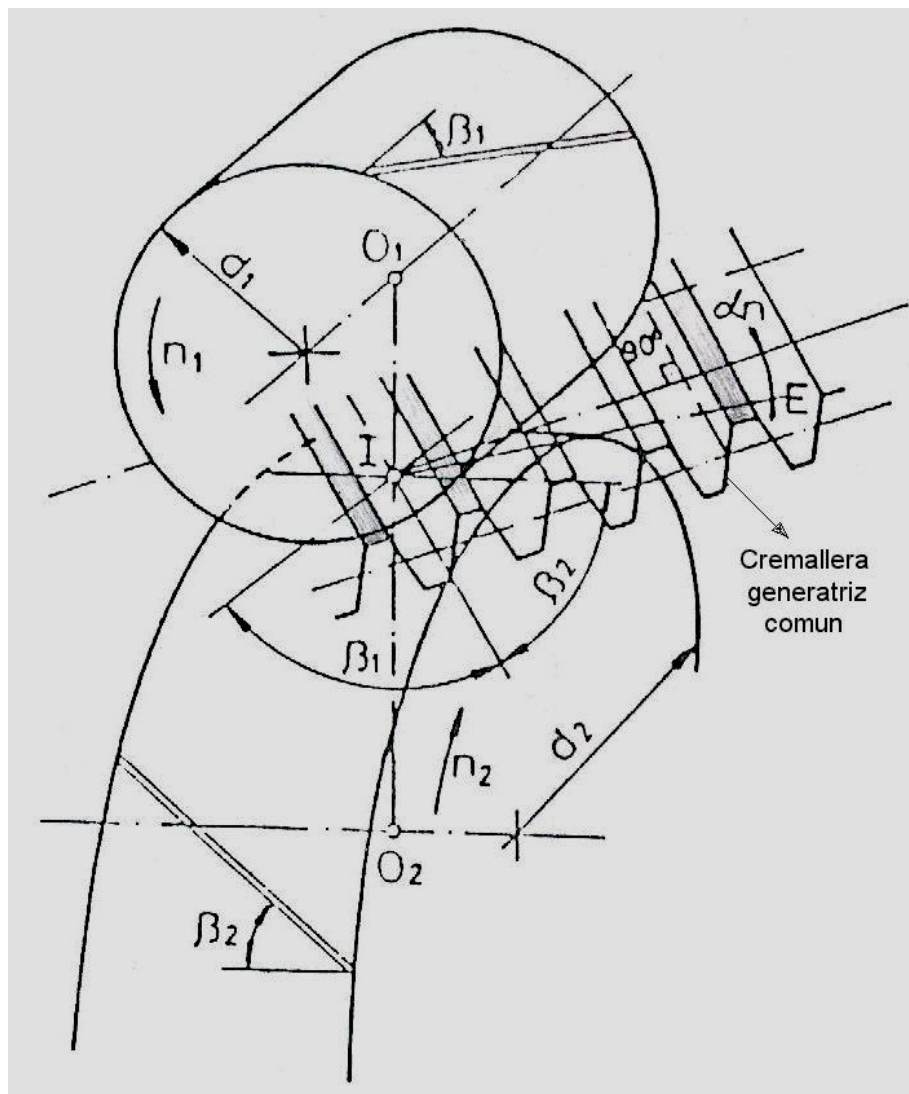


Fig.4.16  
Engranaje cruzado

### Relación entre ángulos de hélice

$\gamma$  = Angulo entre ejes.

$\beta_1$  = Angulo de la hélice primitiva del piñón.

$\beta_2$  = Angulo de la hélice primitiva de la rueda.

Hélices de igual sentido:  $\gamma = \beta_1 + \beta_2$

Hélices de sentido contrario  $\gamma = \beta_1 - \beta_2$

(4,10)



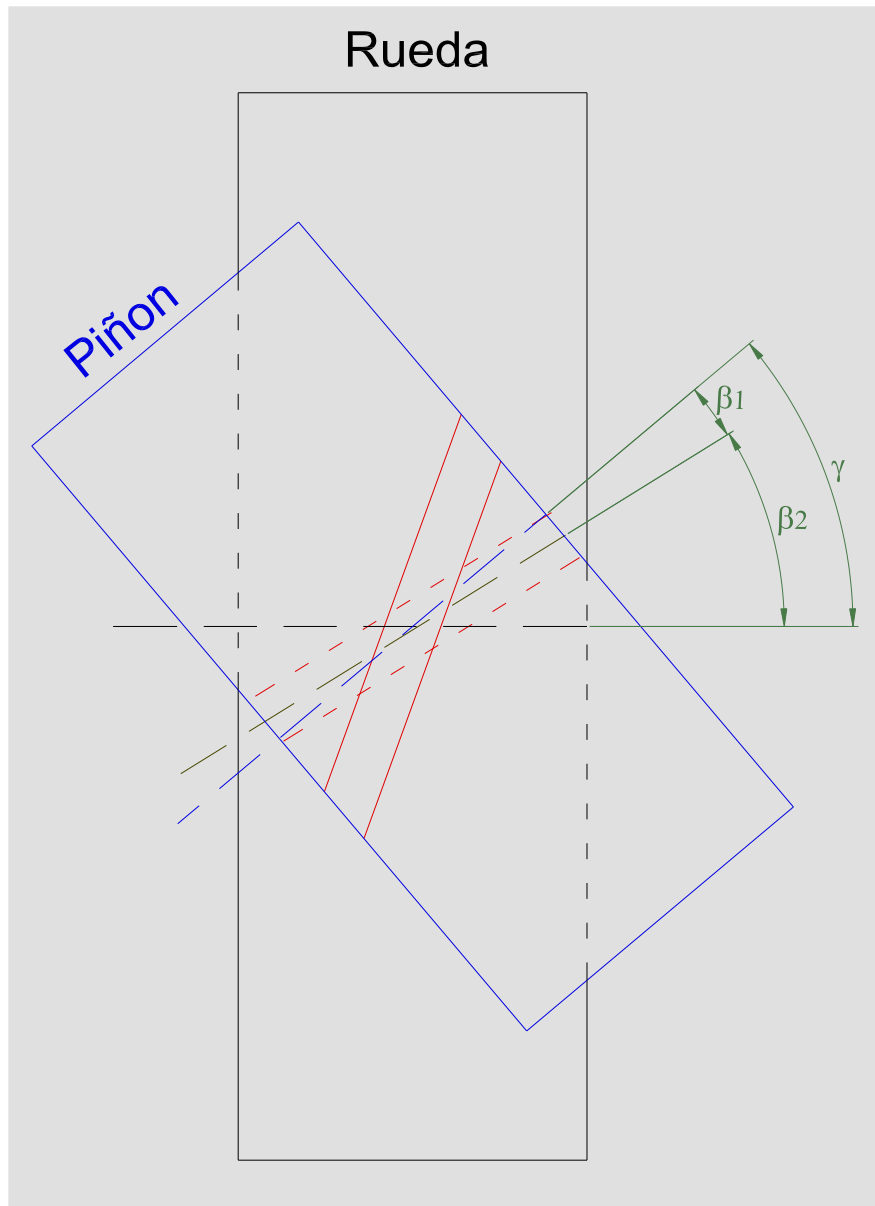


Fig.4.17  
Relación de ángulos primitivos

**Distancia entre centros (a) – Relación de transmisión (i)**

De figura 4.17 se deduce que:

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m t_1 \times z_1 + m t_2 \times z_2}{2} \quad y; \quad a = \frac{\frac{m n}{\cos \beta_1} \times z_1 + \frac{m n}{\cos \beta_2} \times z_2}{2}$$

entonces;

$$a = \frac{m n}{2} \left( \frac{z_1}{\cos \beta_1} + \frac{z_2}{\cos \beta_2} \right) \quad (4,11)$$

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{\frac{d_2}{m t_1}}{\frac{d_1}{m t_2}} = \frac{\frac{d_2 \times \cos \beta_2}{m n}}{\frac{d_1 \times \cos \beta_1}{m n}}$$

entonces;

$$i = \frac{d_2 \times \cos \beta_2}{d_1 \times \cos \beta_1} \quad (4,12)$$

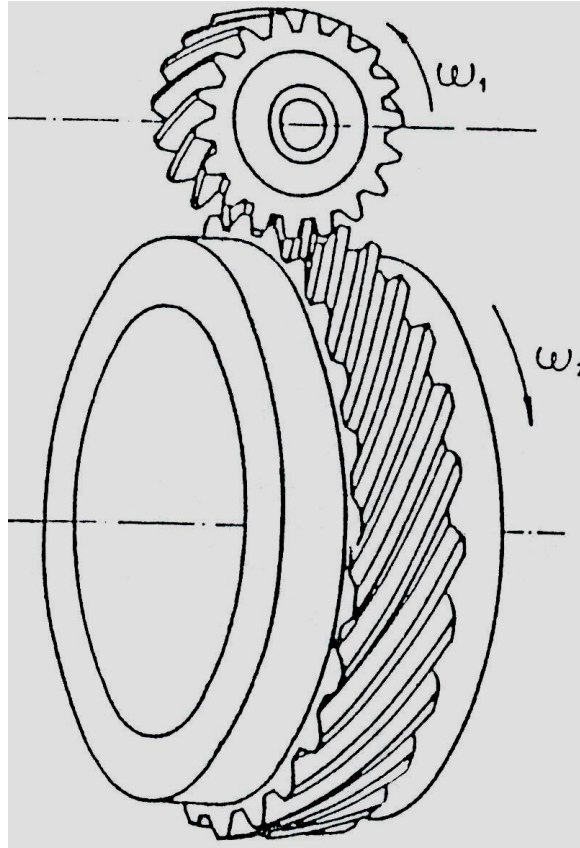


Fig.4.18  
Distancia entre centros

## 4.6 CALCULO PARA ELIMINAR LA INTERFERENCIA

### a) NUMERO DE DIENTES IMAGINARIO DE UN ENGRANE HELICOIDAL

Si seleccionamos un engranaje helicoidal (Fig.4.19) según un plano normal a la hélice primitiva (A-A') obtenemos una elipse y entonces en el punto "p" se podrá hallar el radio de curvatura que corresponde a la elipse en dicho punto.

El perfil normal del diente atractivo aparece solamente en el semieje pequeño, mientras que todos los demás dientes, a consecuencia de la curvatura de las líneas de sus flancos, están deformados.

Demostración:

La ecuación de la elipse es:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (4,13)$$

El radio de curvatura es:

$$\rho = \frac{r^3}{y''} \quad (\text{ecuación general}) \quad (4,14)$$

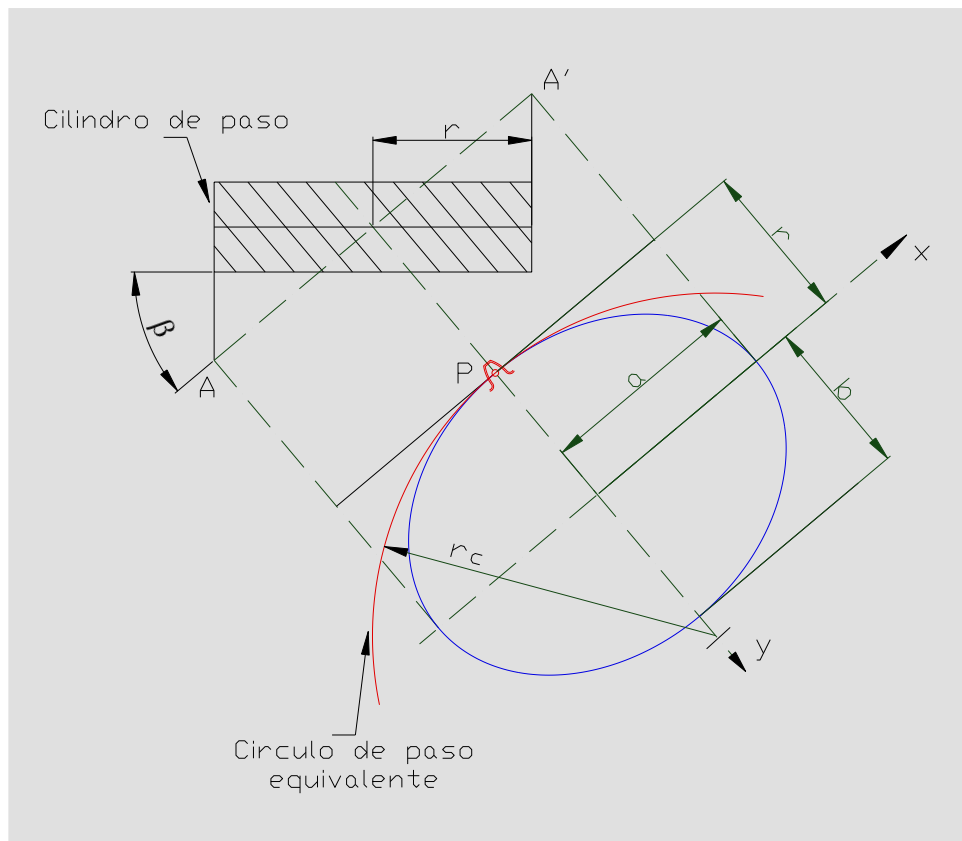


Fig.4.19

Donde:  $a = \frac{r}{\cos \beta}$  ;  $b = r$

Combinando estas dos ecuaciones se deduce el valor de radio de curvatura correspondiente al punto  $x=0$ ,  $y=-b$ .

La primera derivada de la ecuación de la elipse es:

$$\frac{2x}{a^2} + \frac{2yy'}{b^2} = 0 \quad y'=0 \quad \text{para } x=0$$

y la segunda derivada es:

$$\frac{2}{a^2} + \frac{2y'y'}{b^2} + \frac{2yy''}{b^2} = 0 \quad ; \quad y'' = \frac{\frac{2}{a^2}}{\frac{2b}{b^2}} = \frac{b}{a^2}$$

sustituyendo la primera y la segunda derivada en la ecuación general de radio de curvatura tenemos:

$$\rho = \frac{\left( \frac{r}{\cos \beta} \right)^2}{\frac{b}{a^2}} = \frac{a^2}{b} = \frac{\left( \frac{r}{\cos \beta} \right)^2}{r} = \frac{r}{\cos^2 \beta}$$

En el plano A-A' el modulo es  $m_n$  y el ángulo de presión es  $\alpha_n$ .

Así podremos estudiar el dentado helicoidal dentro del "plano normal" como si tuviéramos un dentado recto de las siguientes características:

Módulo =  $m_n$

Angulo de presión =  $\alpha_n$

Entonces la ecuación para hallar el radio imaginario es:

$$\rho = \frac{r}{\cos^2 \beta} \quad (4,16)$$

y el numero de dientes imaginario es:

$$Z_n = \frac{d}{m} = \frac{\frac{2r}{\cos^2 \beta}}{m_n} = \frac{\frac{mt \times z}{\cos^2 \beta}}{mt \times \cos \beta}$$

$$Z_n = \frac{z}{\cos^3 \beta} \quad (4,17)$$

#### **b) CALCULO DEL NUMERO DE DIENTES LIMITE (Z')(Fig.4.19)**

Donde:

$\overline{OI}$  = radio primitivo

$\overline{OT_1}$  = radio base

La parte cortante, como limite, tiene que pasar por el punto limite de interferencia:

$$m_n = \overline{OI} - \overline{OT_1} \cos \alpha_t = r - r_b \cos \alpha_t = r(1 - \cos^2 \alpha_t) = r \sin^2 \alpha_t$$

$$m_t \cos \beta = \frac{m_t z}{2} \sin^2 \alpha_t$$

$$z' = \frac{2 \cos \beta}{\sin^2 \alpha_t} \quad (4,18)$$

siendo (z') igual al numero de dientes limite para evitar la interferencia

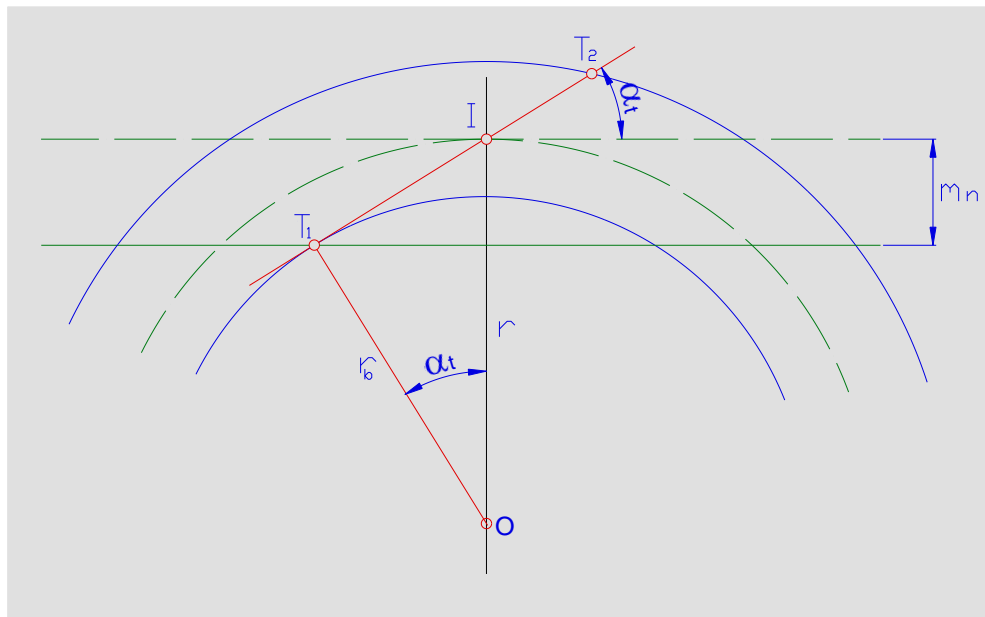


Fig. 4.20

#### 4.7 RELACION DE CONTACTO ( $\xi_\alpha$ )

La relación de contacto ( $\xi_\alpha$ ), en los engranes helicoidales, debe referirse a la parte frontal del diente (sub-índice aparente "t") y la expresión de utilizar sin correcciones es la siguiente:

$$\xi_\alpha = \frac{\left( \sqrt{ra_1^2 - rb_1^2} - r_1 \times \text{sen} \alpha_t \right) + \left( \sqrt{ra_2^2 - rb_2^2} - r_2 \times \text{sen} \alpha_t \right)}{P_b} \quad (4,19)$$

donde:

$\alpha_t$  = Ángulo de presión aparente

$r_1$  = Radio primitivo del piñón

$r_2$  = Radio primitivo de la rueda

$ra_1$  = Radio exterior del piñón

$ra_2$  = Radio exterior de la rueda

$rb_1$  = Radio base del piñón

$rb_2$  = Radio base de la rueda

$P_b$  = Paso base

El Modulo (4-1) sirve para el diseño de un par de engranes helicoidales con ejes cruzados la simbología es según AGMA ; el significado esa escrito en el mismo modulo para no conjundir con la norma DIN.

## Ejemplo 1

Dos engranes helicoidales con eje a 90° tiene un distancia entre centros de 12 in. Los engranes tienen 21 y 77 dientes. El paso diametral normal es de 6 in. Encuentre los valores requeridos para el ángulo helicoidal. Encuentre los diámetros de paso correspondientes de los engranes

<b>Módulo 4-1</b> <b>Diseño de un pa de engranajes helicoidales</b> <b>con ejes cruzados</b>			
Este módulo resuelve la ecuación trascendental para determinar el ángulo de la helicoidal y diametro de los círculos primitivos			
$\frac{\beta}{\cos \psi_1} + \frac{1}{\cos \psi_2} = \frac{2P_{dn}C}{N_2}$			
<b>Dada la siguiente información.</b>			
$C =$	12,0	in	Distancia entre centros de ejes
$P_{dn} =$	6	dientes/in	paso diametrol normal
$N_1 =$	21	dientes	Número de dientes en el piñon
$N_2 =$	77	diente	Número de dientes en el engranaje
$\Sigma =$	90	grados	Angulo deseado entre ejes
<b>Los resultados encontrados:</b>			
$\psi_1 =$	70,27	degrees	Angulo helicoidal del piñon
$\psi_2 =$	19,73	degrees	Angulo helicoidal del engranaje
$d_1 =$	10,3666	in	Diámetro del círculo primitivo del piñon
$d_2 =$	13,6339	in	Diámetro del círculo primitivo del engrane
Note: Not all combinations of input provide usable answers.			

**Solución.** Como este tipo de problema tiene el potencial de ser repetido en un diseño de engranes helicoidales, se ha desarrollado un módulo para llevar a cabo los cálculos necesarios. Los resultados de insertar los valores dados en este ejemplo se muestran en el módulo 4-1:

Cuando engranes helicoidales con ejes que se cruzan son puestos en servicio por primera vez, ocurre sólo un contacto puntual entre los dientes. El contacto usualmente se incrementa a una pequeña longitud lineal después de que ha ocurrido cierto desgaste. La capacidad de carga es bastante pequeña cuando los engranes son nuevos, pero la carga puede incrementarse apreciablemente después de un desgaste cuidadoso. Los dientes deben ser de un tamaño tal que dos o más pares estén siempre en contacto. Las variaciones nominales en la distancia entre centros o las posiciones axiales de los engranes no tienen efecto sobre la acción y tales engranes son usualmente considerados fáciles de montar.

## 4.8 CARGAS EN LOS DIENTES DE ENGRANES HELICOIDALES

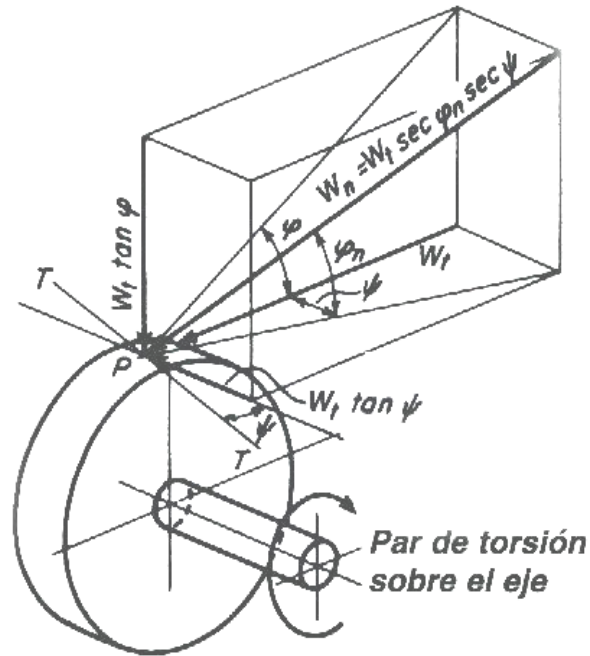


Fig. 4.21

La figura anterior muestra la fuerza  $W_n$ , normal a la superficie del diente, para un diente helicoidal. Está inclinada un ángulo  $\phi_n$  al plano tangente al cilindro de paso y se encuentra en un plano localizado a un ángulo helicoidal  $\psi$  con el plano de rotación. La fuerza normal  $W_n$  tiene la componente  $W_n \cos \phi_n$  en el plano tangente, y esta componente tiene la componente adicional  $W_t$  en el plano de rotación.

Entonces,

$$W_t = W_n \cos \phi_n \cos \psi$$

La fuerza  $W_n$  tiene una componente en el plano de rotación que está inclinada un ángulo  $\phi$  al plano tangente.

La relación entre  $\phi$  y  $\phi_n$  es:

$$\tan \phi_n = \tan \phi \cos \psi$$

Los engranes helicoidales sobre ejes paralelos operan con altos valores de eficiencia.

## 4.9 DISEÑO DE ENGRANES HELICOIDALES DE EJES PARALELOS PARA IMPEDIR FALLAS

### 4.9.1 RESISTENCIA A LA FLEXIÓN

El mismo tipo de ecuaciones de diseño AGMA de la norma AGMA 2001-C95 que se usan para engranes cilíndricos, se usan también para engranes helicoidales con unas pocas modificaciones.

La ecuación de diseño por esfuerzo de flexión es:



$$W_t K_o K_v K_s \frac{P_d K_m K_B}{FJ} \leq \frac{S_{at} Y_N}{S_F K_T K_R} \quad (4,20)$$

donde:

- $w_t$  = carga tangencial transmitida (lbf);
- $K_o$  = factor de sobre carga;
- $K_v$  = factor dinámico
- $K_s$  = factor de tamaño;
- $P_d$  = es  $P_{nd}$  para engranes cilíndricos;
- $P_{nd}$  = paso diametral normal (in<sup>-1</sup>);
- $F$  = ancho neto de cara del miembro más estrecho;
- $K_m$  = factor de distribución de carga;
- $K_B$  = factor de espesor de borde;
- $J$  = factor geométrico para la resistencia a la flexión.
- $S_{at}$  = esfuerzo de flexión (psi);
- $Y_N$  = factor del ciclo de esfuerzo para resistencia a la flexión;
- $S_F$  = factor de seguridad por resistencia a la flexión
- $K_T$  = factor de temperatura; y
- $K_R$  = factor de confiabilidad

Cada uno de esos parámetros fue definido en el capítulo 3 (engranaje recto), por lo que sus definiciones no se repetirán aquí.

La única diferencia en la aplicación de la ecuación a engranes helicoidales es que el factor J tendrá una dependencia adicional del ángulo helicoidal del sistema de engranes.

Las tablas 4.1(a) a la 4.1(h) dan ejemplos de los factores J para diferentes tipos de configuraciones de engranes y dientes. Los valores adicionales pueden consultarse en la norma AGMA 908-B89195.

Considere ahora un ejemplo de aplicación de la ecuación de diseño por esfuerzo de flexión al diseño de un par de engranes helicoidales.

## Ejemplo 2

Considere el diseño de los mismos requisitos del ejemplo 1 usando un par de engranes helicoidales para reemplazar el par de engranes cilíndricos. El conjunto de engranes de calidad clase 6 está diseñado para operar con las siguientes características:

- Ángulo de presión = 25°
- Ángulo helicoidal = 20° (diferente al del ejemplo previo)
- Los dientes son AGMA de profundidad total, con carga en la punta (diferentes de los del ejemplo previo)
- Paso diametral = 6 dientes por pulg
- Ancho de cara = 2.00 in
- Carga transmitida = 430 lbf
- Velocidad de la línea de paso = 1527 ft/min

El piñón tiene 14 dientes y está hecho de bronce ASTM B148, mientras que el engrane tiene 17 dientes y está hecho de acero grado 1 totalmente endurecido con dureza Brinell de 200. Los engranes tienen discos sólidos y operan a una temperatura de no más de 180°. Si el factor de seguridad  $S_F$  es de 2.0, determine si el conjunto de engranes es seguro.

**Solución.**

De la información dada, fijamos:

$$K_O = K_S = K_B = Y_N = K_T = K_R = 1.0$$

Y usaremos un módulo de la hoja de cálculo para ensamblar los elementos necesarios y revisar la ecuación de diseño.

Con base en la información dada, necesitaremos usar la figura 3-42 para obtener el esfuerzo permisible de flexión sobre el engrane de acero y la tabla 3-5 para obtener el esfuerzo permisible de flexión sobre el piñón de bronce.

Usaremos la tabla 4-c para obtener los valores del factor geométrico para cada uno de los engranes.

Esos valores pueden insertarse en el módulo 4-2 para generar los resultados mostrados. Este módulo usa la clase de calidad  $Q_v$  y la velocidad de la línea de paso para ensamblar las ecuaciones (3,22) a la (3,24) para determinar  $K_v$ . Este módulo usa las ecuaciones (3,26) a la (3,30) del capítulo 3 para ensamblar el valor de  $K_m$  usando la hipótesis de que:

$$C_{mc} = C_{pm} = C_e = 1.0$$

Y que el tipo de engranaje es abierto.

Vemos en la hoja de cálculo de este módulo que, a diferencia del diseño de engranes cilíndricos, el uso de engranes helicoidales proporciona un diseño seguro. Esto se debe a que el área extra del diente proporcionada por la geometría helicoidal permite que se incremente la capacidad de carga del conjunto de engranes.

**TABLA 4-1A FACTOR GEOMÉTRICO J AGMA POR FLEXIÓN PAR ENGRANAJES CILÍNDRICOS**

Angulo de presión	25°															
Angulo helicoidal $\psi$	15°															
Dientes	Profundidad total															
En la parte	En la punta															
Addendum	Igual															
	Diente piñón															
Diente del	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	0.49	0.49												
17	U	U	0.50	0.53	0.53	0.53										
21	U	U	0.50	0.56	0.54	0.57	0.58	0.58								
26	U	U	0.51	0.59	0.55	0.60	0.58	0.61	0.61	0.61						
35	U	U	0.52	0.63	0.55	0.64	0.59	0.64	0.62	0.65	0.66	0.66				
55	U	U	0.52	0.67	0.56	0.68	0.60	0.68	0.63	0.69	0.67	0.70	0.71	0.71		
135	U	U	0.53	0.72	0.57	0.72	0.61	0.73	0.64	0.74	0.68	0.75	0.72	0.76	0.78	0.78

La letra "U" indica una combinación de dientes de engranes que producen un forma de diente rebajado en una o ambas componentes y debe ser evitada.

Fuente: AGMA 908-B89

TABLA 4-1B FACTOR GEOMÉTRICO J AGMA POR FLEXIÓN PAR ENGRANAJES CILÍNDRICOS

Angulo de presión	25°															
Angulo helicoidal $\psi$	10°															
Dientes	Profundidad total															
En la parte	En la punta															
Addendum	Igual															
	Diente piñón															
Diente del	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	0.47	0.47												
17	U	U	0.48	0.51	0.52	0.52										
21	U	U	0.48	0.55	0.52	0.55	0.56	0.56								
26	U	U	0.49	0.58	0.53	0.58	0.57	0.59	0.60	0.60						
35	U	U	0.50	0.61	0.54	0.62	0.57	0.63	0.61	0.64	0.64	0.64				
55	U	U	0.51	0.65	0.55	0.66	0.58	0.67	0.62	0.69	0.65	0.69	0.70	0.70		
135	U	U	0.52	0.70	0.56	0.71	0.60	0.72	0.63	0.74	0.67	0.74	0.71	0.75	0.76	0.76

La letra "U" indica una combinación de dientes de engranes que producen un forma de diente rebajado en una o ambas componentes y debe ser evitada.

Fuente: AGMA 908-B89

TABLA 4-1C FACTOR GEOMÉTRICO J AGMA POR FLEXIÓN PAR ENGRANAJES CILÍNDRICOS

Angulo de presión	25°															
Angulo helicoidal $\psi$	15°															
Dientes	Profundidad total															
En la parte superior	En la punta															
Addendum	Igual															
	Diente piñón															
Diente del	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	0.47	0.47														
14	0.47	0.50	0.50	0.50												
17	0.48	0.53	0.51	0.54	0.54	0.54										
21	0.48	0.56	0.51	0.57	0.55	0.58	0.58	0.58								
26	0.49	0.59	0.52	0.60	0.55	0.60	0.69	0.61	0.62	0.62						
35	0.49	0.62	0.53	0.63	0.56	0.64	0.50	0.64	0.62	0.65	0.66	0.66				
55	0.50	0.66	0.53	0.67	0.57	0.67	0.60	0.68	0.63	0.69	0.67	0.70	0.71	0.71		
135	0.51	0.70	0.54	0.71	0.58	0.72	0.62	0.72	0.65	0.73	0.68	0.74	0.72	0.75	0.76	0.76

La letra "U" indica una combinación de dientes de engranes que producen un forma de diente rebajado en una o ambas componentes y debe ser evitada.

Fuente: AGMA 908-B89

TABLA 4-1D FACTOR GEOMÉTRICO J AGMA POR FLEXIÓN PAR ENGRANAJES CILÍNDRICOS

Angulo de presión $\phi$	25°															
Angulo helicoidal $\psi$	30°															
Dientes	Profundidad total															
En la parte superior	En la punta															
Addendum	Igual															
	Diente piñón															
Diente del	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	0.46	0.46														
14	0.47	0.49	0.49	0.49												
17	0.47	0.51	0.50	0.52	0.52	0.52										
21	0.48	0.54	0.50	0.54	0.53	0.55	0.55	0.55								
26	0.48	0.56	0.51	0.56	0.53	0.57	0.56	0.57	0.58	0.58						
35	0.48	0.58	0.51	0.59	0.54	0.59	0.56	0.60	0.58	0.60	0.61	0.61				
55	0.49	0.61	0.52	0.61	0.54	0.62	0.57	0.62	0.59	0.63	0.62	0.64	0.64	0.64		
135	0.49	0.64	0.53	0.64	0.55	0.65	0.58	0.66	0.60	0.66	0.62	0.67	0.65	0.68	0.68	0.68

La letra "U" indica una combinación de dientes de engranes que producen un forma de diente rebajado en una o ambas componentes y debe ser evitada.

Fuente: AGMA 908-B89

TABLA 4-1E FACTOR GEOMÉTRICO J AGMA POR FLEXIÓN PAR ENGRANAJES CILÍNDRICOS

Angulo de presión $\phi$	20°															
Angulo helicoidal $\psi$	15°															
Dientes	Profundidad total															
En la parte superior	En la punta															
Addendum	Igual															
	Diente piñón															
Diente del	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	U	u												
17	U	U	U	U	0.43	0.43										
21	U	U	U	U	0.44	0.46	0.47	0.47								
26	U	U	U	U	0.45	0.49	0.48	0.50	0.50	0.50						
35	U	U	U	U	0.46	0.52	0.49	0.53	0.51	0.53	0.54	0.54				
55	U	U	U	U	0.47	0.55	0.50	0.56	0.53	0.57	0.56	0.58	0.59	0.59		
135	u	U	U	U	0.48	0.59	0.51	0.60	0.54	0.61	0.57	0.62	0.61	0.64	0.65	0.65

La letra "U" indica una combinación de dientes de engranes que producen un forma de diente rebajado en una o ambas componentes y debe ser evitada.

Fuente: AGMA 908-B89

**TABLA 4-1F** FACTOR GEOMÉTRICO J AGMA POR FLEXIÓN PAR ENGRANAJES CILÍNDRICOS

Angulo de presión $\varphi$	25°															
Angulo helicoidal $\psi$	30°															
Dientes	Profundidad total															
En la parte superior	En la punta															
Addendum	Igual															
	Diente piñón															
Diente del	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	U	U												
17	U	U	U	U	U	U										
21	U	U	U	U	U	U	0.46	0.46								
26	U	U	U	U	U	U	0.47	0.49	0.49	0.49						
35	U	U	U	U	U	U	0.48	0.52	0.50	0.53	0.54	0.54				
55	U	U	U	U	U	U	0.49	0.55	0.52	0.56	0.55	0.57	0.59	0.59		
135	U	U	U	U	U	U	0.50	0.60	0.53	0.61	0.57	0.62	0.60	0.63	0.65	0.65

La letra "U" indica una combinación de dientes de engranes que producen un forma de diente rebajado en una o ambas componentes y debe ser evitada.

Fuente: AGMA 908-B89

**TABLA 4-1F** FACTOR GEOMÉTRICO J AGMA POR FLEXIÓN PAR ENGRANAJES CILÍNDRICOS

Angulo de presión $\phi$	20°															
Angulo helicoidal $\psi$	20°															
Dientes	Profundidad total															
En la parte superior	En la punta															
Addendum	Igual															
	Diente piñón															
Diente del	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	U	U												
17	U	U	U	U	0.44	0.44										
21	U	U	U	U	0.45	0.46	0.47	0.47								
26	U	U	U	U	0.45	0.49	0.48	0.49	0.50	0.50						
35	U	U	U	U	0.46	0.51	0.49	0.52	0.51	0.53	0.54	0.54				
55	U	U	U	U	0.47	0.54	0.50	0.55	0.52	0.56	0.55	0.57	0.58	0.58		
135	U	U	U	U	0.48	0.58	0.51	0.59	0.54	0.60	0.57	0.61	0.60	0.62	0.64	0.64

La letra "U" indica una combinación de dientes de engranes que producen un forma de diente rebajado en una o ambas componentes y debe ser evitada.

Fuente: AGMA 908-B89

**TABLA 4-1H FACTOR GEOMÉTRICO J AGMA POR FLEXIÓN PAR ENGRANAJES CILÍNDRICOS**

Angulo de presión $\phi$	20°															
Angulo helicoidal $\psi$	30°															
Dientes	Profundidad total															
En la parte superior	En la punta															
Addendum	Igual															
	Diente piñón															
Diente del	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	0.39	0.39												
17	U	U	0.39	0.41	0.41	0.41										
21	U	U	0.40	0.43	0.42	0.43	0.44	0.44								
26	U	U	0.41	0.44	0.43	0.45	0.45	0.46	0.46	0.46						
35	U	U	0.41	0.46	0.43	0.47	0.45	0.48	0.47	0.48	0.49	0.49				
55	U	U	0.42	0.49	0.44	0.49	0.46	0.50	0.48	0.50	0.50	0.51	0.52	0.52		
135	U	U	0.43	0.51	0.45	0.52	0.47	0.53	0.49	0.53	0.51	0.54	0.53	0.55	0.56	0.56

La letra "U" indica una combinación de dientes de engranes que producen un forma de diente rebajado en una o ambas componentes y debe ser evitada.

Fuente: AGMA 908-B89

<b>Modulo 4-2</b> <b>Ecuación de diseño por flexión de los dientes</b> <b>de un engranaje helicoidal</b>					
$W_t K_o K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J} \leq \frac{s_{at} Y_N}{S_F K_T K_R}$					
Información que es común a ambos engranajes en el conjunto					
$\phi =$	25	degrees	Angulo de presión		
$\psi =$	20	degrees	Angulo de la helicoidal		
$P_d =$	6	teeth/in	Paso diametral		
$Gear\ type =$	AGMA full depth		Tipo de diente		
$Tooth\ load =$	Loaded at tip		Tipo de carga en el diete		
$F =$	2,00	inches	Ancho de la cara		
$W_t =$	430	lbf	Carga transmitida		
$v_t =$	1.527	ft/min	Velocidad de la linea de paso		
$S_F =$	2,00		Factor de seguridad		
$K_o =$	1,0		Factor de sobrecarga		
$Q_v =$	6		Clase de calidad del conjunto de engranes		
$K_s =$	1,0		Factor de tamaño		
$K_B =$	1,0		Factor de espesor de borde		
$Y_N =$	1,0		Factor de ciclo de esfuerzo		
$K_T =$	1,0		Factor de temperatura		
$K_R =$	1,0		Factor de confiabilidad		
Información que puede ser diferente para cada engrane en el conjunto					
	Pinion	Gear			
$N_i =$	14	17	teeth	Número de dientes	
$Material =$	Bronze	Steel HB200		Tipo de material	
$grade =$	UNSC9540	Grade 1		Grado del material	
Valores encontrados con la información anterior e insertados por el diseñador					
$s_{at} =$	23.600	28.260	psi	Esfuerzo permisible	
$J =$	0,51	0,54		Factor geometrico	
Valores automáticamente calculados usando la información anterior					
$d =$	2,333	2,833	in	Diametro del círculo primitivo	
$K_v =$	1,51			Factor dinamico	
$K_m =$	2,0			Factor de distribución de carga	
$s_t =$	7.723	7.294	psi	Lado izquierdo de la ecuación	
$RHS$	11.800	14.130	psi	Lado derecho de la ecuación	
Condición	SEGURA	SEGURA			



#### 4.9.2 RESISTENCIA A LA PICADURA

El modo de aplicación del esfuerzo para la falla por picadura es el esfuerzo de contacto. La fórmula fundamental de la AGMA para el diseño por esfuerzo de picadura presentada en el capítulo anterior es:

$$C_p \sqrt{W_t K_o K_v \frac{K_m C_f}{d F I}} \leq \frac{S_{ac} Z_N C_H}{S_H K_T K_R} \quad (4,21)$$

donde:

$C_p$  = coeficiente elástico (lbf/in<sup>2</sup>)<sup>05</sup>  
 $W_t$  = carga tangencial transmitida (lbf) (definida antes);  
 $K_o$  = factor de sobrecarga (definido antes);  
 $K_v$  = factor dinámico (definido antes);  
 $K_m$  = factor de distribución de carga (definido antes);  
 $C_f$  = factor de condición superficial para la resistencia a la picadura;  
 $d$  = diámetro del círculo primitivo operativo del piñón (in);  
 $F$  = ancho de la cara neta del miembro más estrecho (in) (definido antes); e  
 $I$  = factor geométrico para la resistencia a la picadura.  
 $s_{ca}$  = esfuerzo permisible de contacto para el material (psi);  
 $Z_N$  = factor de ciclo de esfuerzos para resistencia a la picadura;  
 $C_H$  = factor de razón de dureza para resistencia a la picadura;  
 $S_H$  = factor de seguridad por picadura;

La única diferencia entre esta relación y la usada para engranes cilíndricos es en el factor geométrico “I”.

El cálculo de este término se hace usando la relación:

$$I = \frac{\cos \varphi}{\left( \frac{1}{\rho_p} \pm \frac{1}{\rho_g} \right) d_p m_N} \quad (4,22)$$

Esta expresión es similar a la usada para engranes cilíndricos, excepto que se ha incluido un término adicional  $m_N$  y que las expresiones para  $\rho_p$  y  $\rho_g$  serán diferentes.

El término adicional  $m_N$  se llama *razón de participación de la carga* y puede determinarse como sigue:

$$m_N = \frac{F}{L_{\min}} \quad (4,23)$$

En esta expresión,  $F$  es el ancho de cara de operación de los engranes y  $L_{\min}$  se conoce como la longitud mínima de la línea de acción.

Este valor puede determinarse de la siguiente manera.

Primero, las partes fraccionales de las dos razones de contacto deben formarse de la siguiente manera:

$n_r$  = parte fraccional de  $m_p$   
 $n_a$  = parte fraccional de  $m_F$

El concepto de parte fraccional significa que si el valor de  $m_F$  es de 1.8, entonces  $n_a$  es de 0.8, etc.

El valor de  $L_{\min}$  se determinará con base en el tamaño relativo de esos dos fraccionales.

Sí  $n_a \leq (1 - n_r)$ , entonces:

$$L_{\min} = \frac{m_p F - n_a n_r p_x}{\cos \psi_b}$$

Si  $n_a > (1 - n_r)$ , entonces:

$$l_{\min} = \frac{m_p F - (1 - n_a)(1 - n_r)p_x}{\cos \psi_b}$$

El radio de curvatura de las dos superficies en contacto de los dientes del engrane helicoidal será:

$$\rho_p = \sqrt{\left\{0.5 \left[ (r_a + a_p) \pm (C - (r_g + a_g)) \right] \right\}^2 - (r_p \cos \phi)^2}$$

$$\rho_g = C \sin \phi \rho_p$$

En estas expresiones:

$C$  representa la distancia entre centros de operación de los dos engranes y  
 $r_R$  y  $r_g$  representan los radios de los círculos primitivos del engrane, respectivamente;  
 $a_p$  representa el tamaño del addendum del piñón (normalmente  $1/p_d$ ). Y  
 $a_g$ , representa el tamaño del addendum del engrane (normalmente  $1/p_d$ ).

En esas expresiones, los signos superiores se usan para engranes externos y los signos inferiores se usan para engranes internos.

Podemos ilustrar el uso de las ecuaciones de diseño por resistencia por picadura para engranes helicoidales de ejes paralelos, aplicándolas al ejemplo previo.

### Ejemplo 3

Investigue el conjunto de engranes en el ejemplo 1 para ver si los dos engranes de este conjunto son seguros respecto a la picadura.

**Solución.** Para implementar la desigualdad de diseño por picadura, se requiere alguna información adicional:

Para el bronce UNSC 95400, el número de dureza Brinell es 190,

Para el bronce,  $\mu_{\text{bronce}} = 0.349$  y  $E_{\text{bronce}} = 16.1 \times 10^6$  psi

Para el acero,  $\mu_{\text{acero}} = 0.349$  y  $E_{\text{acero}} = 30 \times 10^6$  psi

Aunque es de esperarse que el menor tamaño del piñón dé lugar a un esfuerzo mayor de contacto y en consecuencia falle primero, revisaremos ambos engranes del conjunto ya que ellos están hechos de diferentes materiales.

Igual que fue el caso para los engranes cilíndricos diseñados para satisfacer esos requisitos, el diseño parece ser muy sensitivo a la falla por picadura.

El valor de  $m_F$  se incluyó en esta hoja de cálculo para mostrar al usuario que el diseño particular está dentro del rango de los engranes helicoidales convencionales.

Para hacer este diseño seguro respecto a una falla por picadura, las cargas pueden reducirse o el ancho de la cara puede incrementarse.

Por supuesto, una de las ventajas de la hoja de cálculo para la ecuación de diseño, es que permite al usuario experimentar con diferentes parámetros de diseño para estudiar como afectan a la solución.

Por ejemplo, si la carga aplicada tangencialmente  $W_t$  se reduce a 60 lbf, el diseño sería seguro respecto a la picadura. De manera alternativa, si el ancho de la cara  $F$  se incrementa a 4 in, la capacidad de carga aumenta a 116 lbf antes de la falla.

Módulo 4-3				
Ecuación de diseño por picadura de dientes de engrane helicoidales				
$C_p \sqrt{W_t K_o K_v \frac{K_m C_f}{d F I}} \leq \frac{s_{ac}}{S_H} \frac{Z_N}{K_T} \frac{C_H}{K_R}$				
Información que es común a ambos engranes en el conjunto				
$\phi =$	25	Grados	Angulo de presion	
$\psi =$	20	Grados	Angulo de helicoidal	
$P_d =$	6	dientes/pug	Paso diametral	
Tipo de engranaje	Profundidad total AGMA		Tipo de diente	
Carga en el diente	Cargado en la punta		Tipo de carga en el diente	
$F =$	2,000	Pulgadas	Ancho de la cara	
$W_t =$	430	lbf	Carga transmitida	
$v_t =$	1.527	ft/min	Velocidad de la línea de paso	
$S_H =$	2,00		Factor de seguridad por picadura	
$K_o =$	1,0		Factor de sobre carga	
$Q_v =$	6		Clase de calidad del conjunto de engrane	
$C_f =$	1,0		Factor de condicion superficial	
$Z_N =$	1,0		Factor de ciclo de esfuerzos por picadura	
$K_T =$	1,0		Factor de temperatura	
$K_R =$	1,0		Factor de confiabilidad	
Informacion que puede ser diferente para cada engrane en el conjunto:				
	Piñon	Engrane		
$N_i =$	14	17	teeth	Número de dientes
$Gear\ style =$	1	1		- =Engranaje interno,+ =externo
$Addendum =$	0%	0%		Porcentaje+largo/-corto
$Material =$	Bronce	Acero HB200		Tipo de material
$grade =$	UNSC95400	Grado 1		Grado del material
$Hardness =$	190	200	BHN	Número de dureza Brinell
$\mu =$	0,349	0,30		Razon de poisson
$E =$	16100000	30000000	psi	Módulo elastico
Valores encontrados con la información anterior e insertados por el diseñador:				
$s_{ac} =$	65.000	93.500	psi	Allowable stress
Valores automáticamente calculados usando la información anterior				
$d =$	2,333	2,833	in	diámetro del círculo primitivo
$I =$	0,140			Factor geométrico por picadura
$C_p =$	1.937		(lb/in <sup>2</sup> ) <sup>0.5</sup>	Coeficiente elástico
$C_H =$	1,0	1,000		Factor de razon de dureza
$K_v =$	1,51			Factor dinámico
$K_m =$	2,0			Factor de distribución de carga
$m_F =$	1,39			Factor de contacto axial>1
$s_c =$	86.968	78.922	psi	Lado izquierdo de la ecuación
$RHS$	32.500	46.750	psi	Lado derecho de la ecuación
Condición	FALLA	FALLA		

PROBLEMAS

1. Dos engranes helicoidales tienen ejes paralelos y están cortados con una fresadora con  $p_n$  igual a 0.5236 in. La razón de velocidades es 2:1 y la distancia entre centros es igual a 9 in. Encuentre el valor requerido del ángulo helicoidal si el engrane menor tiene 35 dientes.
2. Dos engranes helicoidales tienen ejes a  $90^\circ$  y ángulos helicoidales de  $45^\circ$ . La razón de velocidades es de 3:1;  $m_{on} = 6$ . Encuentre la distancia entre centros si el engrane menor tiene 20 dientes.
3. Resuelva el problema 2 pero con el ángulo helicoidal  $\psi_1$  para el engrane menor igual a  $37\frac{1}{2}^\circ$  y  $P_{dn} = 4$ .
4. Resuelva el problema 2 pero con el ángulo helicoidal  $\psi_1$  para el engrane menor igual a  $52\frac{1}{2}^\circ$ .
5. Dos engranes helicoidales acoplados tienen ejes paralelos y una distancia entre centros de 9 in. Los números de dientes son 35 y 70. Los engranes tienen toscos sólidos, son de profundidad total AGMA, de calidad 8 y están hechos de acero grado 1 totalmente endurecido con dureza Brinell de 320. Si  $\phi = 20^\circ$ ,  $P_{dn} = 6$  y el ancho de cara es de 2 in, encuentre los valores de  $\psi_1, \psi_2, d_1, d_2$ . Si el factor de seguridad es de 2.0 y la velocidad del piñón es de 860 rpm, ¿cuál es la carga máxima transmitida que recomendaría usted?
6. Dos engranes helicoidales tienen ejes a  $90^\circ$  y una distancia entre centros de 364 mm. La razón de velocidades es de 3:1. El engrane menor tiene 20 dientes;  $m_{on} = 6.5$ . Encuentre valores apropiados para los ángulos helicoidales y los diámetros de paso correspondientes de los engranes.
7. Dos engranes helicoidales tienen ejes formando un ángulo de  $60^\circ$ . Los números de dientes son 35 y 105. La distancia entre centros es de 8 in;  $p_n$  es igual a  $\pi/10$ . Encuentre valores apropiados para los ángulos  $\psi_1, \psi_2$  y los diámetros de los círculos primitivos de los engranes.
8. Un par de engranes helicoidales a  $20^\circ$  tienen ejes paralelos, una distancia entre centros de 260 mm y  $m_{on} = 6.5$ . Los números de dientes son 32 y 44. Haga un croquis en perspectiva y muestre las fuerzas que actúan en el centro del diente cuando el engrane está soportando una fuerza transmitida de 9,000 newtons.
9. Un engrane helicoidal tiene 30 dientes y un diámetro de paso de 264 mm. El engrane tiene  $m_{on} = 8$  y  $\phi_n = 20^\circ$ . La fuerza normal a la superficie del diente es de 5,000 newtons. Encuentre los kW transmitidos a 570 rpm.

## CAPITULO 5

### ENGRANAJES CONICOS



#### 5.1 GENERALIDADES

Los engranajes cónicos, se emplean para transmitir movimientos de rotación, entre ejes concurrentes ( $O_1$ ,  $O_2$ ) Fig. 5.1

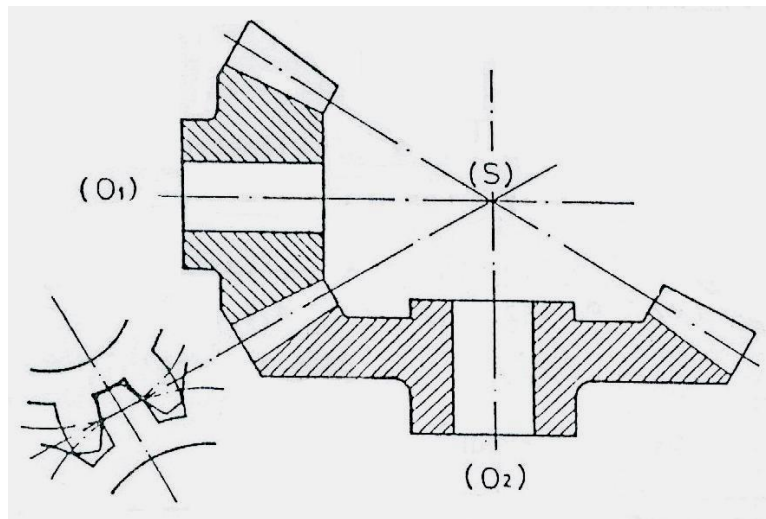


Fig. 5.1 Engranaje cónico

Los cuerpos de los engranajes, son de forma troncocónica, con un vértice común (S), coincidiendo con el punto de intersección de los ejes.

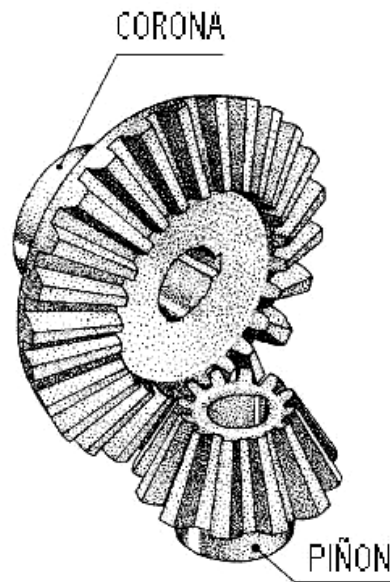


Fig. 5.2  
Engranaje cónico de dientes rectos

En el par de engranes cónicos al menor le llamaremos piñón y al mayor simplemente Corona o rueda.

Según sea la forma longitudinal de los dientes los engranajes cónicos pueden ser:

### 1. Engranajes con dentado recto

En los engranes cónicos con dentado recto, los flancos de los dientes son rectilíneos y en su prolongación convergen en el vértice (S) del cono. (Fig. 5.2)

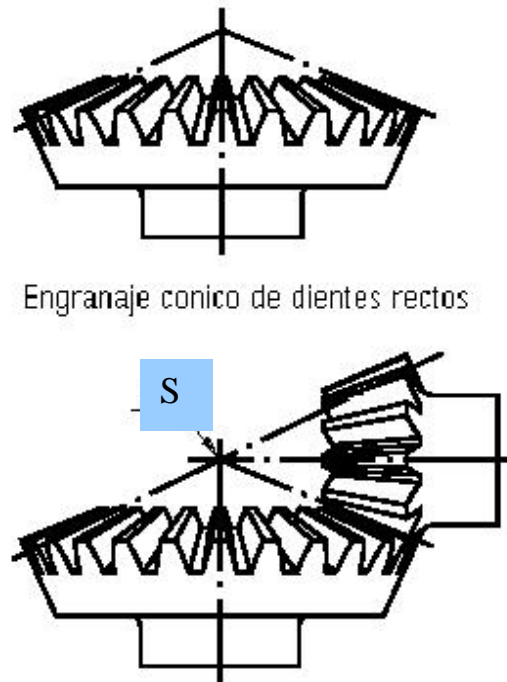
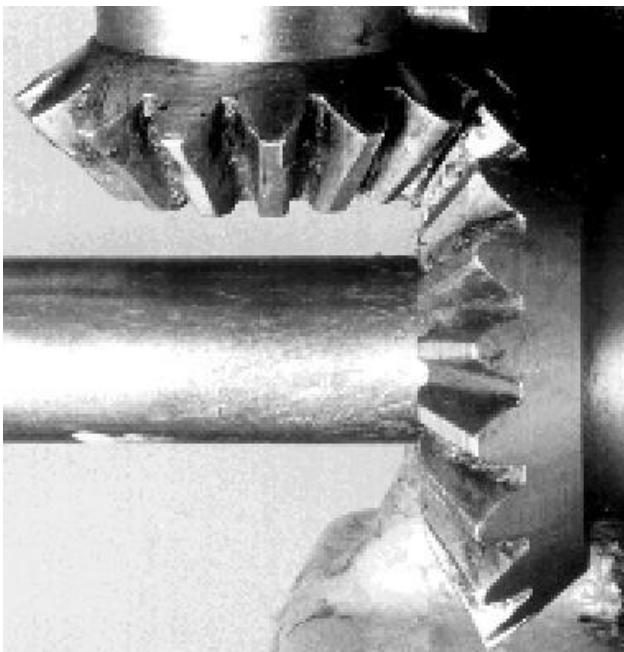


Fig.5.2



## 2. Engrane con dentado helicoidal, espiral, etc.

En los engranes cónicos con dentado helicoidal, espiral, etc., los flancos de los dientes no convergen hacia el vértice (S) del cono. (Fig. 5.3)

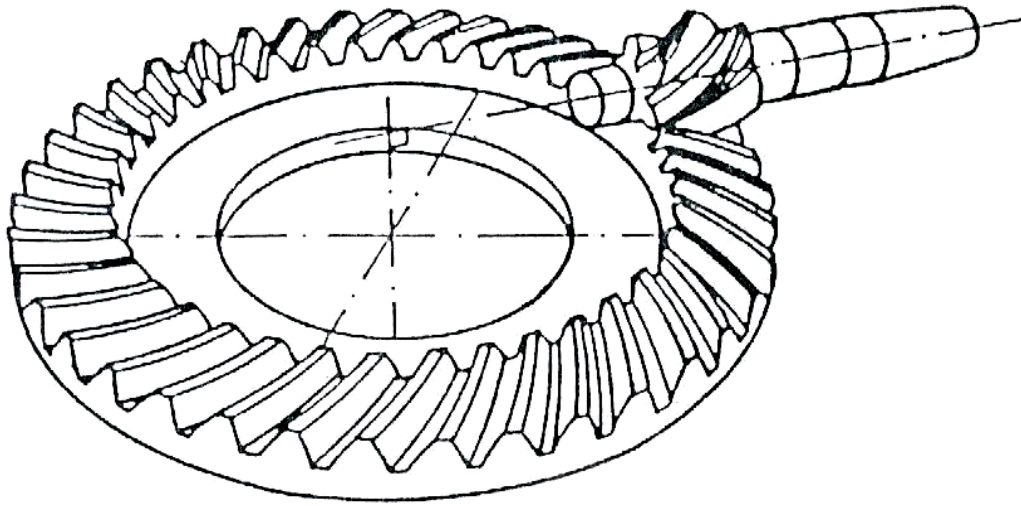


Fig. 5.3

## 5.2 ENGANAJE CONICO CON DIENTES RECTOS

En un engrane cónico con dientes rectos distinguimos los siguientes elementos (Fig.5.4):

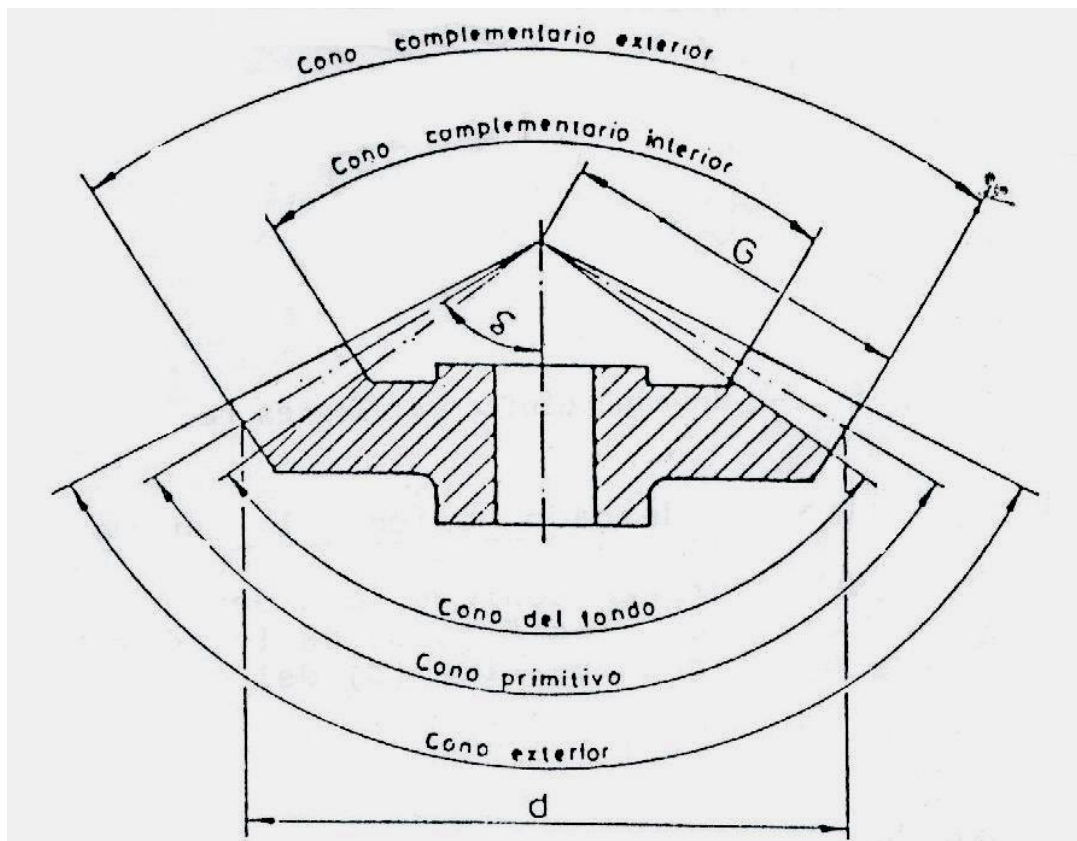


Fig. 5.4  
Elementos del engrane cónico



- **Cono primitivo:** Es aquel que limita los puntos de tangencia entre los engranes.
- **Cono exterior:** Es aquel que limita el diente exteriormente.
- **Cono del fondo:** Es aquel que limita el diente interiormente.
- **Conos complementarios:** Son aquellos que limitan el largo del diente, siendo sus generatrices perpendiculares a las del cono primitivo.
- **Angulo primitivo ( $\delta$ ):** Es el ángulo formado por la generatriz (G) del cono primitivo y el eje del engrane.
- **Diámetro primitivo (d):** Corresponde al diámetro exterior de la base mayor del cono primitivo.

### 5.3 ANGULO PRIMITIVO ( $\delta$ ). RELACION DE TRANSMISION (i). ANGULO QUE FORMAN LOS EJES ( $\Sigma$ )

En los engranajes cónicos (Fig. 5.5), el ángulo primitivo de la rueda ( $\delta_2$ ), y del piñón ( $\delta_1$ ) están siempre en función de la relación de transmisión (i) y el valor del ángulo que forman los ejes del engranaje ( $\Sigma$ )

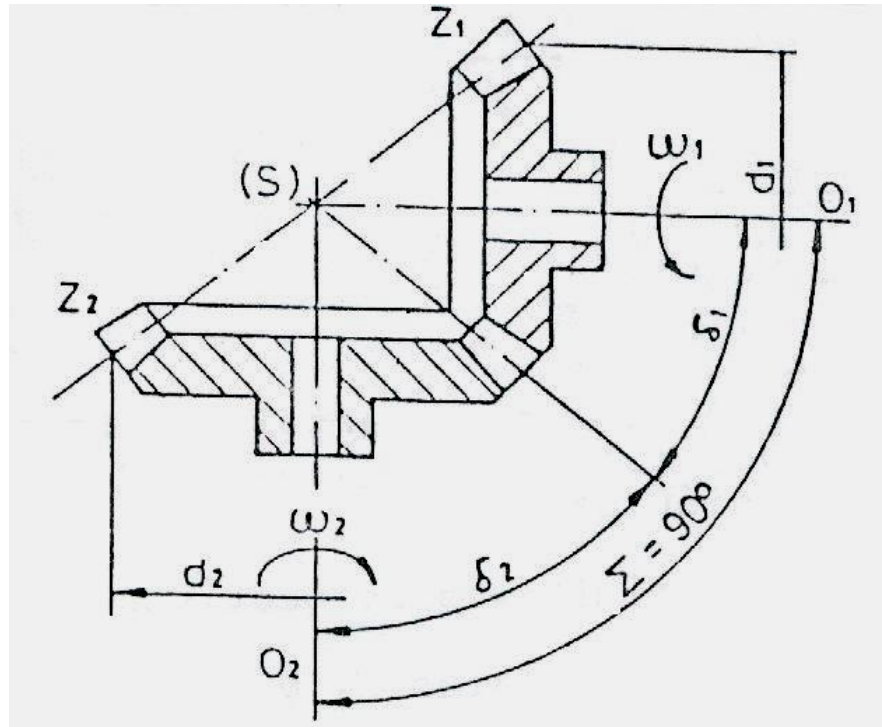


Fig. 5.5.  
Engranaje cónico  $\Sigma=90^\circ$

Para demostrar la relación existente entre ángulos primitivos ( $\delta$ ), relación de transmisión (i) y el ángulo entre ejes ( $\Sigma$ ), se va a considerar un dispositivo de ruedas cónicas de fricción (Fig. 5.6)

Dichas ruedas cónicas coinciden en dimensiones con los conos primitivos del engranaje en la figura 5.5

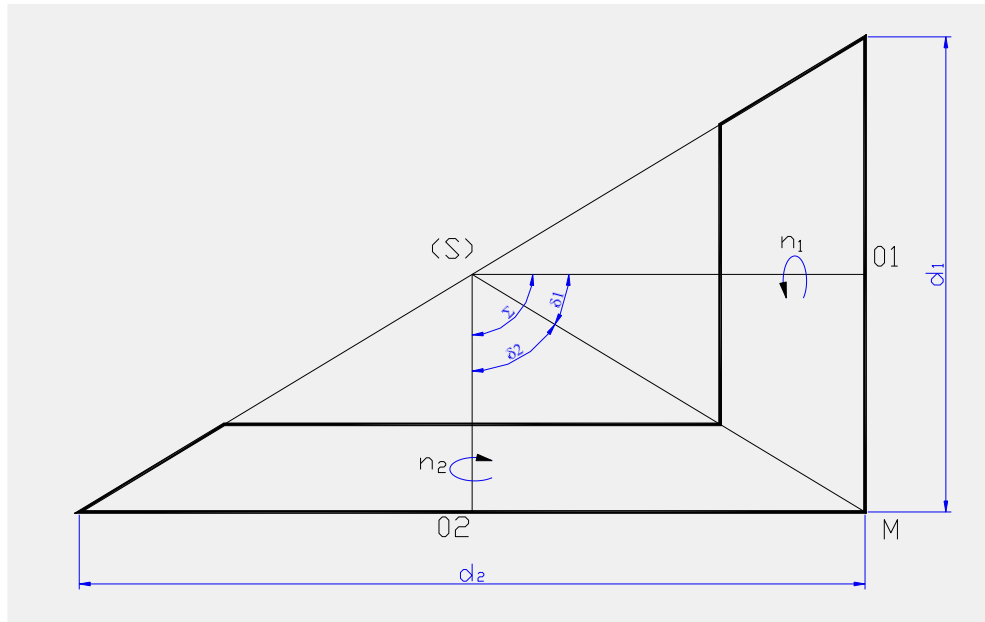


Fig. 5.6  
Ruedas de fricción

Si entre las ruedas cónicas de fricción, no existe deslizamiento, las velocidades tangenciales en el punto M son iguales, o sea:

$$V_{t1} = V_{t2}$$

$$\omega_1 \cdot \frac{d_1}{d_2} = \omega_2 \cdot \frac{d_2}{d_1}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} \quad (5,1)$$

En este caso particular de ángulo entre ejes  $\Sigma = 90^\circ$  los ángulos primitivos del piñón ( $\delta_1$ ) y de la rueda ( $\delta_2$ ) se determinan en función de:

- Los diámetros primitivos respectivos  $d_1$  y  $d_2$
- Las velocidades angulares  $\omega_1$  y  $\omega_2$
- El número de dientes respectivos  $z_1$  y  $z_2$  siendo.

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{d_1}{d_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2} \quad ; \quad \operatorname{tg} \delta_2 = \frac{d_2}{d_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

$$\delta_1 + \delta_2 = \Sigma \quad (5,2)$$

En el caso particular de ángulo entre ejes  $\Sigma > 90^\circ$  (Fig. 5.7) el ángulo primitivo del piñón se determina en función de:

- El ángulo entre ejes( $\Sigma$ )
- El número de dientes del piñón y rueda  $z_1$  y  $z_2$

siendo:

$$tg \delta_1 = \frac{\frac{sen(180^\circ - \Sigma)}{\frac{z_2}{z_1} - \cos(180^\circ - \Sigma)}}{(5,3)}$$

y en cuanto al ángulo primitivo de la rueda<sup>1</sup>, su valor se determina en función de:

- El ángulo entre ejes ( $\Sigma$ )
- El ángulo primitivo del piñón ( $\delta_1$ )

siendo:

$$\delta_2 = \Sigma - \delta_1$$

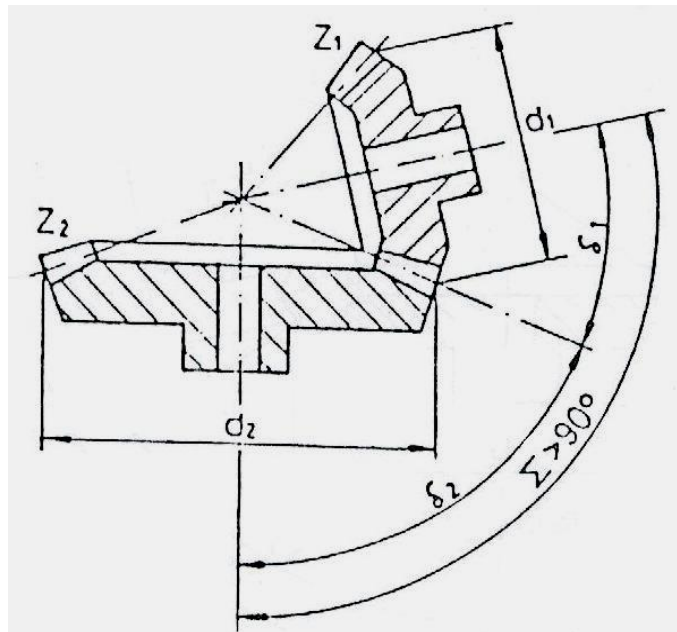


Fig. 5.7  
Engranaje cónico  $\Sigma > 90^\circ$

En el caso particular de ángulo entre ejes  $\Sigma < 90^\circ$  (Fig.5.8) el ángulo primitivo del piñón se determina en función de:

- El ángulo entre ejes ( $\Sigma$ )
- El número de dientes del piñón y rueda  $z_1$  y  $z_2$

siendo:

$$tg \delta_1 = \frac{\frac{sen \Sigma}{\frac{z_2}{z_1} + \cos \Sigma}}{(5,4)}$$

y en cuanto al ángulo primitivo de la rueda, su valor se determina en función de:

- El ángulo entre ejes ( $\Sigma$ )
- El ángulo primitivo del piñón ( $\delta_1$ )

Siendo:

$$\delta_2 = \Sigma - \delta_1 \quad (5,5)$$

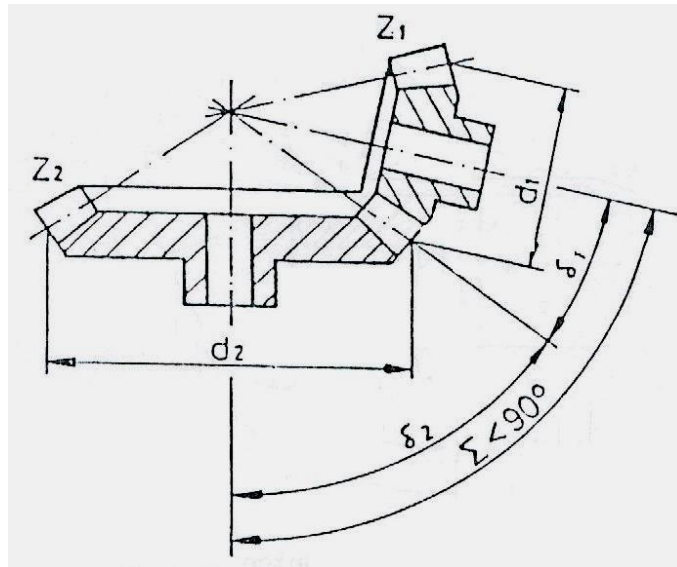


Fig. 5.8.  
Engranaje cónico exterior  $\Sigma > 90^\circ$

En el caso particular de engranaje interior con  $\Sigma < 90^\circ$  (Fig. 5.9) el ángulo primitivo del piñón se determina en función de:

- El ángulo entre ejes( $\Sigma$ )
- El número de dientes del piñón y rueda  $z_1$  y  $z_2$

siendo:

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\operatorname{sen} \Sigma}{\operatorname{sen} \Sigma - \frac{z_2}{z_1}} \quad (5,6)$$

y en cuanto al ángulo primitivo de la rueda, su valor se determina en función de:

- El ángulo entre ejes ( $\Sigma$ )
- El ángulo primitivo del piñón( $\delta_1$ )

siendo:

$$\delta_2 = \Sigma - \delta_1 \quad (5,7)$$

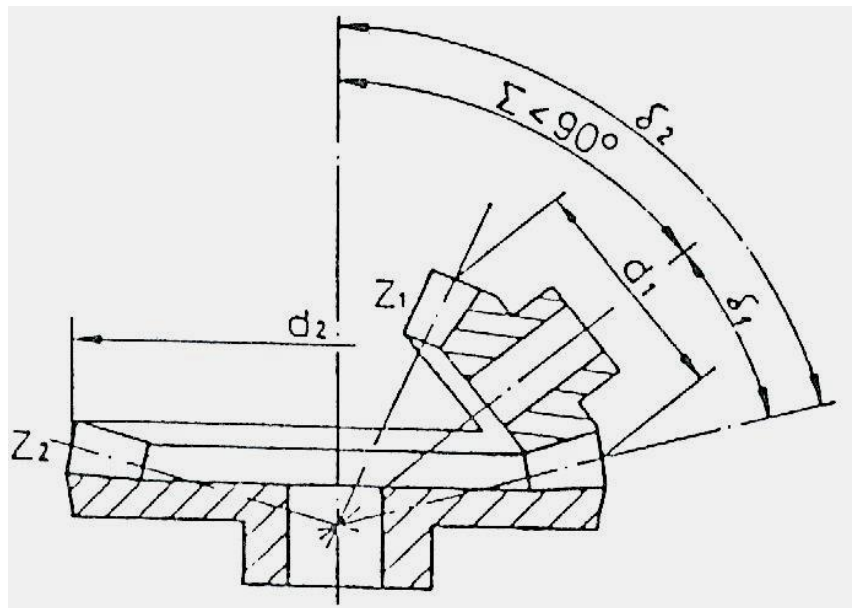
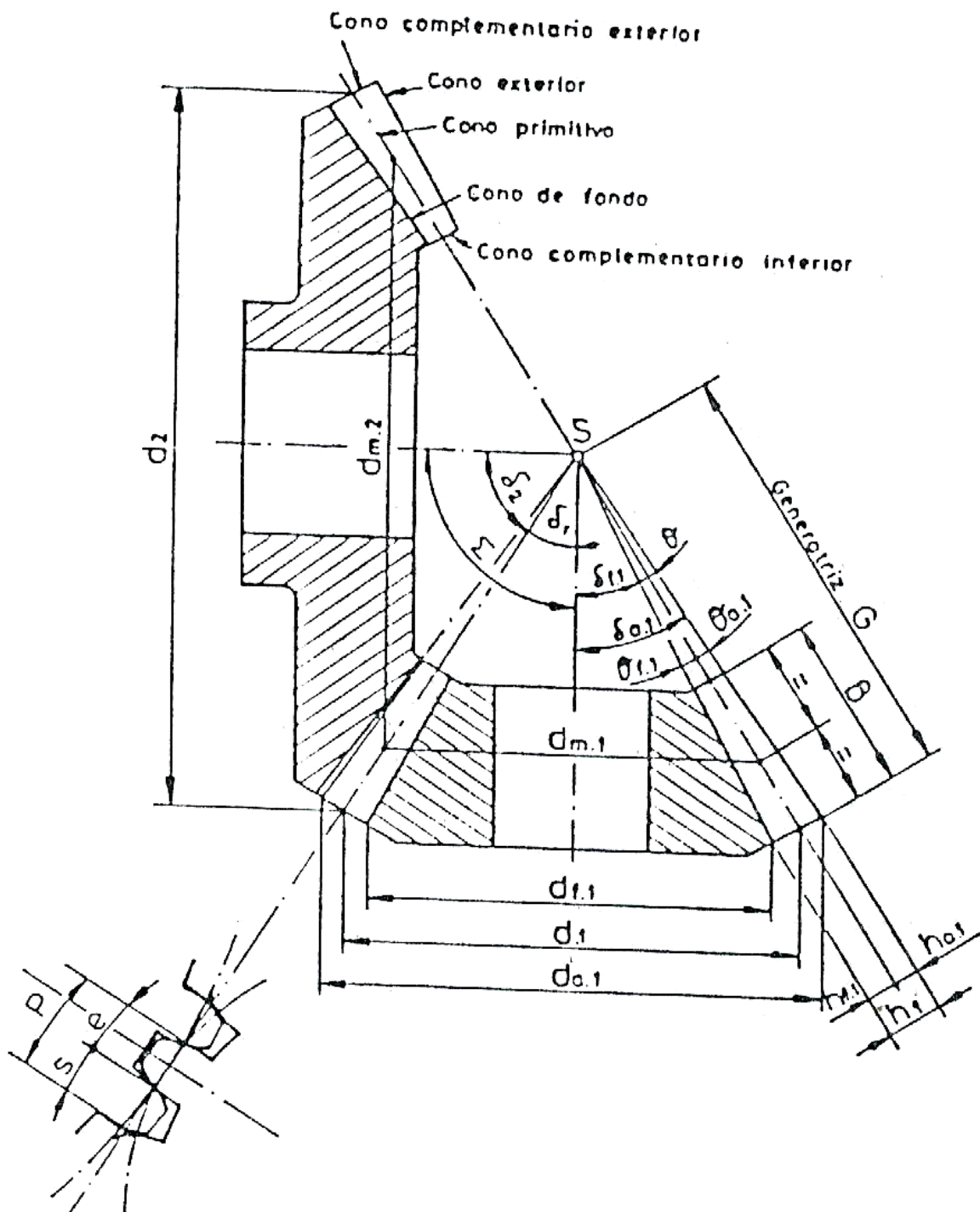


Fig.5.9  
Engranaje cónico interior  $\Sigma < 90^\circ$

#### 5.4 DEFINICIONES Y RELACIONES FUNDAMENTALES

Además de los. elementos definidos en el apartado 5.1 en un engranaje cónico también se deben considerar (Fig.5.10)

- **Diámetro exterior ( $d_a$ )**: Corresponde al diámetro exterior de la base mayor del cono exterior.
- **Diámetro del fondo ( $d_f$ )**: Correspondiente a la base mayor del cono interior.
- **Módulo ( $m$ )**: En un engrane cónico, el módulo siempre corresponde al de la base mayor, y a éste se referirá en los cálculos, aunque en la longitud del diente existen varios módulos.
- **Longitud del diente ( $B$ )**: Se recomienda no sobrepasar un valor igual a  $1/3$  de la generatriz  $G$ .  
( $B < 1,3 \cdot G$ ).
- **Ángulo exterior ( $\delta_a$ )**: Es el ángulo formado por la superficie exterior del diente y el eje del engrane.
- **Ángulo del fondo ( $\delta_f$ )**: Es el ángulo formado por la superficie del fondo del diente y el eje del engrane.
- **Ángulo de cabeza ( $\theta_a$ )**: Llamado también de addendum y corresponde a la diferencia entre el ángulo exterior ( $\delta_a$ ) y el primitivo ( $\delta$ ).
- **Ángulo del pie ( $\theta_f$ )**: Llamado también dedendum y corresponde a la diferencia entre el ángulo primitivo ( $\delta$ ) y el del fondo ( $\delta_f$ ).
- **Ángulo de profundidad ( $\theta$ )**: Corresponde a la suma del ángulo de cabeza ( $\theta_a$ ) y el ángulo del pie ( $\theta_f$ ).



**Relaciones fundamentales**

– Diámetro primitivo (d)	$d = m \cdot Z$
– Angulo primitivo ( $\delta_1$ ) ( $\Sigma=90^\circ$ )	$\tan \delta_1 = Z_1 / Z_2; \quad \tan \delta_2 = Z_2 / Z_1$
– Diámetro exterior ( $d_a$ )	$d_a = (d + 2 \cdot m \cdot \cos \delta)$
– Diámetro del fondo ( $d_f$ )	$d_f = (d - 2.5 \cdot m \cdot \cos \delta)$
– Paso normal	$p = m \cdot \pi$
– Generatriz (G)	$G = (d / 2 \cdot \sen \delta)$
– Angulo de la cabeza ( $\theta_a$ )	$\tan \theta_a = (h_a / G)$
– Angulo de pie ( $\theta_f$ )	$\tan \theta_f = (h_f / G)$
– Angulo de profundidad ( $\theta$ )	$\theta = (\theta_a + \theta_f)$
– Angulo exterior ( $\delta_a$ )	$\delta_a = (\delta + \theta_a)$
– Angulo del fondo ( $\delta_f$ )	$\delta_f = (\delta - \theta_f)$
– Longitud del diente (B)	$B < (1/3) \cdot G$
– Altura del diente (h)	$h = 2.25 \cdot m$
– Altura de la cabeza del diente ( $h_a$ ) (Addendum)	$h_a = m$
– Altura del pie del diente ( $h_f$ ) (Dedendum)	$h_f = 1.25 \cdot m$

**5.5 ENGRANAJE COMPLEMENTARIO DE DIENTES RECTOS**

Al desarrollar los conos complementarios de vértices  $s_1$  y  $s_2$  sobre un plano (Fig.5.11), se obtienen dos sectores circulares de centros  $S_1$  y  $S_2$  y los círculos primitivos  $d_1$  y  $d_2$  se desarrollaran según arcos de radios  $\overline{S_1 I}$  y  $\overline{S_2 I}$  respectivamente.

De esta forma se obtiene un engranaje de dos ruedas cilíndricas, llamadas ruedas complementarias de las ruedas cónicas. Al engranaje se le denomina:

***Engranaje complementario***

El diámetro primitivo del piñón ( $dv_1$ ) de un engranaje complementario se determina en función de:

- El diámetro primitivo del piñón  $d_1$
- El ángulo primitivo del piñón  $\delta_1$

siendo:

$$dv_1 = \frac{d_1}{\cos \delta_1} \quad (5,8)$$



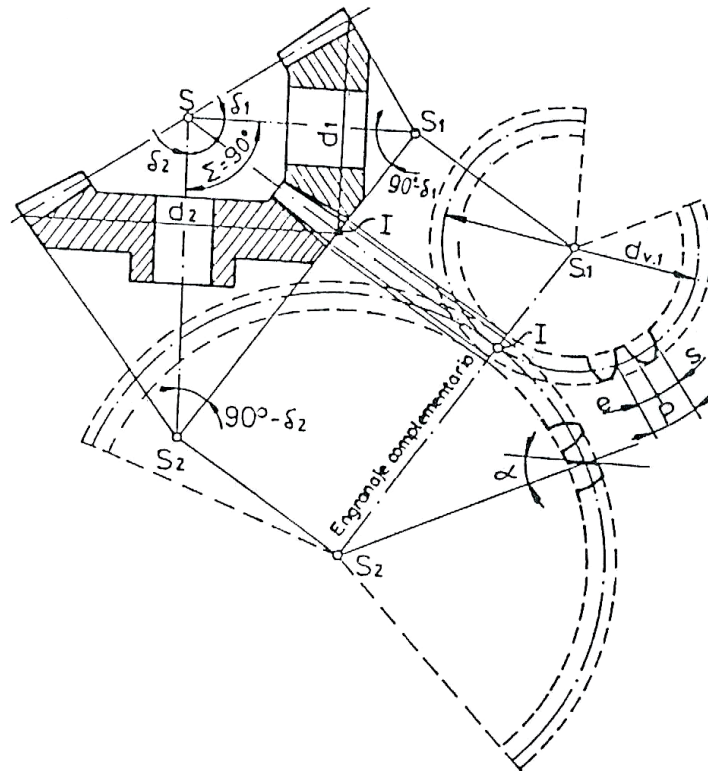


Fig. 5.11  
Engranaje complementario

y en cuanto al diámetro primitivo de la 'rueda ( $dv_2$ ) de un engranaje complementario, su valor, se determina en función de:

- El diámetro primitivo de la rueda  $d_2$
- El ángulo primitivo de la rueda  $\delta_2$

siendo:

$$dv_2 = \frac{d_2}{\cos \delta_2} \quad (5,9)$$

Las características de los dentados de las ruedas complementarias son las características nominales sobre los conos complementarios exteriores. Paso normal, módulo, ángulo de presión, etc.

En cuanto al número de dientes imaginario de un engranaje complementario, en el piñón se determina, en función de:

- El diámetro primitivo del piñón complementario  $dv_1$
- El módulo  $m$

o también, en función de:

- El número de dientes del piñón  $Z_1$
- El ángulo primitivo del piñón  $\delta_1$

siendo:

$$Z_{v1} = \frac{dv_1}{m} = \frac{Z_1}{\cos \delta_1} \quad (5,10)$$

y en la rueda, el número de dientes imaginario se determina en función de:

- El diámetro primitivo de la rueda complementaria  $dv_2$
- Del módulo  $m$

o también, en función de:

- El número de dientes de la rueda  $Z_2$
- El ángulo primitivo de la rueda  $\delta_2$

siendo:

$$Z_{v2} = \frac{dv_2}{m} = \frac{Z_2}{\cos \delta_2} \quad (5,11)$$

El engranaje complementario es particularmente interesante, porque permite estudiar los engranes cónicos con una aproximación suficiente, al considerado como un engrana recto.

De esta forma, todas las cuestiones relativas a la continuidad del engrane, interferencias, etc., pueden ser tratados considerando el engrane cónico, como un engrane de dientes rectos, con  $(Z_v)$  dientes y módulo  $(m)$

## 5.6 ENGRANE MEDIO COMPLEMENTARIO

Por causa de las relaciones de las fuerzas y del cálculo de la resistencia, se elige de modo conveniente el engrane medio complementario, en el centro del ancho de los dientes de la rueda cónica. (Fig. 5.12)

Como se ha explicado anteriormente, el módulo normalizado  $(m)$ , se representa en el borde la base mayor del cono, por tanto:

$$\text{modulo medio} \quad m_m = m \left[ 1 - \left( \frac{0.5b}{Ra} \right) \right] \quad (5,12)$$

donde:

$m_m$  : Modulo en el centro del ancho del diente (mm)

$m$  : Modulo normalizado (mm)

$b$  : Ancho de los dientes

$Ra$  : Radio de la rueda plana correspondiente (Fig. 5.13)

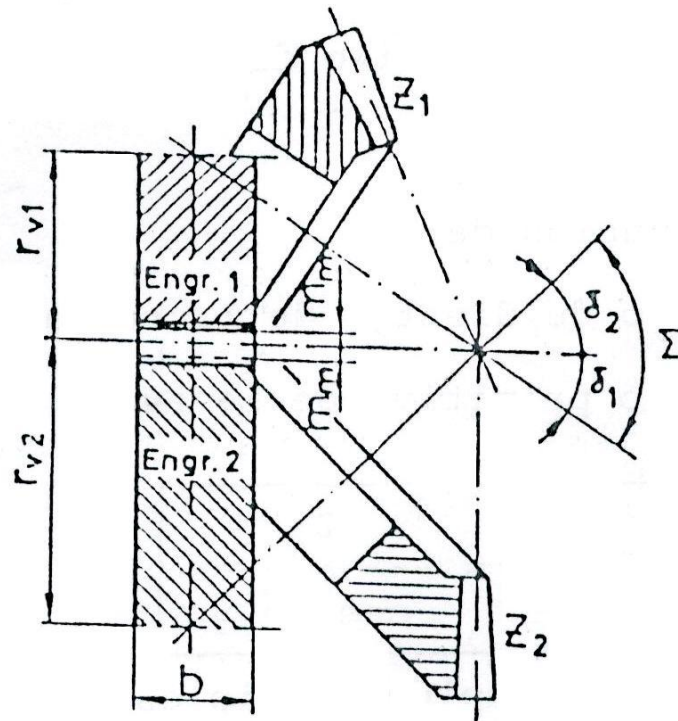


Fig. 5.12  
Engranaje medio complementario

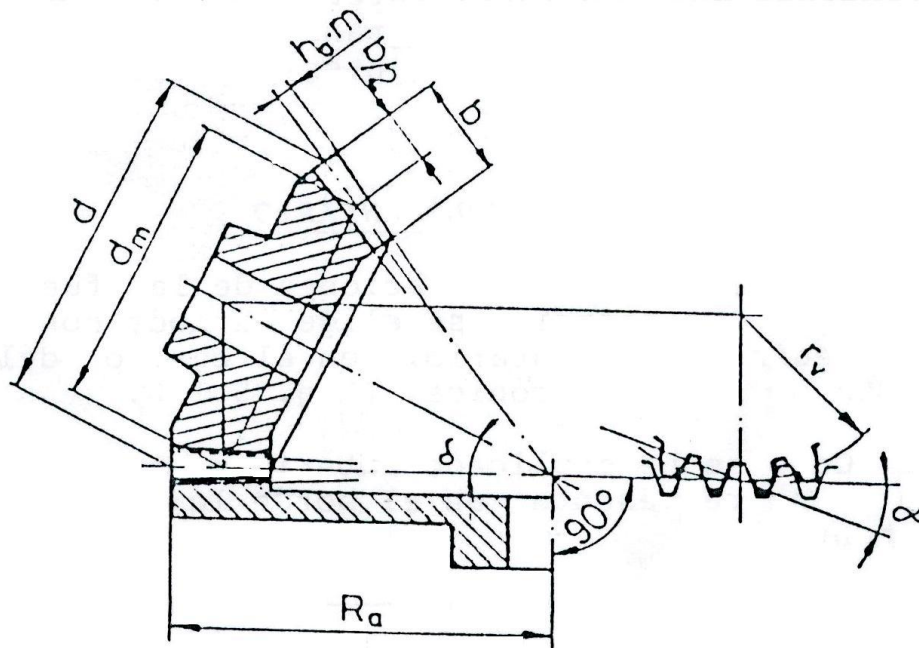


Fig. 5.13  
Rueda conica con la rueda plana correspondiente

### 5.6.1 RELACIONES FUNDAMENTALES

- Numero de dientes complementarios

$$Z_v = \frac{Z}{\cos \delta} \quad (5,13)$$

donde:

$Z_v$  : Numero de dientes imaginario

$Z$  : Numero de dientes del engrane

$\delta$  : Angulo primitivo

- Diámetro primitivo de la rueda media complementaria

$$dv = Z_v \cdot m_m$$

- Diámetro exterior de la rueda media complementaria

$$dv_a = dv + 2 \cdot ha_m = dv + 2 \cdot m_m$$

- Diámetro del circulo base de la rueda media complementaria

$$dv_b = dv \cdot \cos \alpha$$

- Distancia imaginaria entre ejes (av)

$$av = rv_1 + rv_2$$

## 5.7 RELACION DE CONTACTO

### 5.8

$$\varepsilon_\alpha = \frac{(\sqrt{rva_1^2 - rvb_1^2} - rv_1 \cdot \sen \alpha) + (\sqrt{rva_2^2 - rvb_2^2} - rv_2 \cdot \sen \alpha)}{Pb} \quad (5,14)$$

donde:

- $\alpha$  : Angulo de presión
- $rv_1$  y  $rv_2$  : Radios primitivos del piñón y rueda complementaria
- $rva_1$  y  $rva_2$  : Radios exteriores del piñón y rueda complementaria
- $rvb_1$  y  $rvb_2$  : Radios bases del piñón y rueda complementaria
- $Pb$  : Paso base del piñón y de la rueda complementaria

## 5.9 NUMERO DE DIENTES LIMITE PARA EVITAR LA INTERFERENCIA

$$Z_{limite} = Z' \cdot \cos \delta_1 \quad (5,15)$$

donde:

$Z'$  : Es el número de dientes limite de una rueda con dentado recto (para  $\alpha_0=20^\circ \rightarrow Z'=17$ )

### 5.9 ENGRANAJE CONICO CON DENTADO INCLINADO O CURVO

Los engranes cónicos con dentado inclinado o curvo funcionan más silenciosas y con menos choques que los engranes con dentado recto. (Fig. 5.14).

Si los flancos de uno de los engranes tienen inclinación hacia la derecha los del otro lo tendrán hacia la izquierda:

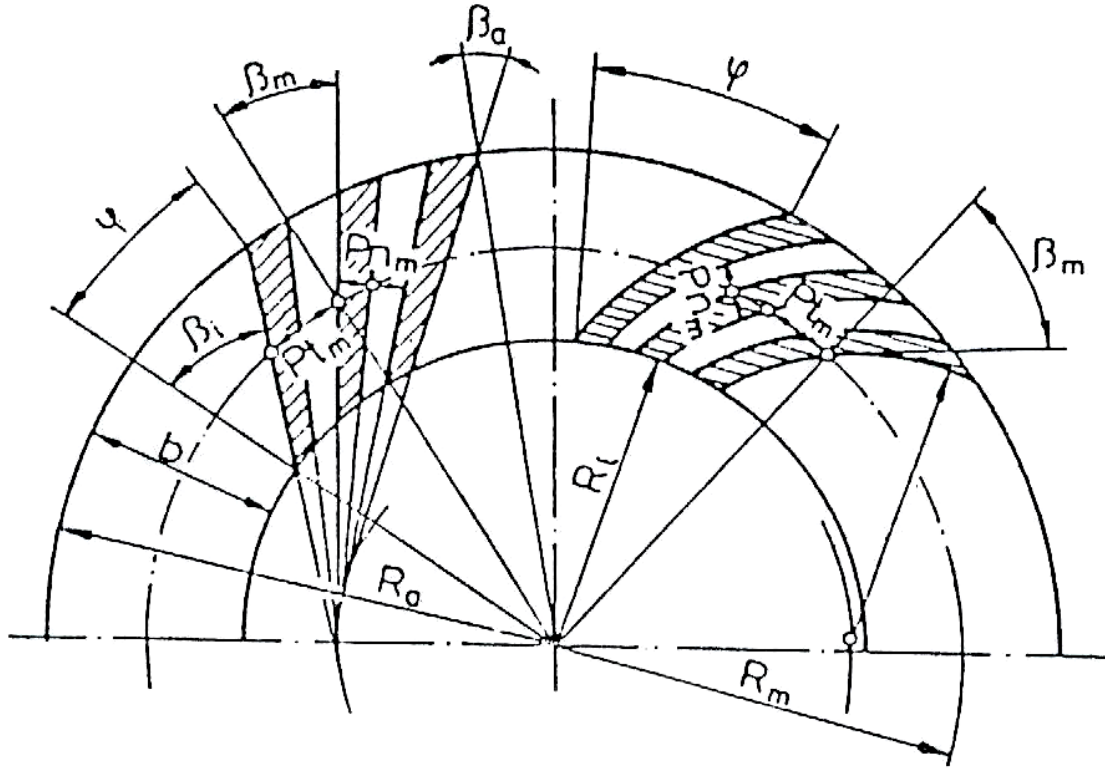


Fig. 5.14  
Superficie exterior desarrollada de las ruedas  
cónicas de dientes inclinados y dientes curvos

La inclinación de los dientes, en el medio del ancho de estos es  $\beta_m$ , en la periferia exterior es  $\beta_a$  y en la periferia interior  $\beta_i$ .

#### 5.9.1 ENGRANE COMPLEMENTARIO

Análogamente al caso de los engranes cónicos de dientes rectos, los engranes cónicos de dentado inclinado se suponen sustituidos por engranes rectos de dientes inclinados. (Fig. 5.15)

El ángulo de inclinación utilizado es  $\beta_m$

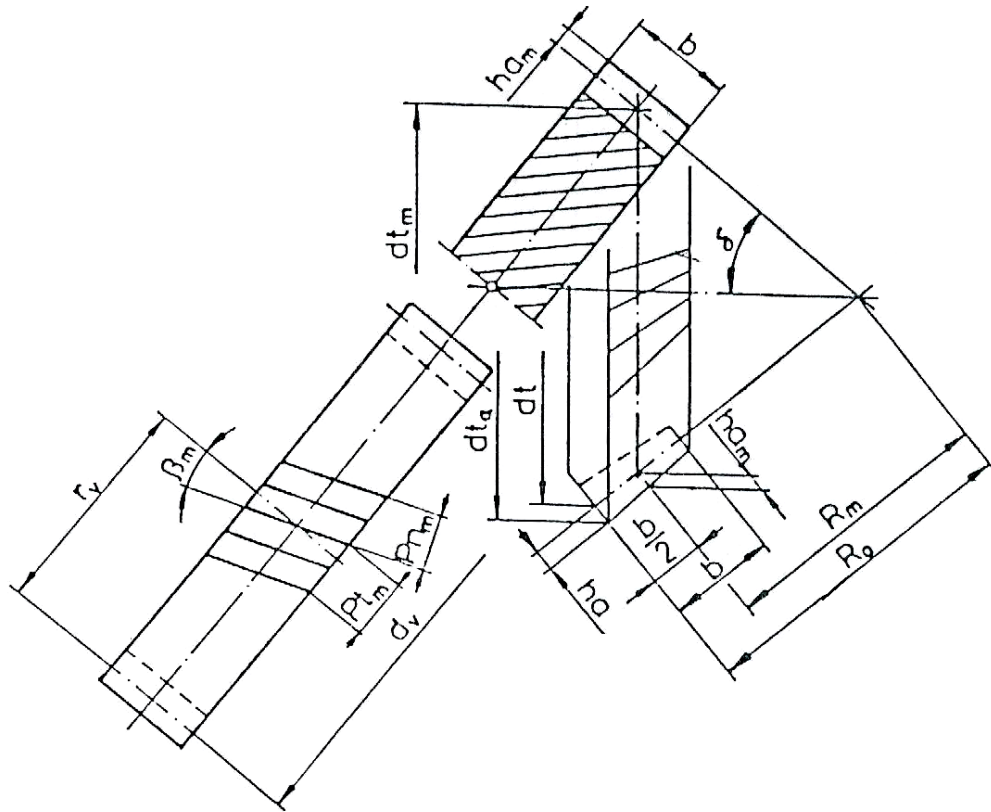


Fig. 5.15  
Rueda cónica con dentado inclinado referida  
a una rueda recta con dentado inclinado

### 5.9.2 RELACIONES FUNDAMENTALES

- Numero de dientes equivalentes, de las ruedas frontales complementarias

$$Z_e = \frac{Z}{\cos \delta \cdot \cos^3 \beta_m} \quad (5,16)$$

donde:

$Z$  : Numero de dientes del engrane

$\delta$  : Angulo primitivo del engrane

$\beta_m$  : Angulo de inclinación en el medio ancho del diente

- Diámetro medio del circulo primitivo (figura anterior)

$$dt_m = \frac{mn_m \cdot Z}{\cos \beta_m}$$

- Radio medio de la rueda plana

$$R_m = \frac{rtm}{\sin \delta}$$

- Radio exterior de la rueda plana

$$Ra = R_m + 0.5 \cdot b$$

- Diámetro del círculo primitivo

$$dt = dt_m \left( 1 + 0.5 \frac{b}{Rm} \right)$$

- Altura de la cabeza del diente

$$ha = mn_m \cdot \frac{Ra}{Rm}$$

- Altura del pie del diente

$$hf = 1.2 \cdot ha$$

- Diámetro exterior

$$dta = dt + 2 \cdot ha \cdot \cos \delta$$

- Diámetro interior

$$dtf = dt - 2 \cdot hf \cdot \cos \delta$$

- Angulo de la cabeza

$$\tan \theta_a = \left( \frac{ha}{Ra} \right)$$

- Angulo del pie

$$\tan \theta_f = \left( \frac{hf}{Ra} \right)$$

Generalmente, el modulo normal medio  $m_m$ , se expresa los valores normalizados.

Serie 1	0.05	0.06	0.08	0.1	0.12	0.16	0.20	0.25	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.1	1.25
	1.5	2	2.5	3	4	5	6	8	10	12	16	20	25	32	40	50	60
Serie 2	0.055	0.07	0.09	0.11	0.14	0.18	0.22	0.28	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75	0.85	0.95	1.125	1.375
	1.75	2.25	2.75	3.5	4.5	5.5	7	9	11	14	18	22	28	36	45	55	70

**Tabla 5,1** Series de módulos, en mm, según DIN 780  
(Preferentemente se utilizarán los módulos de la serie 1.)

Por lo tanto, en el punto medio de la rueda cónica (Fig. 5.15), se tiene una altura de cabezas  $ha_m = mn_m$  y una altura de pies  $hf_m = 1.25 \cdot mn_m$ .



### 5.9.3 RELACION DE CONTACTO

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{(\sqrt{rva_1^2 - rvb_1^2} - rv_1 \cdot \text{sen} \alpha_t) + (\sqrt{rva_2^2 - rvb_2^2} - rv_2 \cdot \text{sen} \alpha_t)}{Pte} \quad (5,17)$$

donde:

- Paso aparente medio

$$Pte = mn_m \cdot \frac{\pi}{\cos \beta_m}$$

- Numero de dientes imaginario

$$Z_v = \frac{Z}{\cos \delta}$$

- Modulo aparente

$$mt = \frac{mn_m}{\cos \beta_m}$$

- Angulo de presión aparente

$$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha}{\cos \beta_m}$$

- Diámetro primitivo de la rueda complementaria media

$$dv = Z_v \cdot mt$$

- Distancia imaginaria entre ejes (av)

$$av = rv_1 + rv_2$$

- Diámetro exterior de la rueda media complementaria

$$dv_a = dv + 2 \cdot mn_m$$

- Diámetro del circulo base de la rueda media complementaria

$$dv_b = dv \cdot \cos \alpha_t$$

## 5.10 CARGAS SOBRE ENGRANES CÓNICOS

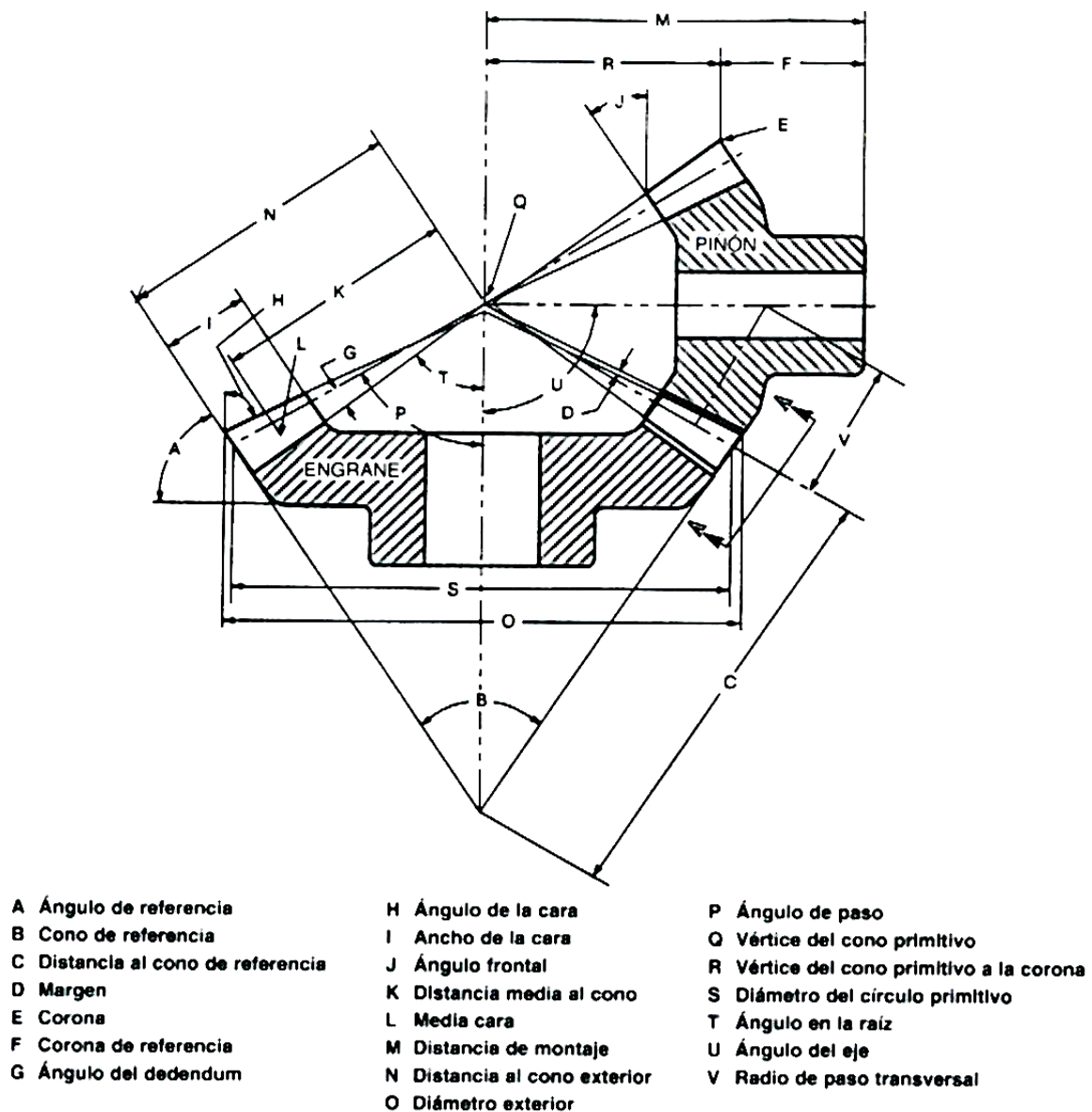


Fig. 5.16  
Geometría de engranes cónicos  
(Fuente: AGMA 1005-B88/90)

Para garantizar la operación apropiada de un par de engranes cónicos, debe tenerse cuidado de que los engranes estén montados correctamente.

Los montajes del piñón y engrane deben dar soporte adecuado de manera que no se presente ningún movimiento axial. Si el piñón de un engrane es suficientemente pequeño para que el eje del engrane pase por él sin interferencia, es posible usar dos soportes exteriores para el engrane.

El piñón del conjunto casi siempre está montado como un voladizo a menos que su tamaño permita al usuario incluir también un segundo soporte. Para determinar las cargas que los cojinetes de apoyo tendrán que soportar, es útil conocer las cargas que surgen debido al contacto de los dientes.

Las cargas tangenciales aplicadas a los dientes de un engrane cónico pueden determinarse a partir del par de torsión aplicado a ese miembro y del diámetro del círculo primitivo en que está aplicado, usando la conocida relación:

$$W_t = \frac{2T}{d}$$

Una vez conocida la carga tangencial, las siguientes relaciones son aplicables a las cargas radial y axial:

$$W_r = \frac{W_t}{\cos \psi} (\tan \phi_n \cos \alpha \mp \sin \psi \sin \alpha)$$

$$W_x = \frac{W_t}{\cos \psi} (\tan \phi_n \sin \alpha \pm \sin \psi \sin \alpha)$$

¿Qué signo se debe usar en estas dos ecuaciones?

Esto depende de la concavidad de la cara de dicha carga. Los signos superiores se usan para un piñón impulsor que tiene una espiral derecha y gira en sentido horario cuando se ve desde su extremo mayor.

Los signos superiores podrían también aplicarse a una espiral izquierda que girase en sentido antihorario visto desde su extremo mayor.

Los signos inferiores se usan para un piñón impulsor que tiene cualquiera de las dos posibilidades opuestas a estas condiciones.

## 5.11 DISEÑO DE ENGRANES CÓNICOS PARA IMPEDIR FALLAS

Las ecuaciones de diseño para engranes cónicos están detalladas en el estándar 2003-A86/88 de la AGMA y son similares a las ecuaciones usadas para los engranes cilíndricos y helicoidales.

### 5.11.1 RESISTENCIA A LA FLEXIÓN

La ecuación de diseño por esfuerzo de flexión en engranes cónicos es:

$$\frac{2T_p K_a P_d K_s K_m}{K'_v F d K_x J} \geq \frac{S_{at} K_L}{S_F K_T K_R} \quad (5,18)$$

donde:

- $T_p$  = par de torsión aplicado sobre el piñón (in-lbf);
- $K_o$  = factor dinámico externo;
- $P_d$  = paso diametral transversal en el extremo exterior del diente;
- $K_s$  = factor de tamaño
- $K_m$  = factor de distribución de carga;
- $K'_v$  = factor dinámico;
- $F$  = ancho neto de cara del miembro más estrecho;
- $d$  = diámetro del círculo primitivo del piñón;
- $K_x$  = factor de curvatura longitudinal del diente;
- $J$  = factor geométrico para la resistencia a la flexión.
- $s_{at}$  = esfuerzo de flexión (psi);
- $K_L$  = factor de vida por resistencia a la flexión
- $S_F$  = factor de seguridad por resistencia a la flexión
- $K_T$  = factor de temperatura; y
- $K_R$  = factor de confiabilidad.

Si tanto el engrane como el piñón están hechos del mismo material, la falla ocurrirá en el piñón. Si se usan diferentes materiales para el engrane y el piñón, el esfuerzo de diseño por flexión debe revisarse para ambos miembros del conjunto.

Aunque la ecuación de diseño especifica que se usen el par de torsión y el diámetro del piñón, el hecho de que el par se divide entre el diámetro del círculo primitivo, permite al diseñador usar el par y el diámetro del engrane para obtener los mismos resultados.

Muchos de los otros parámetros en esta ecuación de diseño son muy similares a los desarrollados para engranes cilíndricos.

Para fines de los problemas que resolveremos en este capítulo, consideraremos Los parámetros  $K_a, K_s, K_m, K_v, s_{at}, K_T, K_L$  y  $K_R$  tal como fueron definidos en el capítulo previo.

El diseñador que desea tomar en cuenta las pequeñas diferencias en esos valores en el proceso de diseño debe consultar la norma AGMA apropiada. Es necesario entonces considerar el nuevo parámetro  $K_x$  y ver cómo el factor geométrico  $J$  es diferente para los engranes cónicos.

### $K_a$

El factor dinámico externo para el par de engranes proporciona un margen para cualesquiera de las cargas aplicadas externamente y que sean superiores al par de torsión en operación. En muchos sentidos, es como el factor de sobrecarga  $K_o$  usado para engranes cilíndricos. El factor dinámico externo sólo puede determinarse después de considerables cálculos que van más allá del alcance de la norma AGMA 2003-A86/88.

### $K_x$

El factor de curvatura longitudinal del diente depende del ángulo espiral para los engranes y de la curvatura longitudinal del diente. Como los engranes cónicos rectos y los engranes ZEROL no tienen curvatura en sus dientes, el valor:

$$K_x = 1.0$$

Para engranes cónicos espirales, usaremos:

$$K_x = 0.211 \left( \frac{r_c}{A} \right)^q + 0.789$$

donde:

$r_c$  = radio del cortador (in)

$A$  = distancia cónica media (in)

(distancia de la cara media del diente al vértice del cono primitivo)

$$q = \frac{0.279}{\log_{10} \left( \frac{1}{\sin \psi} \right)}; \text{ y}$$

$\psi$  = ángulo espiral medio.

La AGMA también recomienda que cuando  $K_x$  sea mayor que 1.15, el valor deberá fijarse en 1.15 y cuando el valor de  $K_x$  sea menor que 1.0, deberá usarse el valor 1.0. Una manera conservadora de considerar este parámetro es hacer que  $K_x$  sea igual a 1.15 para todos los engranes cónicos espirales y  $K_x$  sea igual a 1.0 para los engranes cónicos rectos.

**J**

El factor geométrico  $J$  para engranes cónicos es diferente que el usado en los engranes cilíndricos o en los helicoidales. El estándar 2003-A86/88 de AGMA proporciona gráficas para determinar estos valores. En las figuras 5-12, 5-13 y 5-14 se presentan muestras de estas gráficas.

**Ejemplo 5-1**

Un par de engranes cónicos rectos de calidad clase 6 con un ángulo de presión de  $20^\circ$  están diseñados para tomar 2 caballos de potencia a una velocidad de 1,200 rpm en el piñón y un ángulo de  $90^\circ$  en el eje. El piñón tiene 20 dientes y el engrane tiene 40. El piñón está hecho de bronce ASTM B148 y el engrane es de acero grado 1 totalmente endurecido con dureza Brinell de 200. Los engranes operan a una temperatura de no más de  $180^\circ\text{F}$ . Si el factor de seguridad  $S_F$  es de 2.0, determine si el conjunto de engranes es seguro.

**Solución.**

De la información dada, fijamos:  $K_a = K_S = K_x = K_L = K_T = K_R = 1.0$  y usaremos un módulo para ensamblar los elementos necesarios y revisar la ecuación del diseño. Con base en la información dada, necesitaremos usar la figura 3-42 para obtener el esfuerzo permisible de diseño sobre el engrane de acero, y la tabla 3-5 para obtener el esfuerzo permisible por flexión para el piñón de bronce. Usaremos la figura 5-17 para obtener los valores del factor geométrico para cada uno de los engranes. Esos valores pueden insertarse en el módulo 5-1 para generar los resultados mostrados. Este módulo utiliza la clase de calidad  $Q_v$  y la velocidad de la línea de paso para ensamblar  $K'_v$ . También emplea el procedimiento descrito en el capítulo 4 para ensamblar el valor de  $K_m$  usando la hipótesis de que  $C_{mc} = C_{pm} = C_e = 1.0$  y que el tipo de engranaje es abierto.

El módulo muestra que tanto el piñón como el engrane son seguros respecto a falla por flexión. Como la velocidad de la línea de paso es inferior a 1,000 ft/min, este conjunto de engranes es apropiado para esta aplicación desde el punto de vista del esfuerzo de flexión. A pesar de esto, los engranes pueden fallar por picadura, es por eso que revisaremos este mismo conjunto de engranes en cuanto a este modo de falla una vez que hayamos desarrollado las ecuaciones necesarias de diseño.

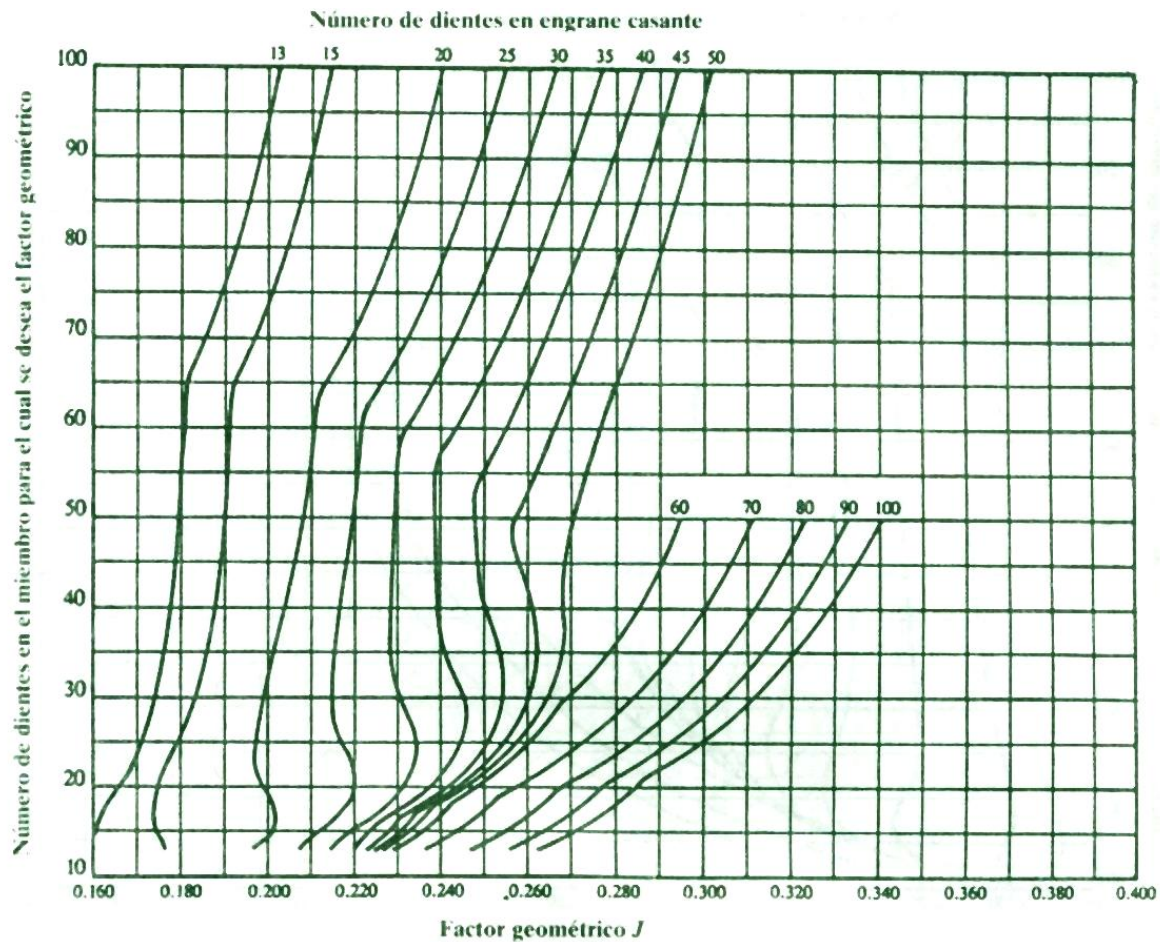


Fig. 5.12 Factor geométrico  $J$  para engranes cónicos rectos con un ángulo de presión de  $20^\circ$  y un radio en el borde de la herramienta de  $0.120/p_d$ .  
(Fuente: AGMA 1005-B88/90)

### 5.11.2 RESISTENCIA A LA PICADURA

El modo de aplicación del esfuerzo por falla por picadura en engranes cónicos es el esfuerzo de contacto. La fórmula fundamental para el esfuerzo de picadura en un diente de un engrane cónico es:

$$C_p C_b \sqrt{\frac{2T_D C_a}{C'_v} \frac{1}{Fd^2} \frac{C_s C_m C_{xc} C_f}{I} \left(\frac{T_p}{T_D}\right)^z} \leq \frac{S_{ac} C_L C_H}{S_H C_T C_R} \quad (5,17)$$

donde:

$C_p$  = coeficiente elástico ( $\text{lbf/in}^2$ )<sup>0.5</sup>;

$C_p$  = factor de ajuste del esfuerzo por resistencia a la picadura;

$T_D$  = par de diseño del piñón (in lbf);

$T_D$  = par de operación del piñón (in lbf);

$T_D$  = factor dinámico externo;

$C_a$  = factor de tamaño para la resistencia a la picadura;

$C'_v$  = factor dinámico;

$C_m$  = factor de distribución de carga;

$C_{xc}$  = el factor de coronamiento longitudinal por resistencia a la picadura;

Module 5-1				
Ecuación de diseño por flexión de engranajes cónicos				
$\frac{2T_p K_a}{K_v'} \frac{P_d}{F d} \frac{K_s K_m}{K_x J} \leq \frac{s_{at} K_L}{S_F K_T K_R}$				
Informacion que es comun en ambaos engranajes en el conjunto:				
$\phi =$	20	grados	Angulo de presión	
$\psi =$	0	grados	Angulo espiral	
$P_d =$	8	dientes/pug	Paso diametral	
Tipo de engrane	Cónico recto		Tipo de diente	
$\Sigma =$	90	grados	Angulo del eje	
$P =$	2	hp	Potencia tomada por el conjunto	
$S_F =$	2,00		Factor de seguridad	
$K_a =$	1,0		Factor diámetro externo	
$Q_v =$	6		Clase de calidad del conjunto de engrane	
$K_s =$	1,0		Factor de tamaño	
$K_x =$	1,0		Factor de curvatura del diente	
$K_L =$	1,0		Factor de vida por flexión	
$K_T =$	1,0		Factor de temperatura	
$K_R =$	1,0		Factor de confiabilidad	
Informacion que puede ser diferente para cada engrane en el conjunto:				
	Piñon	Engrane		
Velocidad=	1.200		RPM	Velocidad del eje del piñón
$N_i =$	20	40	dientes	Numero de dientes
Material =	Bronce	Acero HB200		Tipo de material
Grado=	UNSC9540	Grado1		Grado del material
Valores encontrados con la información e insertados por el diseñador				
$s_{at} =$	23.600	28.260	psi	Esfuerzo permisible
$J =$	0,242	0,204		Factor geométrico
Valores automáticamente calculados usando la información anterior				
$d =$	2,500	5,000	in	Diámetro del circulo primitivo
$\alpha =$	26,57	63,43	degrees	Angulo del cono primitivo
$L =$	2,795		in	Longitud del cono primitivo
$F =$	0,932		in	Ancho (max) de la cara del diente
$T =$	105,0	210,1	in lbf	Par de torsión tomado por cada uno
$v_t =$	785		ft/min	Velocidad de la línea de paso
$K_v' =$	0,728			Factor dinámico
$K_m =$	2,3			Factor de distribución de la carga
$s_t =$	9.369	11.114	psi	Lado izquierdo de la ecuación
RHS	11.800	14.130	psi	Lado derecho de la ecuación
Condición	SEGURA	SEGURA		



$C_f$  = factor de condición superficial para la resistencia a la picadura;  
 $z$  = exponente de carga;  
 $d$  = diámetro operativo de paso del piñón (in);  
 $F$  = ancho neto de cara del miembro más estrecho (in);  
 $I$  = factor geométrico para la resistencia a la picadura;  
 $S_{ac}$  = esfuerzo permisible de contacto para el material (psi);  
 $C_L$  = factor del ciclo de esfuerzo para la resistencia a la picadura;  
 $C_H$  = factor de razón de dureza para la resistencia a la picadura;  
 $S_H$  = factor de seguridad por picadura;  
 $C_T$  = factor de temperatura;  
 $C_R$  = factor de confiabilidad

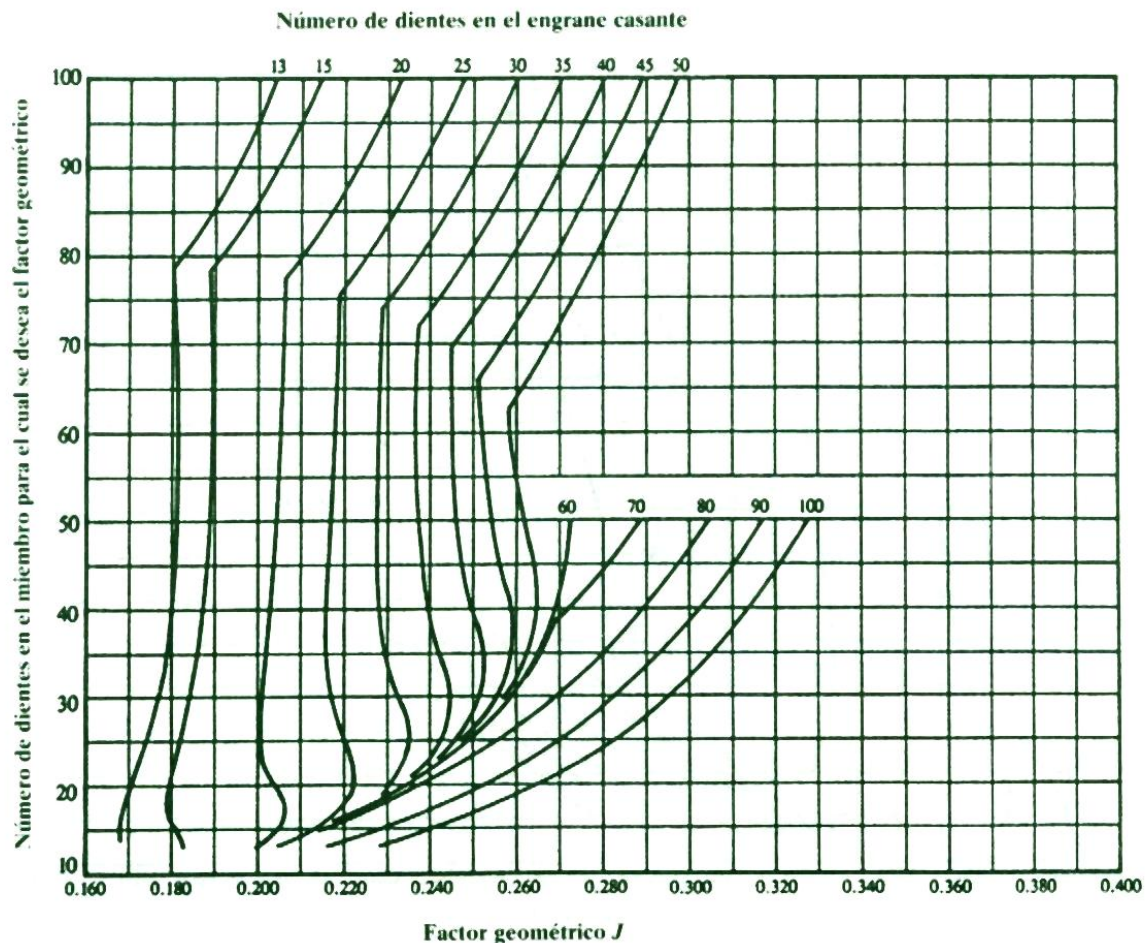


Fig. 5.13 Factor geométrico  $J$  para engranajes cónicos ZEROL de paso fino con un ángulo de presión de  $20^\circ$  y un radio en el borde de la herramienta de  $0.240/P_d$ .  
(Fuente: AGMA 1005-B88/90)

La ecuación tiene aspecto conocido en tanto que contiene muchos parámetros comunes para el diseño de engranes cilíndricos y engranes helicoidales. Aunque hay diferencias menores, para nuestros fines trataremos las variables  $C_p, C_a, C'_v, C_m, C_s, C_f, C_{ac}, S_{ac}, C_L, C_H, C_T$  y  $C_R$  tal como fueron definidas en el capítulo 4. El lector que desee tener mayor precisión en estos valores puede consultar el estándar 2005-B88/90. Las variables  $T_p, d$  y  $F$  ya fueron definidas antes en este capítulo. Las variables restantes  $C_b, C_{xc}, T_D, z$  e  $I$  requieren ser explicadas.

**$C_b$** 

El factor de ajuste del esfuerzo por resistencia a la picadura es un factor que permite la clasificación de los engranes cónicos, helicoidales y cilíndricos usando los mismos números de esfuerzo de contacto. La AGMA recomienda 0.634 como el valor para este parámetro.

 **$C_{xc}$** 

El factor de coronamiento longitudinal por resistencia a la picadura toma en cuenta la influencia del coronamiento de los dientes sobre el patrón de contacto del esfuerzo. La AGMA recomienda que  $C_{xc} = 1.5$  para dientes coronados y  $C_{xc} = 1.0$  para dientes no coronados.

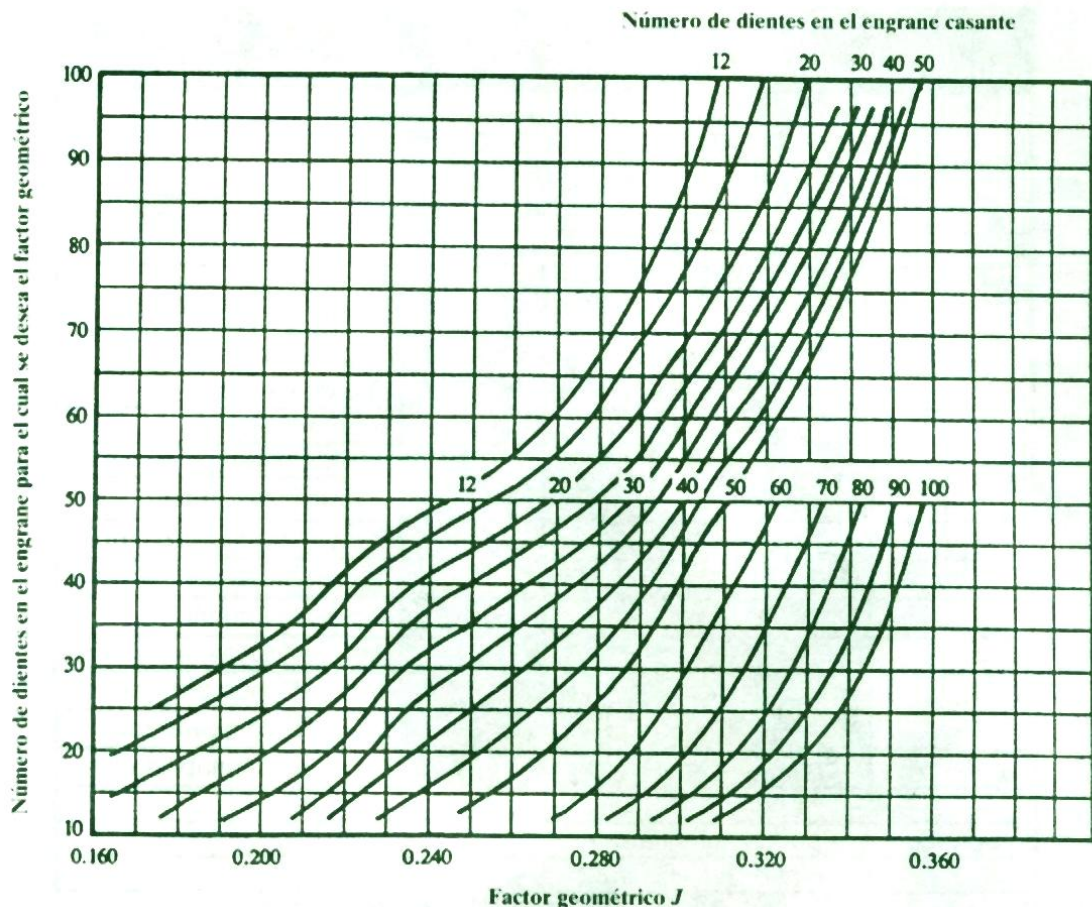


Fig. 5.14 Factor geométrico  $J$  para engranajes cónicos espirales con un ángulo de presión de  $20^\circ$ , un ángulo espiral de  $35^\circ$  y un radio en el borde de la herramienta de  $0.240/P_d$ .  
(Fuente: AGMA 1005-B88/90)

**TABLA 5-2 VALORES DEL FACTOR  $C_{MD}$  DE DISTRIBUCIÓN DE CARGA POR USAR AL ESTIMAR  $T_D$**

Tipo de aplicación	Ambos engranes montados a horcajadas	Un engrane montado a horcajadas	Ningún engrane montado a horcajadas
Automóviles, aviones y productos comerciales de alta calidad	1.20	1.32	1.50
Uso comercial en general	1.44	1.58	1.80

Fuente: AGMA 2003-A86/88.

Nota: Para dientes sin coronamiento, duplique los valores de la tabla.

**$T_D$** 

El par de torsión de diseño del piñón se define como el par bajo el cual ocurre un contacto elíptico total. Puede determinarse con la siguiente expresión:

$$T_D = \frac{F}{2} \frac{IC'_v}{C_s C_{md} C_f C_a C_{cx}} \left( \frac{s_{ac} d}{C_P C_b} \frac{0.774 C_H}{C_T C_R} \right)^2$$

Muchos de los parámetros en esta expresión ya han sido definidos previamente. El parámetro  $C_{md}$  es un factor que toma en cuenta la distribución de la carga. Para varios tipos de aplicaciones, el valor de  $C_{md}$  puede determinarse con la tabla 11-2.

 **$z$** 

El exponente “ $z$ ” es recomendado por la AGMA como igual a 0.667 cuando  $T_P < T_D$  e igual a 1.0 en los demás casos.

 **$J$** 

El factor geométrico para engranes cónicos tiene un significado similar que para los engranes helicoidales y cilíndricos, pero los valores son diferentes. El estándar 2003-A86/88 de la AGMA proporciona diagramas con esos valores para diferentes números de dientes. Esos diagramas se incluyen en este texto como las figuras 5-200, 5-21 y 5-22

**Ejemplo 5-2**

Investigue el conjunto de engranes en el ejemplo 5-1 para ver si los dos engranes de este conjunto son seguros respecto a la picadura.

**Solución.**

Para implementar la desigualdad de diseño por picadura, se requiere alguna información adicional. Es necesaria la siguiente información adicional:

Para el bronce UNSC 95400, el número de dureza Brinell es 190.

Para el bronce,  $\mu_{bronce} = 0.349$  y  $E_{bronce} = 16.1 \times 10^6$  psi.

Para el acero,  $\mu_{acero} = 0.349$  y  $E_{acero} = 30 \times 10^6$  psi.

Consideraremos que los engranes son de alta calidad comercial y que están coronados. Esto dará  $C_{ma} = 1.5$  como valor por usar en el proceso de solución.

Aunque es de esperarse que el menor tamaño del piñón da lugar a un esfuerzo de contacto mayor y por ello falle primero, revisaremos ambos engranes del conjunto ya que ellos están hechos de materiales diferentes. Para resolver este problema, utilizaremos el módulo 5-2

A diferencia de la situación para el esfuerzo de flexión, tanto el piñón como el engrane fallan por picadura según esas especificaciones de diseño. Esto significa que el caballaje en los engranes debe reducirse para tener el diseño en una configuración segura. Para lograr esto requeriremos que la potencia se reduzca a 0.5 caballos de potencia. Otra manera de mejorar la capacidad de potencia de este conjunto de engranes sería utilizar engranes cónicos en espiral.



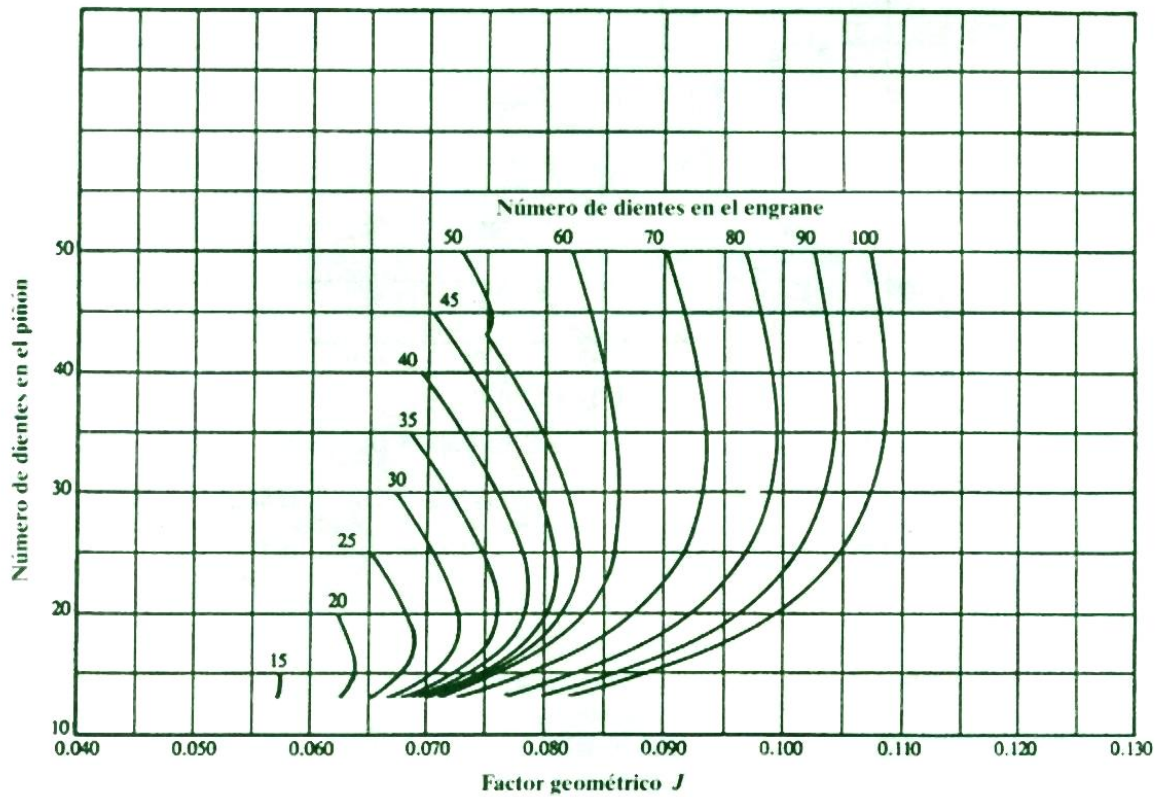


Fig. 5.15 Factor geométrico  $J$  para engranajes cónicos rectos con un ángulo de presión de 20°.  
(Fuente: AGMA 1005-B88/90)

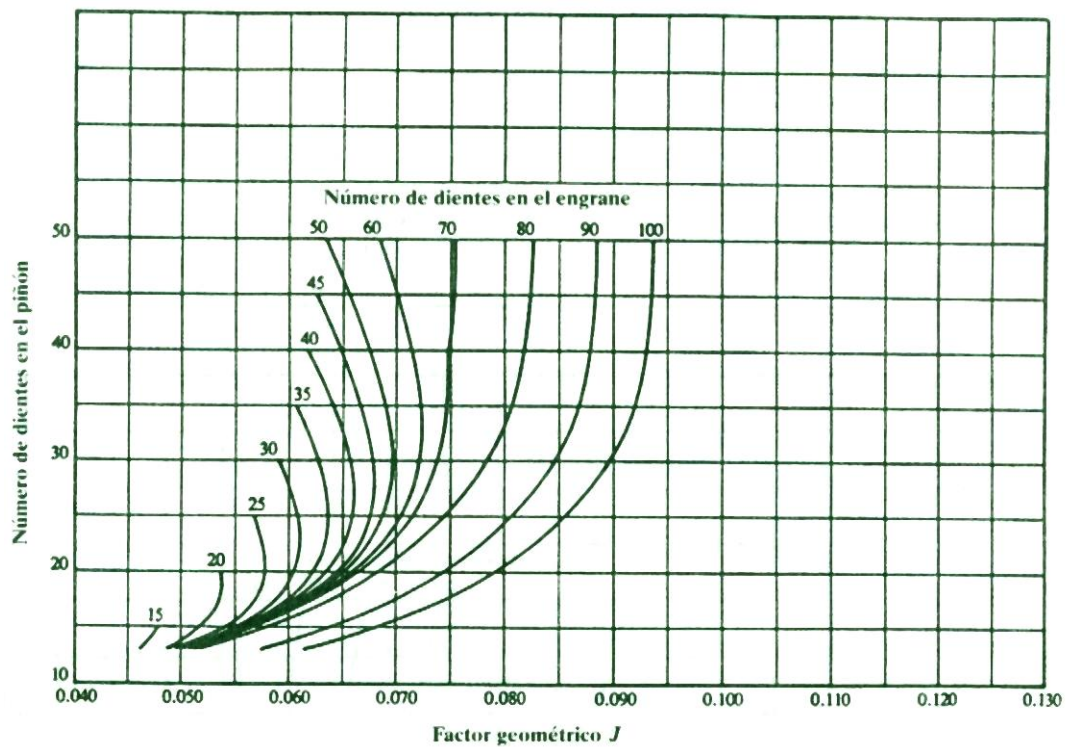


Fig. 5.16 Factor geométrico  $J$  para engranajes cónicos ZEROL de paso fino con un ángulo de presión de 20°.  
(Fuente: AGMA 1005-B88/90)

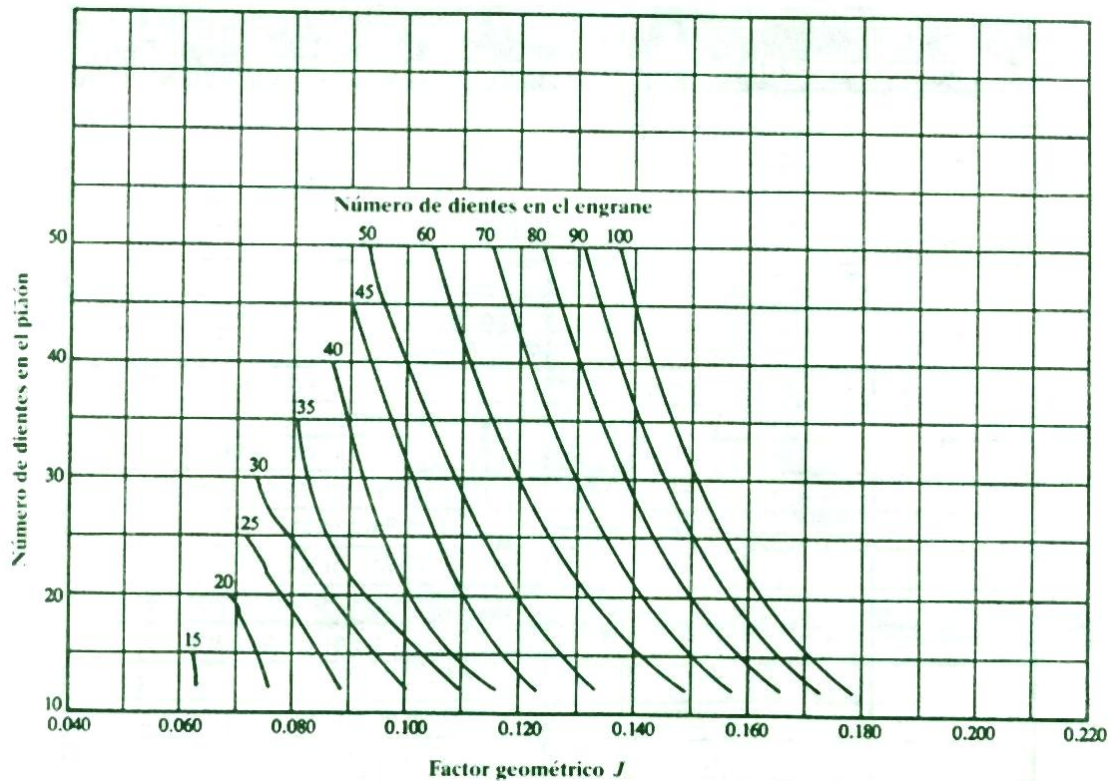


Fig. 5.17 Factor geométrico  $J$  para engranajes cónicos espirales con un ángulo de presión de  $20^\circ$  y un ángulo espiral de  $35^\circ$ .

(Fuente: AGMA 1005-B88/90)

## PROBLEMAS

1. Un par de engranes cónicos rectos de calidad clase 8, con un ángulo de presión de  $20^\circ$  y  $P_d = 3$  en el radio exterior, están diseñados para operar con una velocidad en el piñón de 750 rpm y un ángulo en el eje de  $90^\circ$ . El piñón tiene 24 dientes y el engrane tiene 60. El piñón y el engrane están hechos de acero grado 1 completamente endurecido con dureza Brinell de 200. Si los engranes son de alta calidad comercial, ninguno está montado a horcajadas y el factor de seguridad es de 2.0, recomiende un valor máximo para el ancho de cara y un caballaje máximo para el conjunto.
2. Un par de engranes cónicos rectos de clase 8, de calidad con un ángulo de presión de  $20^\circ$ , se diseñan para operar con una velocidad en el piñón de 1,140 mm y un ángulo en el eje de  $90^\circ$ . El piñón tiene 24 dientes y el engrane 48. El piñón está hecho de bronce ASTM B148 con dureza Brinell de 190 y el engrane está hecho de acero grado 1 totalmente endurecido con dureza Brinell de 300. Si los engranes son de alta calidad comercial, ambos están montados a horcajadas y el factor de seguridad es 2.5, recomiende un caballaje máximo para la operación del conjunto.

Modulo5-2				
Ecuación de diseño por picadura de dientes de engranes conicos				
$C_p C_b \sqrt{\frac{2T_D C_a}{C_v} \frac{1}{F d^2} \frac{C_s C_m C_{xc} C_f}{I} \left(\frac{T_p}{T_D}\right)^z} \leq \frac{s_{ac} C_L C_H}{S_H C_T C_R}$				
información que es común a ambos engranes en el conjunto				
$\phi =$	20	Grados	Angulo de presión	
$\psi =$	0	Grados	Angulo espiral	
$P_d =$	8	dientes/pg	Paso diametral	
Tipo de engrane	Cónico recto		Tipo de diente	
$\Sigma =$	90	Grados	Angulo de eje	
$P =$	2	hp	Potencia tomada por el conjunto	
$S_H =$	2,00		Factor de seguridad	
$C_b =$	0,634		Factor de ajuste del esfuerzo	
$C_a =$	1,0		Factor dinámico externo	
$Q_v =$	6		Clase de calidad del conjunto de engrane	
$C_s =$	1,0		Factor de tamaño	
$C_{xc} =$	1,0		Factor de coronamiento	
$C_f =$	1,0		Factor de condición superficial	
$C_L =$	1,0		Factor de vida por flexión	
$C_T =$	1,0		Factor de temperatura	
$C_R =$	1,0		Factor de confiabilidad	
Información que puede ser diferente para cada engrane en el conjunto				
	Piñon	Engrane		
Velocidad=	1.200		RPM	Velocidad del eje del piñon
$N_i =$	20	40	dientes	Número de dientes
Material =	Bronze	Steel HB200		Tipo de material
Grado=	UNSC9540	Grade 1		Grado del material
Dureza=	190	200	BHN	Numero de dureza Brinell
$\mu =$	0,349	0,30		Factor geometrico
$E =$	16.100.000	30.000.000	psi	Modulo elástico
valores encontrados con la información anterior e insertados por el diseñador				
$s_{ac} =$	65.000	93.500	psi	Esfuerzo permisible
$I =$	0,078			Factor geometrico
$C_{md} =$	1,5			Factor de distribución de carga
Valores automáticamente calculados usando la información anterior:				
$d =$	2,500	5,000	in	Diametros de los circulos prmitivos
$\alpha =$	26,57	63,43	degrees	Angulo del cono primitivo
$L =$	2,795		in	Longitud del cono primitivo
$F =$	0,932		in	Ancho (max) de la cara del diente
$T_p =$	105,0		in lbf	Par de torsión tomado por el piñon
$v_t =$	785		ft/min	Velocidad de la linea de paso
$C_p =$	1.937		(lb/in <sup>2</sup> ) <sup>0.5</sup>	Coefficiente elástico
$C_H =$	1,0	1,000		Factor de razón de dureza
$C_v' =$	0,728			Factor dinámico
$C_m =$	2,3			Factor de distribución de carga
$T_D =$	185,1		in lbf	Par de torsiónde diseño del piñon
$z =$	0,7			Exponente usado
$s_t =$	51.434		psi	Lado izquierdo de la ecuación
RHS	32.500	46.750	psi	Lado derecho de la ecuación
Condición	FALLA	FALLA		

## CAPITULO 6

### TORNILLO SIN FÍN-CORONA



#### 6.1 GENERALIDADES

El engranaje del tornillo sinfín-corona, encuentra aplicación en la transmisión de movimientos de rotación, entre ejes cruzados, generalmente a 90°. (Fig. 6.1).

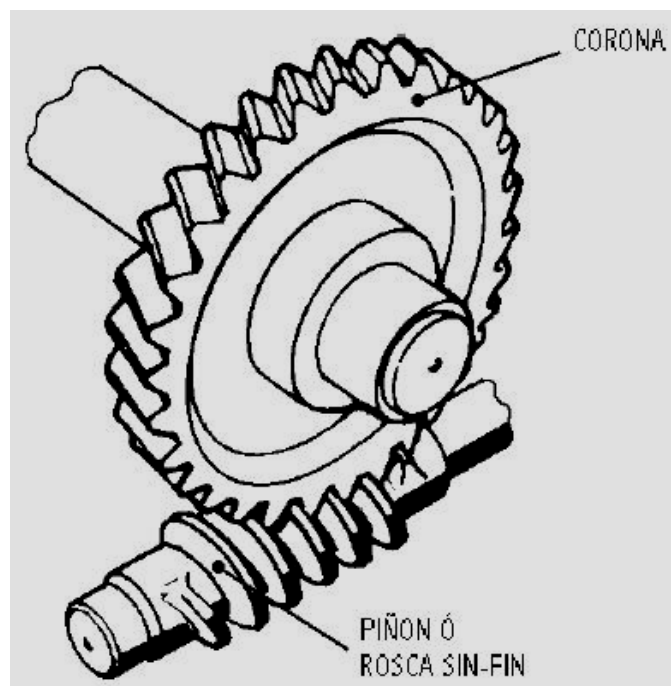


Fig.6.1  
Engranaje tornillo sinfín-tornillo



### **Características del engranaje tornillo sin fin-corona**

- En el engranaje tornillo sin fin-corona, el contacto entre dientes es lineal, lo cual permite la posibilidad de transmitir altas potencias, al contrario que en los engranajes helicoidales cruzados en los cuales el contacto entre dientes es puntual.
- Por el tipo de contacto entre dientes, son los engranajes menos ruidosos.
- Este sistema permite, en un pequeño espacio, obtener relaciones de velocidad comparativamente altas (reducciones hasta de (100:1) y multiplicaciones de (1:15)), a costa de un rendimiento bajo.
- Esta posibilidad les hace aptos para su empleo en cajas reductoras de velocidad.
- En Condiciones extremas de carga, por el tipo de contacto existente entre dientes se genera mucho calor, por tanto, es un punto muy importante a tener en cuenta en el diseño del sistema.
- El tallado de la corona se realiza, normalmente, por generación mediante una fresa llamada fresa madre, reproducción aproximada del tornillo sinfín con el que dicha corona engranará. En cuanto al tallado del sinfín, generalmente se talla por fresado empleando fresa de módulo, si bien en el caso de sin-fines de pequeñas proporciones (inferiores al módulo 1) también se pueden roscar por torneado a punta de cuchilla.

### **6.2 ELEMENTOS FUNDAMENTALES**

Considerando la sección representada en la Fig. 6.2, el engranaje tornillo sin fin-corona se puede comparar con el engranaje de una rueda con una cremallera helicoidal.

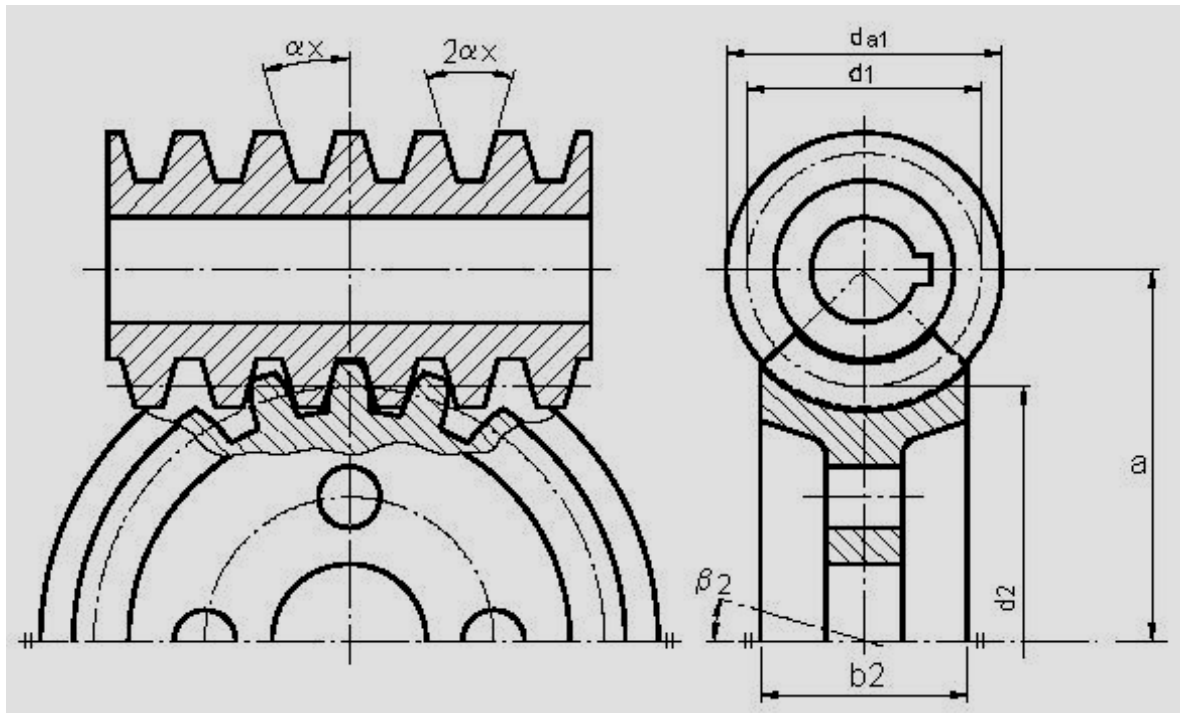


Fig.6.2  
Engranaje tornillo sinfín-corona

Por cada vuelta de tornillo, el perfil de la cremallera se desplaza el paso de la hélice ( $P_z$ ) y la corona que tiene ( $Z_2$ ) dientes en total, gira ( $Z_1$ ) dientes (siendo  $Z_1$ , el número de dientes del tornillo).

Entonces tendremos, que la relación de transmisión será:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (6,1)$$

El giro sin deslizamiento se logra, sobre el círculo primitivo de la corona, en el que el paso aparente ( $P_t$ ) es igual al paso axial ( $P_x$ ) de la cremallera. (Fig. 6.2)

Ósea:

$$P_{t2} = P_{x1}$$

$$m_t 2 \times \pi = m_x 1 \times \pi$$

Llamando  $m_t$ , al módulo aparente y  $m_x$  al módulo axial, tenemos que:

$$m_t (\text{corona}) = m_x (\text{tornillo})$$

Diámetro primitivo de la corona:

$$d_2 = Z_2 \times m_t = Z_2 \times m_x \quad (6,2)$$

### 6.3 ESTUDIO DEL TORNILLO SIN FÍN

El tornillo sin fin, es el único elemento dentado que no tiene un diámetro primitivo concreto, facilitando esto, la adaptación a las dimensiones correspondientes a las distancias entre centros del sistema a construir.

En el tornillo sin fin se denomina cilindro de referencia (cilindro correspondiente al diámetro primitivo), al cilindro sobre el cual se definen las cotas geométricas del filete. (Fig. 6.3)

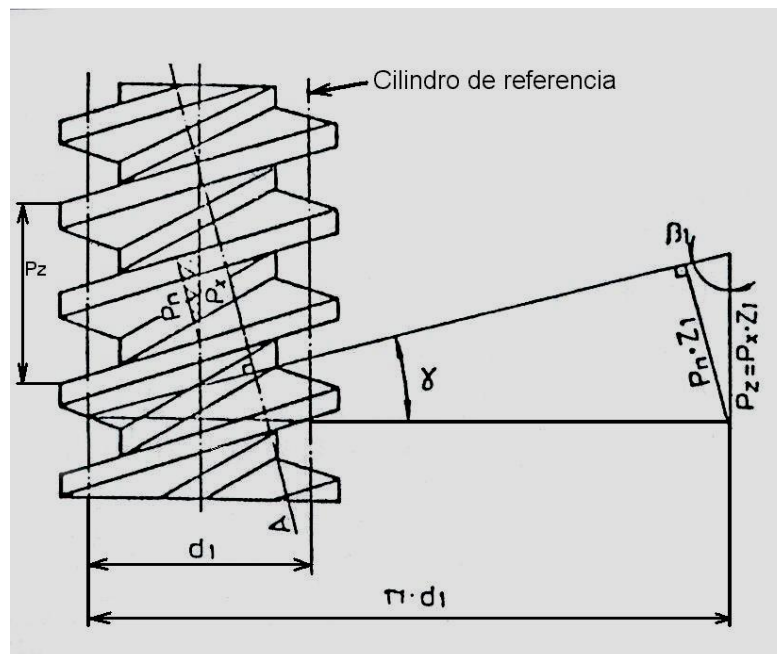


Fig.6.3  
Tornillo sin fin

El tornillo puede tener mas de una entrada.

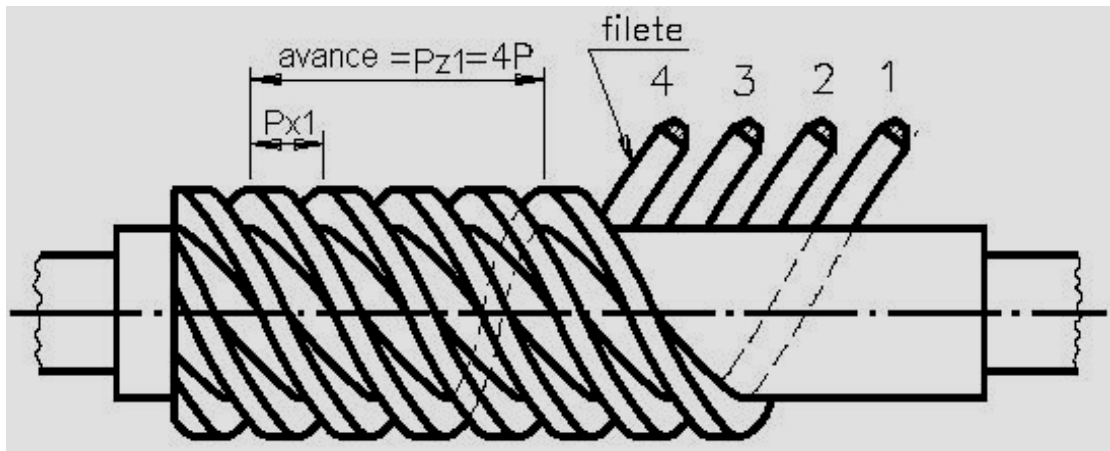


Fig.6.4  
Tornillo sin fin con cuatro entradas

Donde:

$d_1$  = Diámetro de referencia

$Z_1$  = Número de filetes del tornillo sin fin

$\beta_1$  = Angulo de la hélice de referencia respecto de la dirección del eje

$\gamma$  = Angulo de avance, es el ángulo de la hélice de referencia respecto a una dirección perpendicular al eje

$P_{z1}$  = Paso de la hélice de referencia

$$P_{z1} = \frac{\pi \times d_1}{\tan \beta_1} \quad (6,3)$$

$P_{x1}$  = Paso axial, es la distancia medida entre dos flancos consecutivos, en una dirección paralela al eje del tornillo

$$P_{x1} = \frac{P_{z1}}{Z_1} = m_x \times \pi \quad (6,4)$$

$P_{n1}$  = Paso normal, es la distancia que separa dos hélices de referencia consecutivas, medida normalmente a éstas

$$P_{n1} = m_{n1} \times \pi \quad (6,5)$$

$Q$  = Número de dientes ficticios, es la relación existente entre el diámetro de referencias  $d_1$  y el módulo axial

$$Q = \frac{d_1}{m_x} \quad (6,6)$$

### 6.3.1 FORMA DEL DIENTE DEL TORNILLO SIN FÍN

Existen varias formas de flancos, pero este estudio está dedicado exclusivamente al tornillo sin fin de filete trapezoidal. (Fig. 6.5)

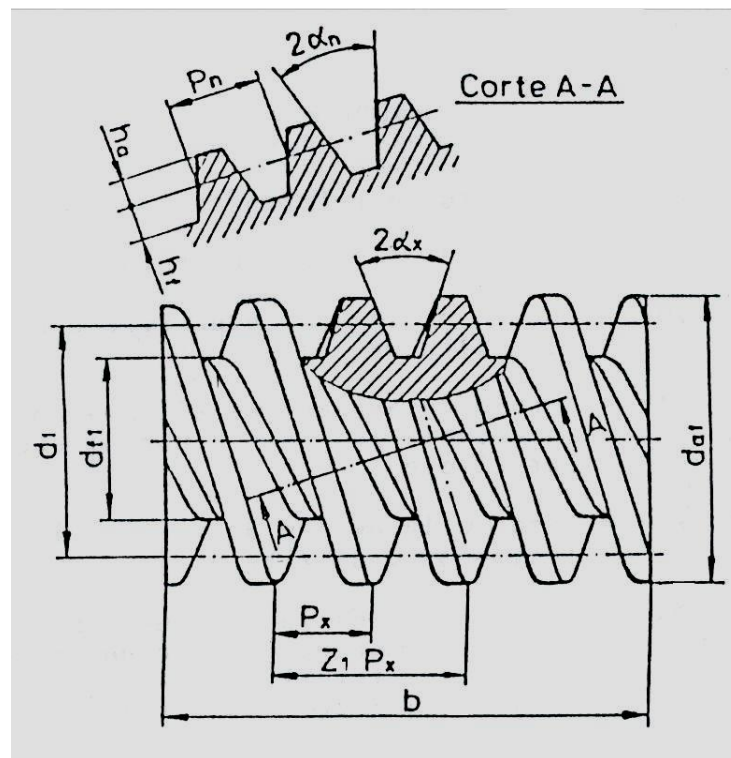


Fig.6.4  
Tornillo sin fin con perfil trapezoidal

La sección axial, como queda representada en la figura es una cremallera de perfiles rectilíneos y simétricos, definidos por el ángulo de presión axial  $\alpha_x$ . El método de fabricación más directo (pero no el más rápido y extendido) consiste en emplear un útil de torneado, con perfil trapecial situado en un plano que pasa por el eje.

### 6.3.2 RELACIONES FUNDAMENTALES

Paso de la hélice de referencia	$P_{Z1} = P_{X1} \times Z_1$
Numero de filetes del tornillo	$Z_1$
Paso axial	$P_{X1} = m_x \times \pi$
Angulo de la hélice de referencia	$\beta_1$
Modulo normal	$m_{n1} = m_x \times \sin \beta_1$
Paso normal	$P_{n1} = P_{X1} \times \sin \beta_1$
Diámetro de referencia	$d_1 = \frac{P_{Z1} \times \tan \beta_1}{\pi}$
Numero de dientes ficticio del tornillo	$Q = \frac{d_1}{m_x}$
Diámetro exterior	$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot h_{a1}$
Diámetro del fondo	$d_{f1} = d_1 - 2 \cdot h_{f1}$
Angulo de presión axial	$\alpha_x = 20^\circ$
Angulo de presión normal	$\tan \alpha_n = \tan \alpha_x \times \sin \beta_1$

Longitud del tornillo	$b_1 = 6 \cdot P_x$ $b_1 = \sqrt{8 \cdot d_2 \cdot h_{a1}}$ $b_1 = P_x \cdot \left( 4.5 + \left( \frac{Z_2}{50} \right) \right)$
Altura de la cabeza del diente	$\beta_1 \geq 75^\circ \rightarrow h_{a1} = m_x$ $\beta_1 < 75^\circ \rightarrow h_{a1} = m_{n1}$
Altura del pie del diente	$\beta_1 \geq 75^\circ \rightarrow h_{f1} = 1.2 \cdot m_x$ $\beta_1 < 75^\circ \rightarrow h_{f1} = 1.2 \cdot m_{n1}$
Altura del pie del diente	$\beta_1 \geq 75^\circ \rightarrow h_{f1} = 1.2 \cdot m_x$ $\beta_1 < 75^\circ \rightarrow h_{f1} = 1.2 \cdot m_{n1}$

**Modulo axial**

Modulo axial (mx), según norma DIN 780 en mm.													
1	1.25	1.6	2	2.5	3.15	4	5	6.3	8	10	12.5	16	20

**6.4 ESTUDIO DE LA CORONA**

Los dientes de una corona dentada están inclinados según un ángulo de hélice  $\beta_2$ . Cuando el ángulo entre ejes es  $E = 90^\circ$ , el ángulo  $\beta_2 = \gamma$  (Ángulo de avance del tornillo)

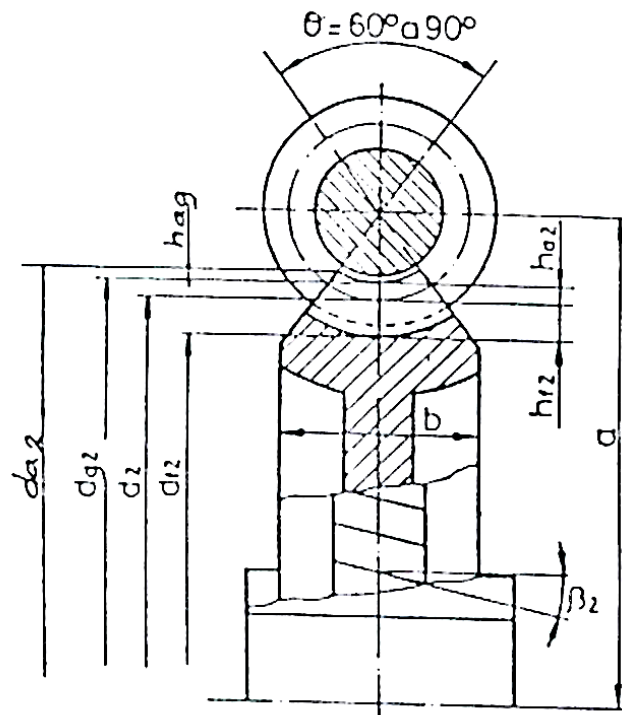


Fig. 6.6

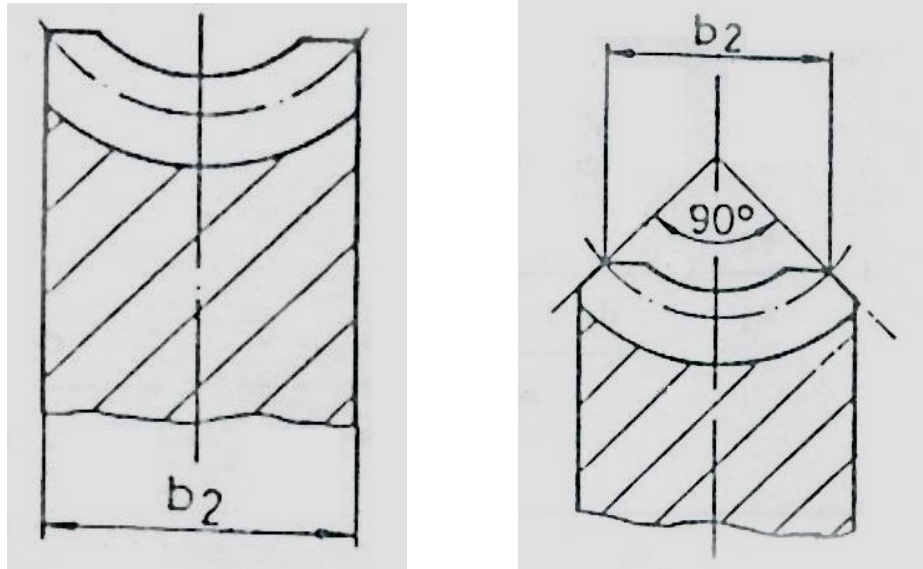
**Formas constructivas de la corona**

Fig. 6.7

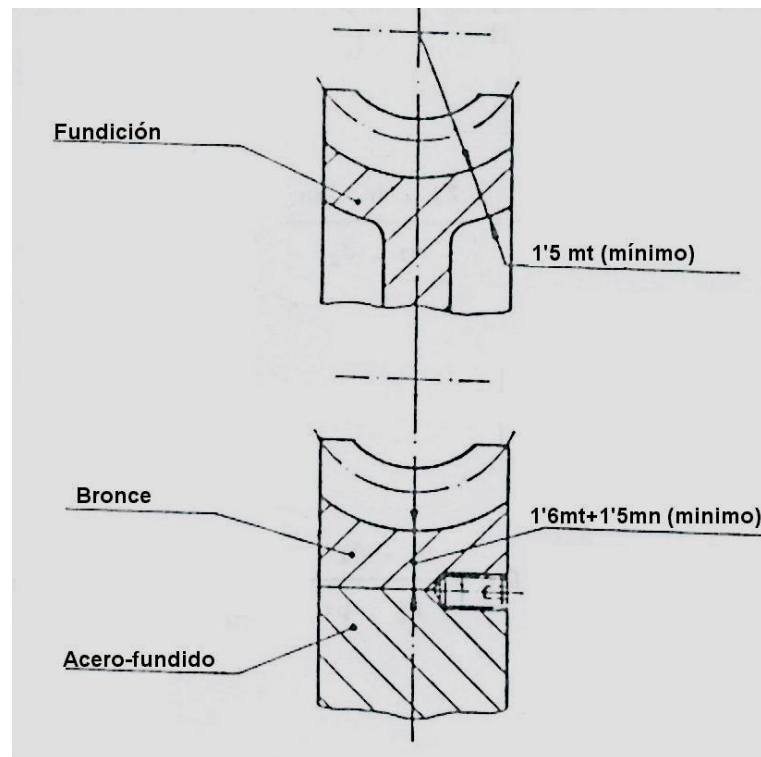
**Valores a tener en cuenta para la construcción de la corona**

Fig. 6.8

### 6.4.1 RELACIONES FUNDAMENTALES

Angulo de inclinación de la hélice primitiva	$\beta_2 = \gamma$
Número de dientes de la corona	$Z_2$
Módulo aparente	$m_t = m_x$
Módulo normal	$m_{n2} = m_t \cdot \cos \beta_2$
Diámetro primitivo	$d_2 = z_2 \cdot m_t$

### 6.5 RELACION DE TRANSMISIÓN

Como:

$$i = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{\frac{d_2 \times \cos \beta_2}{mn}}{\frac{d_1 \times \cos \beta_1}{mn}} = \frac{d_2 \times \cos \beta_2}{d_1 \times \cos \beta_1} = \frac{d_2 \times \cos \gamma}{d_1 \times \cos 90^\circ - \gamma}$$

entonces:

$$i = \frac{d_2 \times \cos \gamma}{d_1 \times \sin \gamma} = \frac{d_2}{d_1 \times \tan \gamma} = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (6,7)$$

donde:

$$Z_2 = \frac{d_2 \times \cos \beta_2}{mn} \quad ; \quad Z_1 = \frac{d_1 \times \cos \beta_1}{mn} \quad \text{y} \quad \tan \beta_1 = \frac{Q_1}{Z_1}$$

### 6.6 REVERSIBILIDAD E IRREVERSIBILIDAD

El engranaje tornillo sinfín-corona, generalmente se utiliza como reductor, ósea el eje de entrada (eje rápido) será el tornillo y el eje de salida (eje lento) será el correspondiente a la corona, Fig. (6.9)

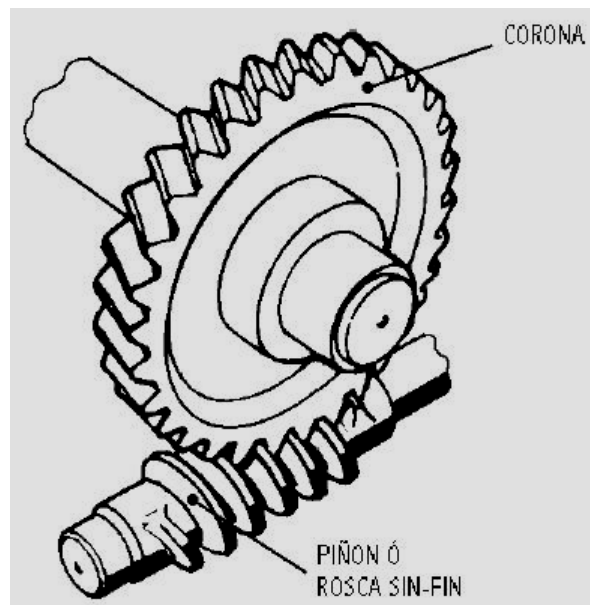


Fig.6.8



Si accionando con la fuerza necesaria el eje de salida, no se consigue mover el eje de entrada, se dice que el reductor es irreversible.

Si accionando con la fuerza necesaria el eje de salida, se consigue mover el eje de entrada, se dice que el reductor es reversible.

Existe la falsa idea, de qué cuando se transmite con grandes relaciones de reducción (1/70, 1/80, 1/100), la transmisión es totalmente irreversible y esto no es absolutamente cierto.

La irreversibilidad de un sistema de tornillo sinfín-corona depende únicamente del rendimiento del sistema y los factores que influyen sobre el rendimiento son:

- Angulo de avance ( $\gamma=\beta_2$ )
- Precisión del dentado
- Acabado superficial
- Lubricación

**Para asegurarse de la irreversibilidad del sistema deberá adoptarse un valor de  $\gamma=\beta_2=(1-3)^\circ$**

## 6.7 ORIENTACIONES PARA PROYECTO DE ENGRANAJES SIN FÍN-CORONA

Los juegos sinfín-corona, serán irreversibles cuando:

$$\text{El ángulo de la hélice } \beta_2 \leq 3^\circ$$

El número de dientes (entradas) del sinfín esta en función, de la relación de transmisión “i”

i	Mayor 40	22 - 40	15 - 22	10 - 15	8 - 10	6 - 8	5 - 6	4 - 5	3.5 - 4	3 - 3.5
$Z_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Cuando la relación es  $i > 50$ , utilizamos una doble reducción.

Si no exige una relación de transmisión exacta tendremos que evitar, que el número de dientes de la corona, sea múltiplo del numero de entradas del sinfín

Valor practico del diámetro primitivo del sinfín.

$$d_1 = \frac{\text{Diametro primitivo de corona}}{(5 \text{ a } 6)} \quad \text{ó} \quad \frac{\text{Entreeje}}{(2 \text{ a } 3.5)}$$

Pero siempre:

$$d_1 > \frac{\text{Diametro primitivo corona}}{i}$$

Valor práctico del numero de dientes ficticios:

$$Q_1 = \frac{d_1}{m \times i} \Rightarrow 5 < Q_1 < 10$$

Para los engranajes irreversibles, el valor de  $Q_1$ , será en general más fuerte, lo mismo que el diámetro primitivo.

Según el proceso de mecanizado, podemos escoger el valor del modulo normal ó el modulo axial exacto.

## 6.8 RELACIONES GEOMETRICAS DE ENGRANES DE TORNILLO SIN FÍN (AGMA)

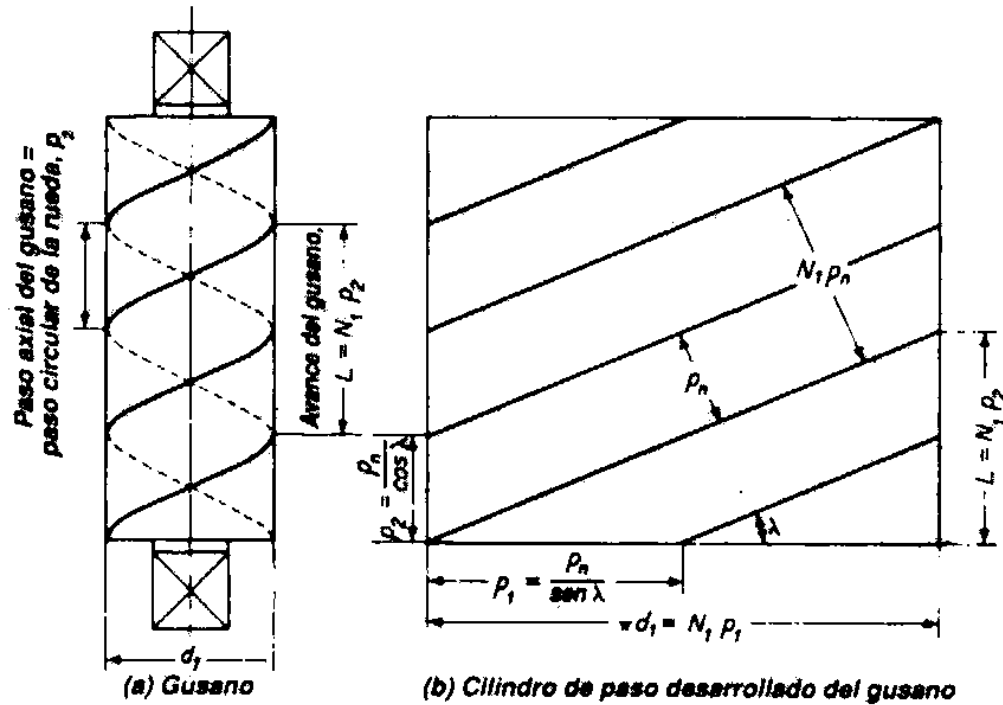


Fig. 6.10  
Geometría del gusano

La figura 6-10 muestra un gusano de ángulo helicoidal  $\lambda$ . Suponga que  $p_1$  y  $p_2$  son los pasos circulares en los planos de rotación para el gusano y el engrane, respectivamente. Sea  $p_n$  el paso circular normal a la dirección de los dientes.

Entonces:

$$P_n = P_1 \sen \lambda = P_2 \cos \lambda \quad (6,8)$$

La ecuación anterior debe dividirse entre  $\pi$  y  $\pi p_n$ , reemplazarse por  $P_{dn}$ , el paso diametral normal, para luego dar

$$P_{dn} = \frac{\pi}{p_1 \sen \lambda} = \frac{\pi}{p_2 \cos \lambda} \quad (6,9)$$

Imagine que  $N_1$  es el número de inicios o roscas para el gusano y que  $N_2$  es el número de dientes en el engrane. Sean  $d_1$  y  $d_2$  los diámetros de los círculos primitivos del gusano y engrane, respectivamente. Ahora  $\pi d_1 = N_1 p_1$ . El valor de  $p_1$  dado por la ecuación (6,9) puede sustituirse para obtener

$$d_1 = \frac{N_1 p_1}{\pi} = \frac{N_1 p_n}{\pi \sen \lambda} = \frac{N_1}{P_{dn} \sen \lambda} \quad (6,10)$$

De la misma manera,  $\pi d_2 = N_2 p_2$ . Sustituyendo  $p_2$  de la ecuación (6,10) se obtiene:

$$d_2 = \frac{N_2 p_2}{\pi} = \frac{N_2 p_n}{\pi \sen \lambda} = \frac{N_2}{P_{dn} \cos \lambda} \quad (6,11)$$

Las ecuaciones (6,10) y (6,11) pueden combinarse para dar:

$$\tan \lambda = \frac{N_1 d_2}{N_2 d_1} \quad (6,12)$$

Los valores dados para  $d_1$  y  $d_2$  pueden sustituirse en la ecuación para la distancia entre centros “c” y se obtiene:

$$c = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{1}{2P_{dn}} \left( \frac{N_1}{\sin \lambda} \right) + \left( \frac{N_2}{\cos \lambda} \right) \quad (6,13)$$

$$\frac{2P_{dn}C}{N_2} = \frac{\beta}{\sin \lambda} + \frac{1}{\cos \lambda} \quad (6,14)$$

$$\beta = \frac{N_1}{N_2} \quad (6,15)$$

La penúltima ecuación esta en al grafica en la figura 6-10 y es útil en la solución de problemas. Para ángulos helicoidales desarrollada en el módulo 6-1.

El mismo algoritmo usado para desarrollar este módulo puede usarse para desarrollar un módulo para la ecuación. (6,14)

Considere que  $L$  es el avance del gusano o la distancia que el círculo primitivo de la rueda avanza por cada revolución del gusano.

Entonces:

$$L = N_1 p_2 \quad (6,16)$$

Las velocidades de la línea de paso  $V_1$  y  $V_2$  para el gusano y la rueda son, para el gusano:

$$V_1 = \frac{\pi d_1 n_1}{12} = \frac{n_1 N_1 p_1}{12} \text{ fmp} \quad (6,17)$$

Y para la rueda:

$$V_2 = \frac{\pi d_2 n_2}{12} = \frac{n_2 N_2 p_2}{12} \text{ fmp} \quad (6,18)$$

**TABLA 6.3** NUMERO MINIMO DE DIENTES SUGERIDO PARA UN TORNILLO SIN FIN EN DISEÑOS ORDINARIOS

Para ángulos de presión normal de:	Número mínimo de dientes en el tornillo sin fin (diseño comunes)
14 ½ °	40
17 ½ °	27
20°	21
22 ½ °	17
25°	14
27 ½ °	12
30°	10

Fuente: Tomado del estándar AGMA 6022-C93

Donde  $n_1$  y  $n_2$  son las velocidades, en rpm, para el gusano y la rueda, respectivamente. La última forma de la ecuación se obtiene observando en la figura 6.10 que la velocidad de la línea de paso  $\pi d_2 n_2$  de la rueda es igual a la velocidad  $n_1 L$  o  $n_1 N_1 p_2$  a lo largo del eje del gusano.

De la figura 6.9 y la ecuación (6,17) y(6,18)

$$\tan \lambda = \frac{L}{\pi d_1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{V_2}{V_1} \quad (6,19)$$

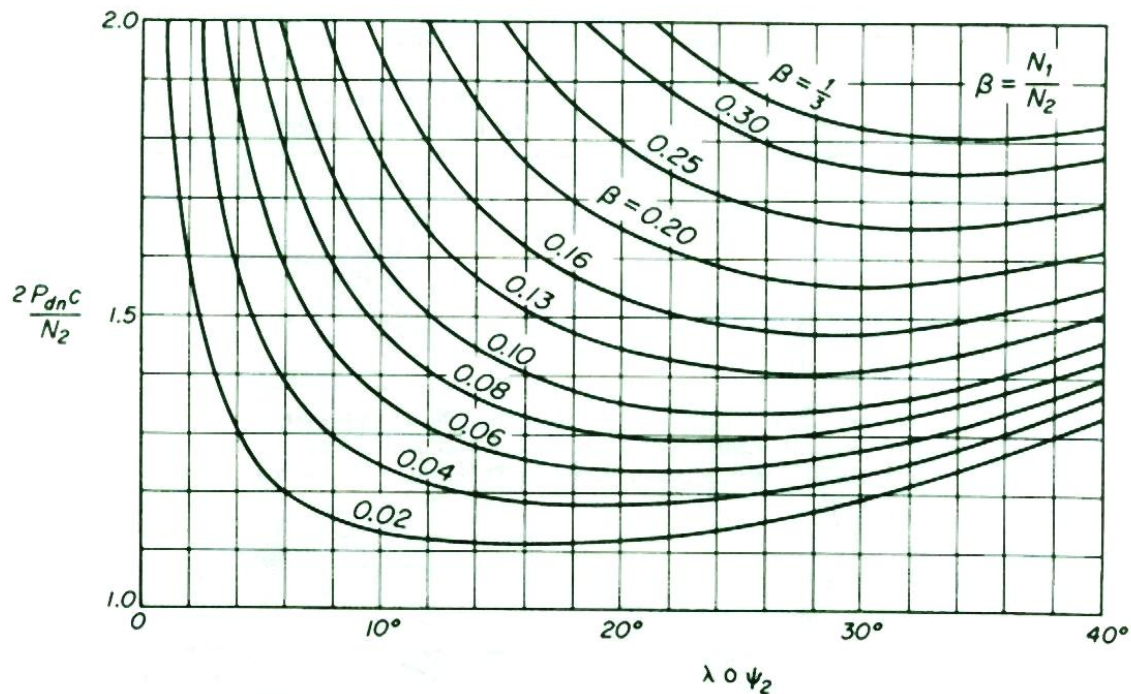


Fig. 6.11 Gráfica de diseño para engranes helicoidales y gusanos para ejes a 90°

### Ejemplo 1

Un tornillo sin fin impulsor tiene una distancia entre centros de 8 in y una  $P_{dn}$  igual a 4 el gusano es cuádruplo y la rueda tiene 48 dientes. Encuentre los diámetros de los círculos primitivos del gusano y rueda y el valor del ángulo helicoidal

### Solución

Este tipo de problema se debe resolverse usando la ecuación (6,14) o por un proseso de tanteo. Los valores aproximados del primer tanteo pueden obtenerse de la figura (6,10) usando.

Por la ecuación (6,14)

$$\frac{2P_{dn}C}{N_2} = \frac{2 \times 4 \times 8}{48} = 1.3333$$

Por la ecuación (6,15)

$$\beta = \frac{N_1}{N_2} = \frac{4}{48} = 0.0833$$

Los valores finales, después de los tanteos, son

$$\lambda=16^{\circ}45.7; d_1=3.4676 \text{ in}; d_2=12.5324 \text{ in}$$

En general, tales problemas tienen dos soluciones. La otra es

$$\lambda=31^{\circ}37.6; d_1=1.9070 \text{ in}; d_2=14.0930 \text{ in}$$

A continuación se muestra el módulo de una hoja de cálculo que resuelve este problema

Módulo6-1

Diseño de un par de tornillos sin fin para para encontrar el ángulo de avance

Este módulo resuelve la ecuación trascendental para determinar el ángulo de avance y los diámetros de los círculos primitivos

$$\frac{2P_{dn}C}{N_2} = \frac{\beta}{\sin \lambda} + \frac{1}{\cos \lambda}$$

Dada la siguiente información:

C =	8,0	in	Distancia de los centros entre ejes
P <sub>dn</sub> =	4	diente/plg	Paso diametral normal
N <sub>1</sub> =	4	dientes	Número de dientes en el piñón
N <sub>2</sub> =	48	dientes	Número de dientes en el engrane

Los resultados encontrados son:

β =	0,0833		Razón de dientes(N1/N2)
λ =	31,63	grados	Angulo de avance
d <sub>1</sub> =	1,9070	in	Diametro del círculo primitivo del gusano
d <sub>2</sub> =	14,0930	in	Diametro del círculo primitivo del engrane

Nota: no todas las combinaciones de entradas proporcionan respuestas útiles

--	--	--	--

## 6.9 FUERZAS EN CONJUNTOS DE ENGRANES DE TORNILLO SIN FIN

La condición de carga para un tornillo sin fin es tridimensional. Afortunadamente, los ejes de los dos engranes en el conjunto se cruzan siempre a  $90^{\circ}$ .

Esto significa que la carga axial sobre el gusano será igual a la carga tangencial sobre el tornillo sin fin.

Si  $T_g$  es el par de torsión tomado por el tornillo y  $d_g$  es el diámetro del círculo primitivo del tornillo, entonces:

$$W_{tg} = \frac{2T_g}{d_g} = W_{aw}$$

De la misma manera, si  $T_w$  es el par de torsión tomado por el gusano y  $d_w$  es el diámetro del círculo primitivo del gusano, entonces:

$$W_{ag} = \frac{2T_w}{d_w} = W_{tw}$$

La fuerza radial que separa los dos engranes estará relacionada con la fuerza tangencial sobre el engrane por la expresión:

$$W_r = \frac{W_{tg} \tan \varphi}{\cos \lambda}$$

donde  $\varphi$  es el ángulo de presión y  $\lambda$  es el ángulo de avance.

## 6.10 DISEÑO DE CONJUNTOS DE ENGRANES DE TORNILLO SIN FIN

La clasificación de los tornillos sin fin se basa en la resistencia a la picadura y al desgaste, no en la flexión o en consideraciones del esfuerzo de contacto de Hertz.

A diferencia de los engranes cilíndricos, helicoidales y cónicos, el diseño de los conjuntos de tornillo sin fin se basa en su capacidad de potencia y no en el esfuerzo.

El estándar 6034-B92 de la AGMA da la base para este proceso de diseño.

Al principio, se dan unas cuantas directrices para el diseño de los conjuntos de tornillos sin fin. La primera de esas es una limitación al tamaño del gusano.

La AGMA recomienda que el diámetro del círculo primitivo del gusano se encuentre dentro de límites específicos basados en la separación centro a centro  $C$  de los dos engranes. La relación es la siguiente:

$$\frac{C^{0.875}}{3} \leq d_w \leq \frac{C^{0.875}}{1.6}$$

Muchos diseñadores de engranes intentan encontrar un valor razonable dentro de este rango y usan a menudo:

$$d_w = \frac{C^{0.875}}{2.2}$$

El diámetro del círculo primitivo del tornillo sin fin y el diámetro del círculo primitivo del gusano están relacionados con el espaciamiento centro a centro por la fórmula:

$$d_g + d_w = 2C$$

Entonces, una vez que el diámetro del gusano se ha especificado y que la separación centro a centro de los dos engranes ha sido dada, el diámetro del círculo primitivo del tornillo sin fin queda fijo.

Otra directriz para el diseño de conjuntos de tornillos sin fin es una limitación al ancho de la cara del tornillo respecto al tamaño del diámetro del círculo primitivo del gusano.

Esta directriz es:

$$F_{\max} < 0.67d_w$$

La capacidad de potencia de entrada de un conjunto de tornillos sin fin está dada por la AGMA como:

$$P_i = \frac{nW_t d_g}{126000 m_g} + \frac{vW_f}{33000}$$

donde:

$P_i$  = potencia de entrada (caballos de potencia);

$n$  = velocidad angular del gusano;

$W_t$  = carga tangencial sobre el diente del tornillo (lbf);

$D_g$  = diámetro medio del engrane (in);

$v$  = velocidad de deslizamiento (ft/min);

$W_f$  = fuerza de fricción (lbf).

En esta expresión, el primer término a la derecha del signo igual es la salida de potencia  $P_o$  del conjunto de engranes, y el segundo término es la potencia perdida por fricción.

La eficiencia del conjunto del tornillo sin fin está determinada por:

$$\eta = \frac{P_o}{P_i}$$

La carga tangencial  $W_t$  sobre el diente del tornillo está determinada por:

$$W_t = C_s d_g^{0.8} F_e C_m C_v$$

donde:

$C_s$  = factor de los materiales;

$d_g$  = diámetro medio del engrane (in);

$F_e$  = ancho de la cara efectiva del engrane (in);

$C_m$  = factor de corrección de razón;

$C_v$  = factor de velocidad.

La fuerza de fricción  $W_f$  está determinada por:

$$W_f = \frac{\mu W_t}{\cos \lambda \cos \phi_n}$$

donde:

$\mu$  = coeficiente de fricción;

$W_t$  = carga tangencial (lbf);

$\lambda$  = ángulo de avance en el diámetro medio del gusano (grados);

$\phi_n$  = ángulo depresión normal de la rosca del gusano en el diámetro medio (grados).

La velocidad de deslizamiento " $v$ " en el diámetro medio del gusano está determinada por:

$$v = \frac{\pi n d_w}{12 \cos \lambda}$$



Los valores de los factores empíricos  $C_m$ ,  $C_v$ ,  $\mu$  y  $C_s$ , se toman de las tablas y figuras en el estándar de la AGMA o pueden calcularse usando fórmulas proporcionadas por la AGMA como sigue:

<b><math>C_m</math>, Factor de corrección de razón:</b>	
Para $3 \leq m_G \leq 20$	$C_m = 0.0200 \left( m_G^2 + 40m_G - 76 \right)^{0.5} + 0.46$
Para $20 < m_G \leq 76$	$C_m = 0.0107 \left( m_G^2 + 56m_G + 5145 \right)^{0.5}$
Para $76 < m_G$	$C_m = 1.1483 - 0.00658m_G$

<b><math>C_v</math>, Factor de velocidad</b>	
Para $0 \leq v \leq 700$ ft/min	$C_v = 0.659e^{-0.001v}$
Para $700 < v \leq 3000$ ft/min	$C_v = 13.31v^{-0.571}$
Para $300 < v$	$C_v = 65.52v^{-0.774}$

<b><math>\mu</math>, Coeficiente de fricción</b>	
Para $v = 0$ ft/min	$\mu = 0.150$
Para $0 < v \leq 10$ ft/min	$\mu = 0.124e^{-0.0784v^{0.645}}$
Para $10$ ft/min $< v$	$\mu = 0.103e^{-0.110v^{0.450}} + 0.012$

$C_s$  el factor de material. Esta definido por la AGMA para engranajes de bronce que tengan una dureza superficial de 58 Rc ó mayor. Esta sugerencia depende del método de manufactura del toco y es como sigue:

Si la distancia centro a centro del conjunto de tornillo Sin Fin es  $C > 3$

<b>Engranés de gusano fundido en arena</b>	
Si $d_g \leq 2.5$ in	$C_s = 1000$
Si $d_g > 2.5$ in	$C_s = 1189.6365 - 476.5454 \log_{10} d_g$

<b>Fundido o forjado estáticamente en coquilla</b>	
Si $d_g \leq 8$ in	$C_s = 1000$
Si $d_g > 8$ in	$C_s = 1411.6518 - 455.8259 \log_{10} d_g$
<b>Fundidos centrífugamente</b>	
Si $d_g \leq 25$ in	$C_s = 1000$
Si $d_g > 25$ in	$C_s = 1251.2913 - 179.7503 \log_{10} d_g$

Si la distancia centro a centro del conjunto de tornillo Sin Fin es  $C \leq 3$

$C_s$  es la ecuación apropiada dada arriba o bien,

$$C_s = 720 + 10.37C^3$$

Rigiendo la que sea menor.

## Ejemplo 2

Suponga que se desea diseñar un par de tornillos sin fin reductores de velocidad que tengan un razón reductora de 1:50 y una distancia operativa entre centros de 10 in. El gusano tendrá un solo diente, un ángulo de presión de  $20^\circ$  y estar hecho de acero endurecido. El tornillo sin fin se hará de bronce usando un proceso de fundición en coquilla estático. Encuentre la capacidad de potencia de este tornillo sin fin y determine su entrada requerida de potencia, así como su eficiencia.

## Solución.

Las ecuaciones desarrolladas en este capítulo han sido ensambladas en un módulo para efectuar la tarea de diseño. Aunque este problema podría resolverse sin la ayuda de este módulo, éste tiene la ventaja de permitir al usuario llevar un control sobre el orden en que deben calcularse los parámetros. También tiene la ventaja de permitir al usuario experimentar con cambios en el diseño para ver muy rápidamente el impacto que tienen esos cambios. El módulo 6-2 se muestra abajo.

La capacidad de potencia de entrada máxima del conjunto de engranes es de 15.842 y el caballaje útil de salida es de 13.322. Si el diseñador esperaba que el conjunto de engranes manejase más potencia que este nivel máximo permisible, las especificaciones de diseño tendrían que ser modificadas. Por ejemplo, si la distancia centro a centro se incrementase, el resultado sería un engrane mayor y un piñón también mayor. Entonces, para una nueva distancia centro a centro de 12 in, la capacidad de potencia de entrada del conjunto de engranes resulta de 22.412. Debe observarse que el diseño mostrado usando  $C = 10$  in tiene una pérdida de potencia de 2.520 debido a la fricción al operar a su máxima capacidad. Esta potencia se convertirá en calor que debe ser removido de los engranes cuando éstos están en operación. Aunque está más allá del alcance de este análisis considerar los requisitos de la transferencia de calor para disipar 2.520 caballos de potencia, el diseñador deberla estar consciente de esta parte que presentan los requisitos de diseño.

## Módulo 6-2

### Diseño de un conjunto de tornillos sin fin con un gusano de acero y un engrane de bronce

Inserte la informacion requerida

$C =$	10	in	Distancia centro a centro
$N_1 =$	1		Número de dientes en el gusano
$N_2 =$	50		Número de dientes en el engrane
$\phi_n =$	20	grados	Angulo de presión normal en el gusano
$n =$	1725	RPM	velocidad del piñon
<i>Método de fundición</i>	2	entero	1=arena, 2=coquilla, 3=centrífugo

Los valores calculados de salida son los siguientes

$m_G =$	50		Razón de velocidad
$d_p =$	3,409	in	Diámetro del gusano
$d_g =$	16,591	in	Diámetro del engrane
$F_e =$	2,284	in	Ancho de la cara del engrane
$\lambda =$	5,560	grados	Angulo de avance
$v_t =$	1546,619	ft/min	Velocidad tangencial
$C_m =$	0,790		Factor de corrección de razón
$C_v =$	0,201		Factor de velocidad
$C_s =$	855,598		Factor material
$\mu =$	0,017		Coeficiente de fricción
$W_t =$	2932,587	lbf	Carga tangencial
$W_f =$	53,762	lbf	Fuerza de fricción
$P_o =$	13,322	caballo de potencia	Potencia de salida
$P_l =$	2,520	caballo de potencia	Perdida de potencia por fricción
$P_i =$	15,842	caballo de potencia	Potencia de entrada
$\eta =$	84,1%		Eficiencia de potencia

## PROBLEMAS

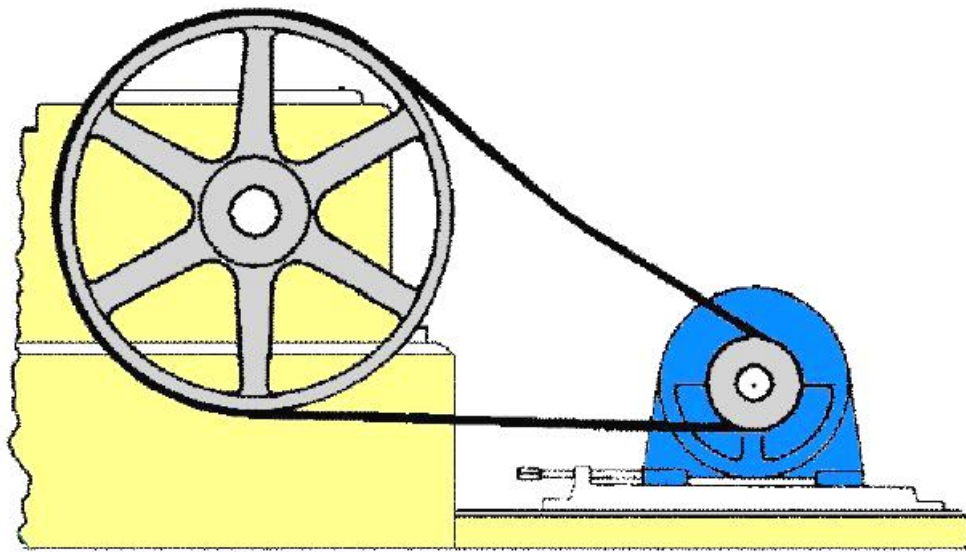
1. Un gusano de triple rosca tiene un ángulo de avance de  $17^\circ$  y un diámetro del círculo primitivo de 2.2802 in. Encuentre la distancia entre centros cuando el gusano está acoplado con una rueda de 48 dientes.  
Resp.  $c = 6.7171$  in.
2. Un gusano de doble rosca tiene un diámetro de círculo primitivo de 3 in. La rueda tiene 20 dientes y un diámetro de círculo primitivo de 5 in. Encuentre el valor del ángulo helicoidal.  
Resp.  $A = 9027.79$ .
3. Un conjunto de tornillo sin fin da una reducción de 18:1 y tiene un ángulo helicoidal de  $12^\circ$ . La distancia entre centros es de 4.6424 in y el paso diametral normal  $P_{dn}$  es de 5. Encuentre valores apropiados para  $N_1$  y  $N_2$ .
4. Un conjunto de tornillos sin fin tiene un ángulo helicoidal de  $19^\circ$  grados y una distancia entre centros de 236.18 mm;  $m_{on} = 6.5$ . Encuentre valores apropiados para  $N_1$  y  $N_2$ . La razón de velocidades es de 20:1.
5. Un gusano de doble rosca se acopla con una rueda de 25 dientes. La distancia entre centros es de 175 mm;  $m_{on} = 10$ . Encuentre los valores de  $d_1$  y  $d_2$ .
6. Un gusano de acero de doble rosca se acopla con una rueda de bronce de 50 dientes. La distancia entre centros es de 8 in,  $P_{dn} = 4$  y  $\phi_n = 20^\circ$ . El gusano gira a 1,750 rpm. Encuentre valores para  $d_1$  y  $d_2$ . Si el engrane es fundido en arena, encuentre el caballaje de entrada.
7. Un gusano de acero de rosca cuádruplo se acopla con una rueda de bronce con 40 dientes. El ángulo helicoidal es de  $23^\circ$ ,  $P_{dn} = 3$  y  $\phi_n = 20^\circ$ . El gusano gira a razón de 1,050 rpm. Si el engrane es fundido por centrifugación, encuentre la distancia entre centros, el caballaje mecánico de entrada y el caballaje perdido por fricción.
8. Un gusano de acero de rosca triple se acopla con una rueda de bronce de 60 dientes.  $P_{dn} = 4$ ,  $\phi_n = 20^\circ$  y el diámetro del círculo primitivo del gusano es de 3.1838 in. El engrane es fundido en arena y el gusano gira a razón de 1,150 rpm. Encuentre el caballaje de entrada y la eficiencia del par de engranes si éstos se funden en coquilla.
9. Un gusano de acero de triple rosca se acopla con una rueda de bronce de 36 dientes.  $P_{dn} = 2$ ,  $c = 12$  in y  $\phi_n = 20^\circ$ . El piñón gira a razón de 860 rpm. Encuentre valores para  $d_1$  y  $d_2$  el caballaje de entrada y el caballaje perdido por fricción si el engrane es fundido en arena.
20. Un reductor de tornillo sin fin tiene una distancia entre centros de 16 in. El gusano gira a 720 rpm. El gusano de acero tiene 8 roscas y la rueda tiene 40 dientes.  $P_{dn} = 2$  y  $\phi_n = 25^\circ$ .

Encuentre  $d_1$  y  $d_2$  y la potencia de entrada considerando que el engrane de bronce ha sido fundido por centrifugación.

10. Un reductor de tornillo sin fin tiene una distancia entre centros de 10 in. El gusano de acero tiene 6 roscas y la rueda de bronce tiene 40 dientes.  $P_{dn}= 3$  y  $\phi_n = 25^\circ$ . El gusano gira a 1,160 rpm. Encuentre  $d_1$ ,  $d_2$  y la potencia máxima de entrada si el engrane de bronce fue fundido en arena.
11. Un gusano de acero de triple rosca se acopla con una rueda de bronce de 24 dientes sobre una distancia entre centros de 6 in.  $P_{dn}= 3$  y  $\phi_n = 20^\circ$ . El gusano gira a 415 rpm. Encuentre  $d_1$ ,  $d_2$  y la potencia máxima de entrada considerando que el engrane de bronce fue fundido en coquilla.
12. Un tornillo sin fin de rosca simple se acopla con una rueda de bronce que tiene 50 dientes.  $P_{dn}=4$ ,  $\phi_n=20^\circ$ ,  $C=8$ in y  $n_1= 1,725$  rpm. Encuentre  $d_1$ ,  $d_2$  y la potencia de entrada.

## CAPITULO 7

### TRANSMISION UTILIZANDO CORREAS



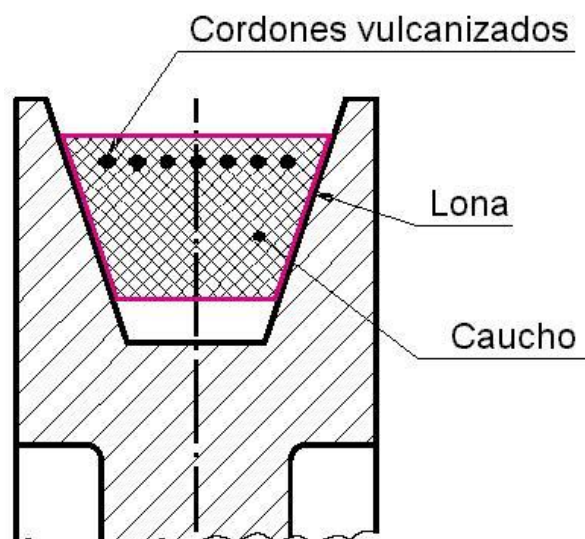
**Introducción.-** Para la transmisión de torque de una máquina motriz a una máquina conducida, existe al menos tres métodos muy utilizados: Transmisión con engranajes, correas flexibles de caucho reforzado y cadenas de rodillos.

Dependiendo de la potencia, posición de los ejes, relación de transmisión, sincronía, distancia entre ejes y costo; se seleccionará el método a utilizar.

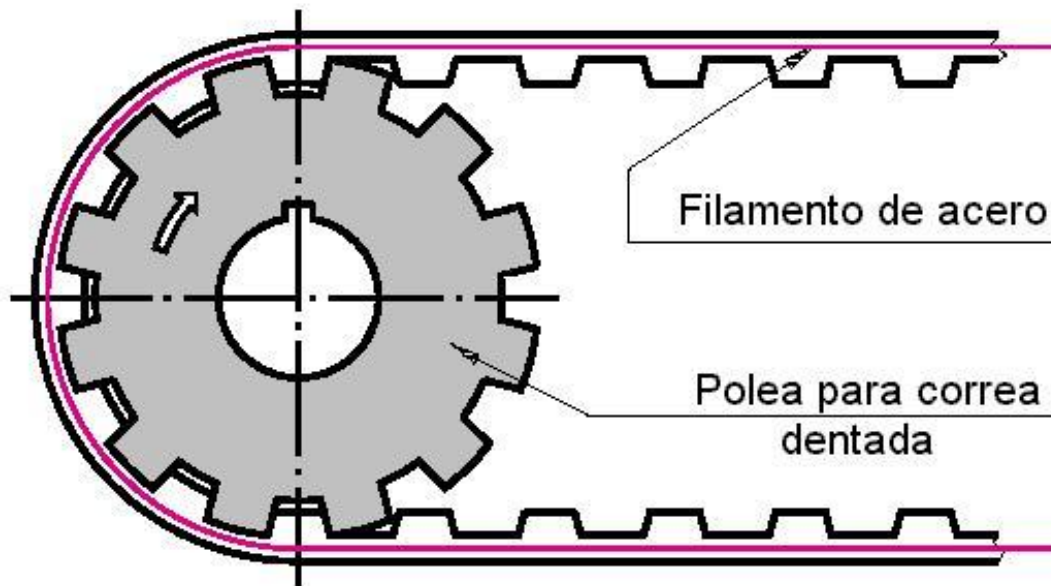
a veces, pequeños problemas en una empresa pueden ser resueltos con soluciones inmediatas. Principalmente cuando los recursos están próximos a nosotros, sin exigir grandes investigaciones

#### CORREAS

Las correas más usadas son las planas y las trapezoidales. Las correas en V o trapezoidal es completamente fabricada con sección transversal en forma de trapecio. Esta provista de caucho revestida de lona y esta formado en su interior por cordones vulcanizados para soportar las fuerzas de tracción.



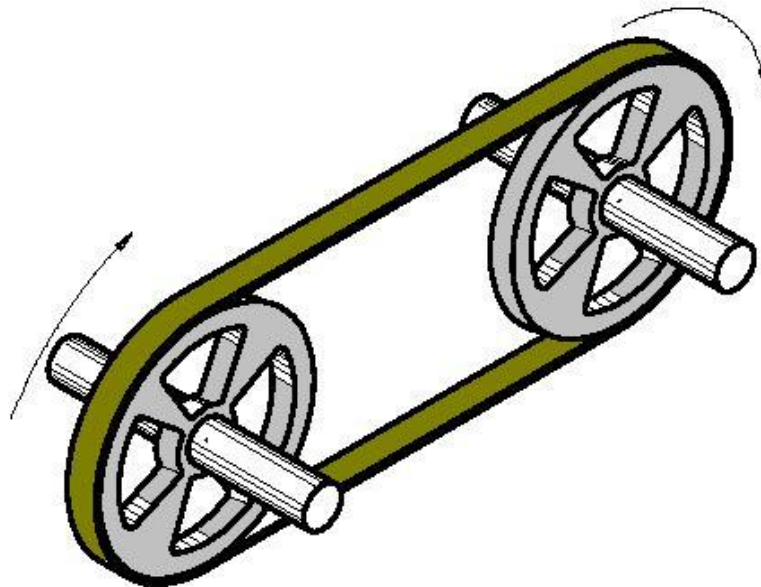
Otra de las correas utilizadas es la correa dentada, para los casos en las que no se puede o no se debe tener ningún deslizamiento, como en el comando de válvulas de los automóviles.



## TRANSMISIÓN

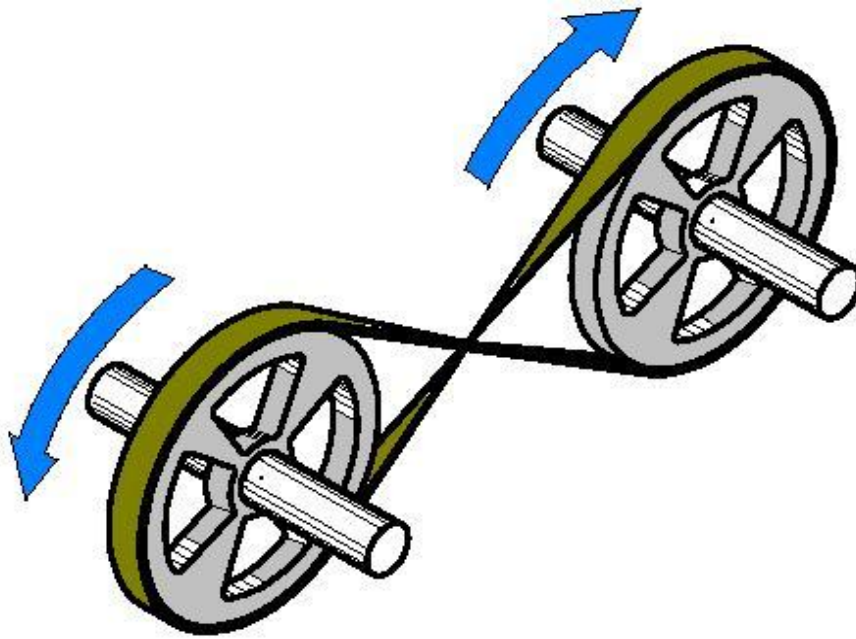
En la transmisión por poleas y correas, la polea que transmite el movimiento es llamada polea motora o conductora. La polea que recibe movimiento y fuerza es la polea conducida. La manera en la que se colocan las correas determinan el sentido de rotación de las poleas. Así tenemos:

**Sentido directo de rotación.**- la correa y las poleas tienen el mismo sentido

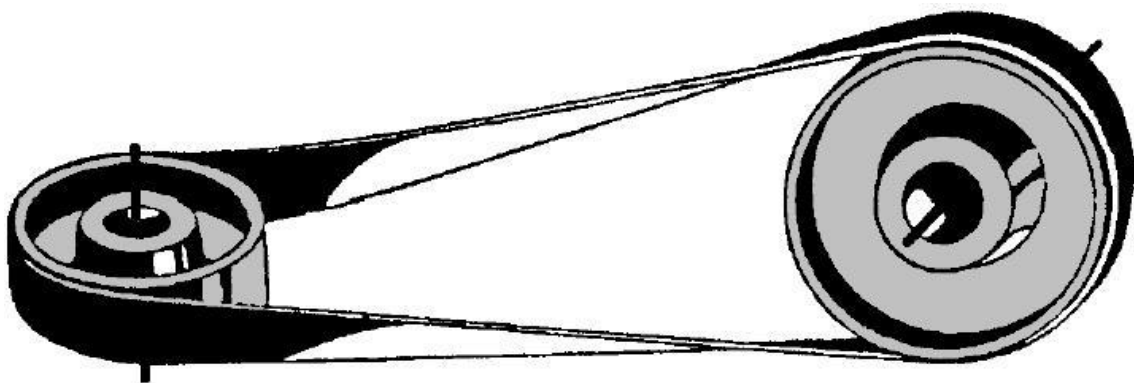


**Sentido de rotación inverso.**- La correa está cruzada y el sentido de rotación de las poleas se invierte.

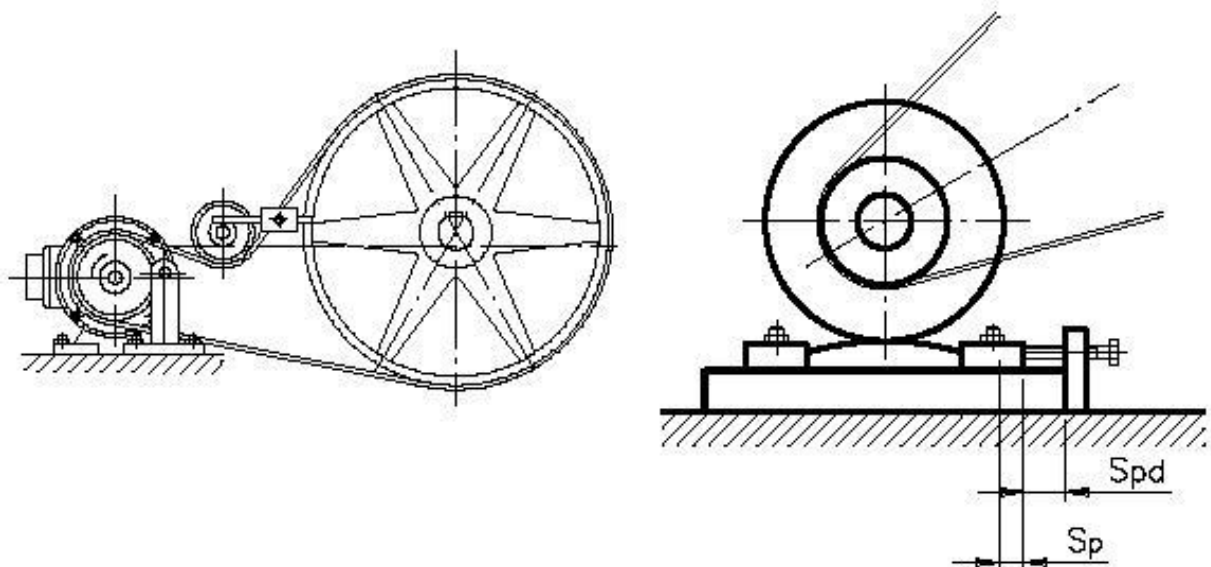


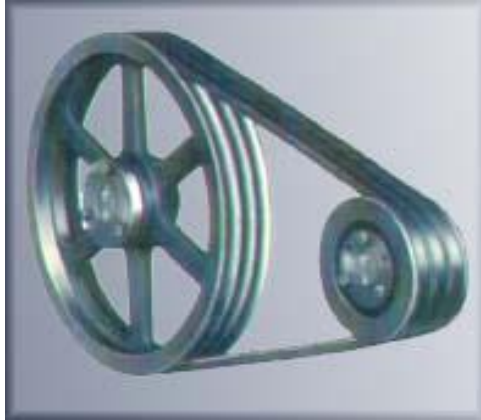


Transmisión entre ejes no paralelos.



Para ajustar las correas en las poleas, manteniendo tensión correcta se utiliza tesadores de correa.

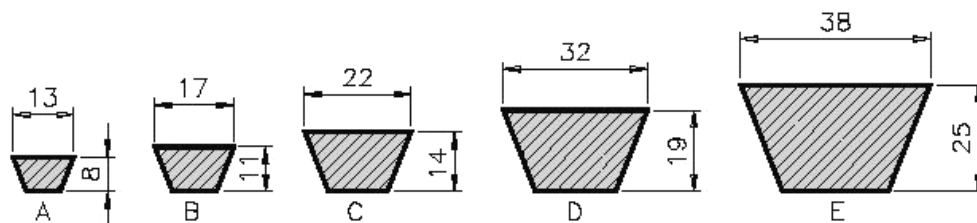




Las correas **trapezoidales** o en V son las mas utilizadas y preferidas que la planas por que:

- Prácticamente no presentan deslizamiento;
- Permite el uso de poleas muy próximas;
- Elimina los ruidos en los choques, típicos de las correas planas.

Existen varias normalizaciones de las correas trapezoidales.



Los pasos siguientes lo guiarán en la selección de una transmisión utilizando correas de sección trapezoidal y poleas acanaladas para conectar dos ejes. Al comienzo se requieren los siguientes datos:

- Potencia requerida en la máquina conducida [HP]
- Tipo de máquina motora y máquina conducida
- Velocidad de la máquina motora [rpm]
- Velocidad de la máquina conducida [rpm]
- Distancia tentativa entre ejes

## 7.1 CÁLCULO DE LA POTENCIA DE DISEÑO

Debido a que las máquinas conducidas tienen formas particulares de funcionamiento, se deben prevenir fallas debidas a los golpes, vibraciones o tirones. De forma similar, las máquinas motoras tienen formas particulares de funcionamiento, algunas son más suaves que otras, o tienen un impulso inicial o un giro a tirones. Estas situaciones se consideran a través de un factor de servicio ( $C_1$ ) que aumenta la potencia a transmitir para obtener la potencia de diseño que considera las características de la máquina y el motor utilizado.

En la tabla siguiente, escoja el motor utilizado y la máquina que más se asemeja a su diseño.

Se obtiene así el factor  $C_1$ , el cual se multiplica por la potencia a transmitir, para obtener la **potencia de diseño**.

Factor de servicio	Motores eléctricos:	Motores eléctricos:
	<ul style="list-style-type: none"> <li>De corriente alterna monofásicos</li> <li>Asincrónicas</li> <li>Jaula de ardilla de par normal</li> <li>De corriente continua bobinado shunt</li> </ul> <p>Motores a gas Motores de combustión interna policilíndricas</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>De corriente alterna con par de gran potencia</li> <li>De rotor bobinado y anillos rozantes</li> <li>De corriente continua bobinado compound</li> </ul> <p>Motores monocilíndricos Ejes de transmisión Tomas de fuerza con embrague</p>
Agitadores de líquidos Ventiladores pequeños y medianos Bombas centrífugas.	1,0 a 1,2	1,1 a 1,3
Punzonadoras Mezcladoras pequeñas y medianas Generadores Compresores de tornillo Cizallas Prensas Máquinas de imprenta Cribas vibratorias	1,1 a 1,3	1,2 a 1,4
Elevadores Compresores de pistones Maquinaria de lavanderías Bombas de pistones Ventiladores grandes Maquinaria textil Máquinas herramientas	1,2 a 1,4	1,4 a 1,6
Malacates y huinches Molinos Chancadoras de	1,3 a 1,5	1,5 a 1,8

mandíbulas  
Transportadora de  
correa sinfin

## 7.2 ESCOGER LA SECCIÓN DE CORREA MÁS ADECUADA

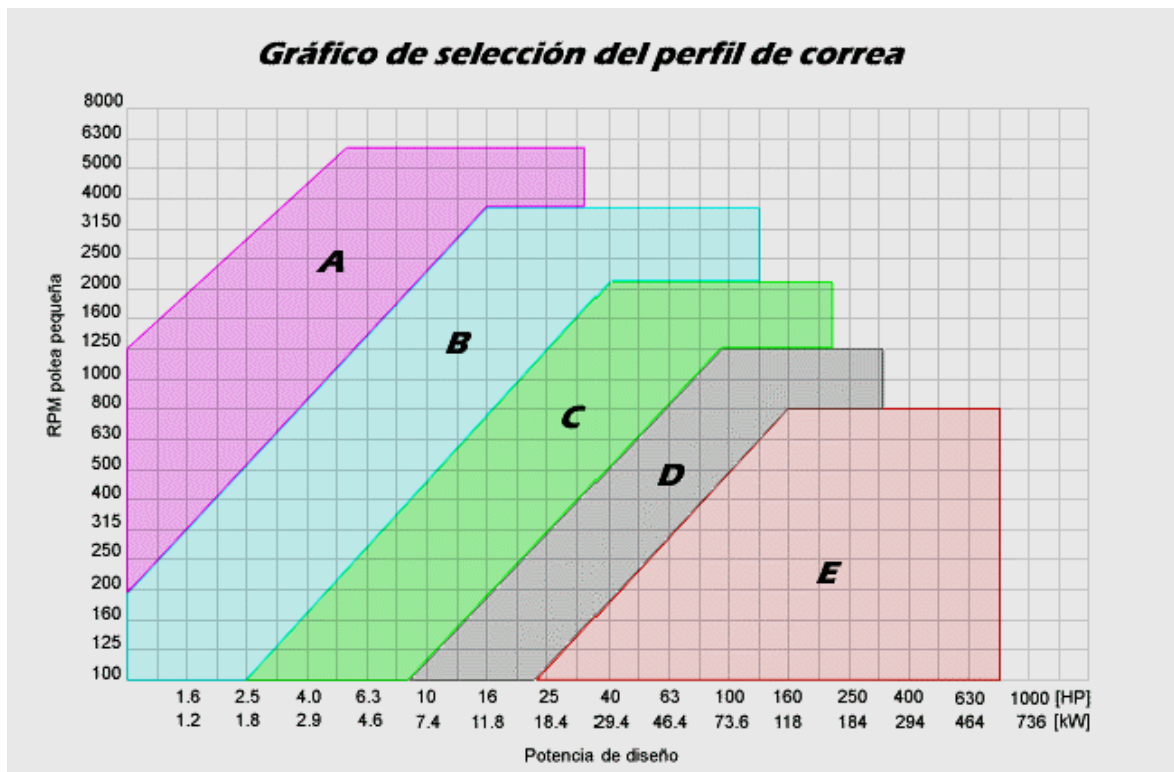
Con la potencia de diseño y la velocidad del eje más rápido se consulta el siguiente gráfico en el cual se aprecia las 5 secciones más típicas de las correas.

Cada sección aparece como una zona de un color particular.

Con los datos ya indicados se observa en que zona se encuentra. Esto determina la sección de correa que se recomienda usar.

Ejemplo:

para un eje rápido girando a 1500 rpm y una potencia de diseño de 3,5 HP, se recomienda usar correas de sección **A**.



## 7.3 CÁLCULO DE LA RELACIÓN DE TRANSMISIÓN

Conociendo la sección a utilizar se procede a obtener la relación de transmisión entre ejes "i". Se define como relación "1:i" a la razón entre las velocidades del eje rápido dividido por el eje lento.

Ejemplo:

Si el eje rápido gira a 1440 rpm y el eje lento a 800 rpm, la relación es "1:1.8"

Esta relación debe darse entre los diámetros de las poleas a utilizar:

$$i = D_p / d_p$$

$D_p$ : diámetro primitivo de la polea lenta.

$d_p$ : diámetro primitivo de la polea rápida

### 7.3 IDENTIFICAR LA CORREA Y LAS POLEAS A UTILIZAR

Conociendo la relación de transmisión "i" se procede a calcular los diámetros  $D_p$  y  $d_p$ . Se recomienda usar como mínimo los siguientes valores:

Sección	A	B	C	D	E
Diámetro primitivo mínimo [mm]	63	100	160	280	400

Se procede dándose un valor para  $d_p$  y se calcula  $D_p$  de la forma siguiente:

$$D_p = i * d_p$$

Con estos valores se puede calcular el largo **L** aproximado de la correa que se necesita.

$$L = (2 * C) + (1,57 * (D_p + d_p)) + (D_p - d_p)^2 / (4 * C)$$

L: longitud de la correa

C: distancia tentativa entre ejes

$D_p, d_p$ : diámetros primitivos de las poleas

Conociendo este valor y la sección utilizada, se consulta la tabla siguiente, que entrega la identificación de la correa adecuada.

Esta identificación es una letra y un número, la letra indica el tamaño de la sección transversal de la correa (A, B, C, D, E) y el número representa el largo de la correa cuyo largo se aproxima lo más posible al largo **L** calculado. Como es muy probable que la correa seleccionada tenga un largo diferente de **L** se debe ajustar la distancia entre centros **C** acercado o alejando los ejes.

LONGITUDES PRIMITIVAS DE LAS CORREAS					
Nº	Perfil A ( 13 x 8 )	Perfil B ( 17 x 10,5 )	Perfil C ( 22 x 13.5 )	Perfil D ( 32 x 19 )	Perfil E ( 40 x 25 )
26	690				
28	741				
31	817				
35	919				
38	995				
42	1097				
46	1198				
51	1325	1338	1347		
55	1427	1440			
60	1554	1567	1576		
64	1656	1669			
68	1757	1770	1779		
71	1833	1846			
75	1935	1948	1957		
80	2062	2079	2084		
81		2100	2109		
85	2189	2202	2211		
90	2316	2329	2338		
96	2468		2490		
97	2494	2507	2516		
105	2697	2710	2719		
112	2875	2888	2897		
120	3078	3091	3100	3117	
128	3281	3294	3303	3320	
136		3497	3506		
144		3701	3710	3727	
158		4055	4065	4082	
162		4158	4167	4184	
173		4437	4446	4463	
180		4615	4624	4641	4656
195		4996	5005	5022	5037
210		5377	5386	5403	5418
240		6106	6105	6102	6109
270		6868	6867	6864	6871
300		7630	7629	7626	7633
330			8391	8388	8395

360			9153	9150	9157
390			9915	9912	9919
420			10677	10674	10681
480				12198	12205
540				13722	13729
600				15246	15253

#### 7.4 DETERMINAR LA POTENCIA QUE TRANSMITE UNA CORREA ( $P_1$ )

Conociendo la velocidad del eje rápido, la relación de transmisión "i" y la sección usada, se consulta la tabla correspondiente a la sección de correa utilizada. Se obtiene de ella la potencia que es capaz de conducir una sola correa  $P_1$ , este valor se comparará con la potencia de diseño para calcular cuántas correas serán necesarias en su transmisión.

Para realizar el cálculo final se necesitan dos factores de corrección. El primero es el factor  $C_2$  que considera la longitud de la correa. Se obtiene de una tabla pequeña ubicada en la parte baja de la tabla correspondiente al final del capítulo, se ingresa a ella por el número de correa o por la longitud.

#### 7.5 CALCULO FINAL DE LA CANTIDAD DE CORREAS NECESARIAS

El último factor de corrección  $C_3$  considera el arco de contacto entre la correa y las poleas que en definitiva limita la capacidad de transmisión ya que este es un sistema que trabaja por roce. Con los valores de  $D_p$  y  $d_p$  se consulta la tabla siguiente y se obtiene  $C_3$ .

( $D_p - d_p$ )/C	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	1.10	1.20	1.30	1.40
Arco de contacto	180°	174°	169°	163°	157°	151°	145°	139°	133°	127°	120°	113°	106°	99°	91°
Factor de corrección	1.00	0.99	0.97	0.96	0.94	0.93	0.91	0.89	0.87	0.85	0.82	0.80	0.77	0.73	0.70

Finalmente se calcula:

$$Z = \text{Potencia de Diseño} / (C_2 * C_3 * P_1)$$

Donde **Z** se aproxima al entero superior.

Los datos resultantes son:

- Identificación de la correa a utilizar
- Cantidad de correas en paralelo a utilizar
- Distancia entre ejes definitiva (se debe dejar holgura para instalar la correa y para tensarla)
- Diámetros primitivos de las poleas a utilizar.





SECCION A (13x8)

diámetro polea chica			Relación de velocidad	RPM DE LA POLEA PEQUEÑA																	
mm	pulg			1 : i	200	400	720	800	950	1200	1450	1600	1800	2000	2200	2400	2600	2800	3200	3600	4000
63	2.50		1.00	0.17	0.28	0.40	0.44	0.49	0.55	0.61	0.63	0.67	0.69	0.72	0.74	0.75	0.75	0.75	0.73	0.68	0.58
			1.05	0.17	0.28	0.41	0.45	0.50	0.57	0.63	0.66	0.69	0.72	0.74	0.77	0.78	0.78	0.78	0.75	0.70	0.61
			1.20	0.18	0.29	0.43	0.46	0.51	0.58	0.64	0.68	0.72	0.74	0.77	0.79	0.80	0.80	0.80	0.78	0.73	0.62
			1.50	0.18	0.30	0.44	0.47	0.53	0.61	0.67	0.70	0.74	0.77	0.79	0.81	0.83	0.84	0.83	0.80	0.74	0.64
		<=	3.00	0.19	0.32	0.45	0.50	0.55	0.62	0.69	0.73	0.77	0.79	0.81	0.84	0.85	0.86	0.85	0.83	0.77	0.67
71	2.80		1.00	0.23	0.39	0.58	0.63	0.72	0.84	0.95	1.01	1.09	1.15	1.21	1.26	1.31	1.36	1.41	1.45	1.45	1.40
			1.05	0.23	0.40	0.60	0.66	0.74	0.87	0.98	1.04	1.13	1.19	1.26	1.31	1.36	1.40	1.46	1.49	1.49	1.45
			1.20	0.24	0.41	0.62	0.68	0.77	0.90	1.02	1.08	1.17	1.24	1.30	1.36	1.41	1.45	1.51	1.54	1.54	1.49
			1.50	0.26	0.43	0.64	0.70	0.79	0.94	1.06	1.12	1.20	1.28	1.35	1.40	1.46	1.49	1.57	1.59	1.59	1.54
			3.00	0.26	0.44	0.66	0.73	0.81	0.96	1.08	1.15	1.24	1.31	1.38	1.45	1.49	1.54	1.62	1.64	1.64	1.59
80	3.15		1.00	0.29	0.51	0.78	0.86	0.98	1.17	1.34	1.43	1.55	1.66	1.76	1.86	1.93	2.00	2.13	2.21	2.26	2.25
			1.05	0.30	0.52	0.81	0.90	1.02	1.21	1.38	1.48	1.60	1.71	1.82	1.92	2.00	2.08	2.21	2.30	2.33	2.32
			1.20	0.32	0.55	0.84	0.92	1.06	1.25	1.43	1.53	1.66	1.77	1.88	1.98	2.08	2.15	2.28	2.37	2.42	2.40
			1.50	0.33	0.56	0.86	0.96	1.09	1.29	1.48	1.58	1.71	1.83	1.94	2.05	2.14	2.22	2.36	2.44	2.49	2.48
		>=	3.00	0.33	0.57	0.89	0.98	1.12	1.34	1.53	1.63	1.77	1.89	2.00	2.11	2.21	2.30	2.43	2.53	2.57	2.56
90	3.55		1.00	0.36	0.64	1.01	1.12	1.28	1.53	1.76	1.89	2.05	2.21	2.36	2.48	2.60	2.71	2.89	3.02	3.10	3.10
			1.05	0.38	0.67	1.03	1.15	1.32	1.58	1.82	1.96	2.13	2.28	2.43	2.57	2.70	2.81	2.99	3.12	3.19	3.21
			1.20	0.39	0.68	1.07	1.19	1.36	1.63	1.88	2.02	2.20	2.37	2.51	2.66	2.78	2.90	3.10	3.23	3.30	3.32
			1.50	0.40	0.70	1.11	1.23	1.41	1.69	1.94	2.09	2.27	2.44	2.60	2.74	2.88	3.00	3.19	3.34	3.41	3.42
		>=	3.00	0.41	0.73	1.14	1.28	1.46	1.74	2.00	2.15	2.34	2.51	2.68	2.83	2.96	3.08	3.29	3.44	3.52	3.53
100	4.00		1.00	0.44	0.78	1.23	1.36	1.57	1.88	2.17	2.34	2.55	2.74	2.93	3.10	3.24	3.39	3.61	3.76	3.85	3.85
			1.05	0.45	0.80	1.26	1.41	1.62	1.89	2.25	2.42	2.44	2.84	3.02	3.21	3.36	3.50	3.74	3.90	4.00	3.98
			1.20	0.46	0.83	1.31	1.46	1.68	2.02	2.32	2.50	2.72	2.94	3.13	3.30	3.47	3.62	3.86	4.03	4.13	4.12
			1.50	0.47	0.85	1.35	1.51	1.72	2.08	2.40	2.59	2.82	3.04	3.23	3.41	3.58	3.74	3.98	4.17	4.26	4.25
		>=	3.00	0.50	0.87	1.40	1.55	1.79	2.14	2.48	2.66	2.90	3.12	3.34	3.52	3.70	3.86	4.12	4.30	4.40	4.38
125	5.00		1.00	0.61	1.09	1.76	1.97	2.27	2.73	3.17	3.42	3.73	4.02	4.29	4.52	4.74	4.92	5.21	5.38	5.40	5.23
			1.05	0.63	1.14	1.82	2.04	2.34	2.83	3.29	3.55	3.86	4.15	4.43	4.68	4.91	5.10	5.39	5.56	5.60	5.42
			1.20	0.64	1.18	1.88	2.10	2.43	2.93	3.40	3.66	4.00	4.30	4.58	4.83	5.06	5.27	5.57	5.76	5.78	5.60
			1.50	0.67	1.21	1.94	2.17	2.50	3.02	3.51	3.78	4.12	4.44	4.74	4.99	5.23	5.44	5.76	5.94	5.97	5.78
		>=	3.00	0.69	1.25	2.00	2.25	2.59	3.12	3.62	3.90	4.25	4.58	4.88	5.16	5.40	5.61	5.94	6.13	6.17	5.96
140	5.60		1.00	0.70	1.29	2.08	2.32	2.68	3.24	3.75	4.04	4.41	4.74	5.04	5.31	5.55	5.74	6.02	6.13	6.06	5.67
			1.05	0.73	1.34	2.15	2.40	2.77	3.35	3.89	4.19	4.57	4.91	5.22	5.50	5.74	5.95	6.23	6.35	6.27	5.88
			1.20	0.77	1.38	2.22	2.49	2.87	3.46	4.02	4.32	4.71	5.08	5.39	5.68	5.94	6.14	6.45	6.57	6.48	6.07
			1.50	0.79	1.42	2.30	2.56	2.96	3.58	4.15	4.47	4.87	5.23	5.57	5.87	6.13	6.35	6.65	6.78	6.69	6.27
		>=	3.00	0.81	1.47	2.37	2.65	3.05	3.69	4.27	4.61	5.03	5.40	5.74	6.06	6.33	6.55	6.87	6.99	6.91	6.47
160	6.30		1.00	0.85	1.54	2.49	2.79	3.22	3.89	4.51	4.85	5.27	5.65	5.99	6.28	6.51	6.70	6.91	6.87		
			1.05	0.87	1.60	2.57	2.89	3.33	4.02	4.66	5.02	5.45	5.84	6.19	6.50	6.74	6.93	7.15	7.12		
			1.20	0.90	1.65	2.67	3.00	3.44	4.15	4.82	5.19	5.63	6.04	6.40	6.72	6.97	7.18	7.40	7.36		
			1.50	0.94	1.70	2.76	3.08	3.56	4.30	4.99	5.36	5.82	6.24	6.61	6.93	7.20	7.41	7.64	7.59		
		>=	3.00	0.96	1.76	2.84	3.18	3.67	4.43	5.14	5.53	6.00	6.44	6.82	7.15	7.42	7.64	7.88	7.83		
CORREA No.				26	28	31	35	38	42	46	51	55	60	64	68	75	85	97	112	120	128
Longitud correa mm				690	741	817	917	995	1097	1198	1325	1427	1554	1656	1757	1935	2189	2494	2875	3078	3281
Factor de corrección				0.81	0.82	0.84	0.87	0.88	0.90	0.92	0.94	0.96	0.98	0.99	1.00	1.02	1.05	1.08	1.11	1.13	1.14

SECCION B (17x10,5)

Diámetro polea chica			Relación de velocidad	RPM DE LA POLEA PEQUEÑA																	
mm	pulg		1 : i	200	300	400	500	600	720	800	950	1000	1200	1450	1600	1800	2000	2200	2400	2600	2800
100	4.00		1.00	0.49	0.66	0.81	0.94	1.08	1.19	1.30	1.46	1.49	1.66	1.85	1.93	2.02	2.09	2.14	2.16	2.16	2.13
			1.05	0.51	0.68	0.84	0.98	1.12	1.24	1.35	1.51	1.55	1.72	1.91	1.99	2.09	2.16	2.21	2.23	2.23	2.21
			1.20	0.52	0.70	0.87	1.02	1.15	1.28	1.40	1.55	1.60	1.79	1.97	2.06	2.16	2.23	2.30	2.32	2.31	2.28
			1.50	0.55	0.73	0.90	1.06	1.19	1.32	1.45	1.60	1.65	1.85	2.03	2.13	2.23	2.31	2.37	2.39	2.39	2.36
		>=	3.00	0.56	0.75	0.92	1.08	1.23	1.36	1.48	1.65	1.71	1.89	2.10	2.20	2.31	2.38	2.44	2.47	2.47	2.43
112	4.50		1.00	0.64	0.87	1.09	1.29	1.48	1.65	1.82	2.05	2.13	2.40	2.71	2.87	3.05	3.19	3.33	3.41	3.47	3.50
			1.05	0.66	0.91	1.13	1.34	1.53	1.71	1.88	2.13	2.20	2.49	2.79	2.96	3.16	3.32	3.44	3.53	3.59	3.62
			1.20	0.68	0.94	1.17	1.38	1.58	1.77	1.94	2.20	2.28	2.57	2.89	3.06	3.25	3.42	3.56	3.66	3.72	3.74
			1.50	0.70	0.97	1.20	1.43	1.64	1.83	2.02	2.27	2.36	2.66	2.99	3.16	3.36	3.53	3.67	3.78	3.84	3.86
		>=	3.00	0.73	1.00	1.24	1.47	1.69	1.88	2.08	2.34	2.43	2.74	3.08	3.27	3.47	3.64	3.79	3.89	3.96	3.98
125	5.00		1.00	0.80	1.11	1.38	1.65	1.91	2.15	2.38	2.70	2.81	3.18	3.62	3.85	4.12	4.36	4.55	4.71	4.82	4.88
			1.05	0.82	1.14	1.43	1.71	1.98	2.22	2.45	2.79	2.90	3.30	3.74	3.98	4.26	4.51	4.71	4.87	4.98	5.05
			1.20	0.85	1.18	1.48	1.77	2.04	2.30	2.54	2.89	3.00	3.41	3.87	4.12	4.41	4.66	4.87	5.04	5.15	5.22
			1.50	0.89	1.23	1.53	1.83	2.11	2.37	2.62	2.98	3.10	3.52	4.00	4.25	4.55	4.82	5.03	5.20	5.32	5.39
		>=	3.00	0.91	1.26	1.58	1.88	2.17	2.45	2.71	3.07	3.19	3.63	4.13	4.38	4.70	4.97	5.19	5.37	5.49	5.56
140	5.60		1.00	0.98	1.37	1.72	2.08	2.39	2.71	3.00	3.42	3.56	4.07	4.65	4.95	5.32	5.63	5.90	6.11	6.25	6.35
			1.05	1.01	1.42	1.79	2.15	2.48	2.81	3.11	3.55	3.69	4.21	4.81	5.12	5.51	5.84	6.11	6.33	6.48	6.57
			1.20	1.04	1.47	1.85	2.22	2.56	2.90	3.22	3.67	3.81	4.36	4.97	5.31	5.70	6.04	6.31	6.55	6.70	6.79
			1.50	1.08	1.51	1.91	2.30	2.65	2.99	3.32	3.79	3.93	4.51	5.14	5.48	5.88	6.23	6.52	6.75	6.92	7.01
		>=	3.00	1.12	1.55	1.97	2.37	2.73	3.08	3.42	3.91	4.06	4.64	5.29	5.65	6.07	6.42	6.73	6.97	7.14	7.24
160	6.30		1.00	1.21	1.71	2.17	2.62	3.04	3.45	3.84	4.38	4.55	5.22	5.97	6.38	6.85	7.25	7.58	7.83	7.99	8.06
			1.05	1.26	1.77	2.26	2.71	3.15	3.57	3.97	4.54	4.72	5.40	6.18	6.59	7.09	7.50	7.84	8.11	8.27	8.35
			1.20	1.30	1.83	2.33	2.81	3.25	3.68	4.10	4.69	4.88	5.59	6.39	6.82	7.33	7.76	8.11	8.38	8.56	8.63
			1.50	1.35	1.89	2.40	2.89	3.36	3.80	4.24	4.85	5.04	5.78	6.61	7.04	7.57	8.01	8.38	8.66	8.84	8.91
		>=	3.00	1.38	1.96	2.49	2.99	3.46	3.92	4.37	4.99	5.20	5.96	6.81	7.26	7.81	8.27	8.65	8.92	9.12	9.20
180	7.10		1.00	1.46	2.05	2.62	3.16	3.68	4.17	4.64	5.32	5.54	6.34	7.25	7.42	8.28	8.76	9.11	9.36	9.50	9.50
			1.05	1.51	2.13	2.71	3.27	3.80	4.31	4.81	5.50	5.72	6.57	7.50	8.00	8.57	9.06	9.42	9.69	9.82	9.84
			1.20	1.55	2.20	2.81	3.38	3.93	4.46	4.97	5.68	5.91	6.79	7.76	8.27	8.86	9.36	9.75	10.00	10.20	10.20
			1.50	1.60	2.27	2.90	3.49	4.06	4.60	5.12	5.88	6.11	7.01	8.01	8.54	9.16	9.67	10.10	10.30	10.50	10.50
		>=	3.00	1.66	2.34	2.99	3.61	4.19	4.75	5.29	6.06	6.30	7.24	8.26	8.80	9.45	9.97	10.40	10.70	10.80	10.80
200	8.00		1.00	1.69	2.39	3.06	3.69	4.30	4.88	5.44	6.23	6.48	7.43	8.46	9.01	9.63	10.10	10.50	10.70	10.70	10.60
			1.05	1.75	2.48	3.17	3.83	4.44	5.05	5.62	6.45	6.70	7.69	8.77	9.33	9.97	10.50	10.80	11.10	11.10	11.00
			1.20	1.81	2.56	3.27	3.95	4.60	5.22	5.82	6.67	6.93	7.94	9.06	9.64	10.30	10.80	11.20	11.40	11.50	11.40
			1.50	1.87	2.65	3.38	4.08	4.75	5.39	6.01	6.89	7.16	8.21	9.35	9.96	10.60	11.20	11.60	11.80	11.90	11.70
		>=	3.00	1.93	2.73	3.49	4.21	4.89	5.56	6.19	7.10	7.38	8.46	9.65	10.30	11.00	11.50	11.90	12.10	12.30	12.10
250	10.00		1.00	2.27	3.23	4.13	4.99	5.81	6.61	7.36	8.42	8.74	9.97	11.30	11.90	12.50	12.90	13.10	13.00		
			1.05	2.34	3.34	4.27	5.17	6.02	6.84	7.61	8.71	9.05	10.30	11.70	12.30	13.00	13.40	13.50	13.40		
			1.20	2.43	3.45	4.42	5.34	6.23	7.07	7.87	9.00	9.36	10.70	12.00	12.80	13.40	13.80	14.00	13.80		
			1.50	2.50	3.56	4.57	5.51	6.42	7.30	8.14	9.30	9.67	11.00	12.40	13.10	13.80	14.30	14.50	14.30		
		>=	3.00	2.59	3.68	4.71	5.70	6.63	7.53	8.39	9.59	9.97	11.40	12.90	13.50	14.20	14.70	14.90	14.80		
CORREA No.				35	38	42	46	51	60	68	75	85	105	120	136	158	173	195	240	270	300
Longitud correa mm				965	1008	1110	1211	1338	1567	1770	1948	2202	2710	3091	3497	4056	4437	4996	6106	6868	7630
Factor de corrección				0.81	0.83	0.85	0.87	0.89	0.92	0.95	0.97	0.99	1.04	1.07	1.09	1.13	1.15	1.18	1.22	1.25	1.27

SECCION C (22x13,5)

Diámetro polea chica			Relación de velocidad	RPM DE LA POLEA PEQUEÑA																	
mm	pulg		1 : i	50	100	200	300	400	500	600	720	800	950	1000	1100	1200	1300	1450	1600	1800	2000
100	6.30		1.00	0.49	0.84	1.42	1.91	2.36	2.74	3.11	3.44	3.73	4.13	4.24	4.46	4.64	4.80	4.99	5.11	5.16	5.09
			1.05	0.50	0.86	1.47	1.98	2.43	2.84	3.22	3.56	3.86	4.27	4.40	4.61	4.81	4.97	5.16	5.28	5.34	5.27
			1.20	0.52	0.89	1.52	2.04	2.51	2.94	3.33	3.68	4.00	4.41	4.54	4.77	4.97	5.14	5.33	5.46	5.53	5.44
			1.50	0.53	0.92	1.57	2.11	2.60	3.04	3.44	3.79	4.13	4.55	4.69	4.92	5.12	5.31	5.51	5.65	5.71	5.62
		>=	3.00	0.55	0.95	1.62	2.17	2.68	3.13	3.55	3.91	4.25	4.70	4.83	5.08	5.30	5.48	5.68	5.82	5.89	5.80
180	7.10		1.00	0.61	1.07	1.86	2.55	3.17	3.75	4.27	4.77	5.23	5.85	6.05	6.40	6.72	7.01	7.36	7.63	7.84	7.89
			1.05	0.63	1.11	1.92	2.64	3.28	3.87	4.43	4.94	5.42	6.06	6.25	6.63	6.96	7.25	7.61	7.89	8.12	8.17
			1.20	0.66	1.11	1.98	2.72	3.39	4.01	4.58	5.11	5.60	6.27	6.47	6.85	7.19	7.49	7.87	8.16	8.39	8.44
			1.50	0.67	1.18	2.05	2.82	3.50	4.14	4.72	5.28	5.78	6.47	6.68	7.07	7.42	7.74	8.14	8.43	8.67	8.72
		>=	3.00	0.69	1.21	2.11	2.90	3.62	4.27	4.88	5.44	5.96	6.68	6.90	7.30	7.66	7.98	8.39	8.69	8.95	9.00
200	8.00		1.00	0.73	1.30	2.28	3.17	3.98	4.74	5.44	6.10	6.70	7.55	7.81	8.29	8.73	9.13	9.63	10.00	10.40	10.50
			1.05	0.75	1.35	2.37	3.28	4.12	4.89	5.62	6.30	6.95	7.81	8.09	8.59	9.03	9.45	9.97	10.40	10.70	10.80
			1.20	0.78	1.38	2.45	3.39	4.26	5.06	5.82	6.52	7.18	8.08	8.35	8.88	9.35	9.76	10.30	10.70	11.10	11.20
			1.50	0.81	1.43	2.53	3.51	4.40	5.23	6.01	6.74	7.41	8.34	8.63	9.17	9.65	10.10	10.60	11.10	11.50	11.60
		>=	3.00	0.84	1.48	2.61	3.62	4.54	5.39	6.19	6.95	7.65	8.61	8.90	9.46	9.96	10.40	11.00	11.40	11.80	11.90
224	9.00		1.00	0.87	1.58	2.81	3.91	4.94	5.90	6.80	7.65	8.44	9.53	9.86	10.50	11.10	11.60	12.30	12.80	13.10	13.20
			1.05	0.91	1.63	2.90	4.06	5.11	6.11	7.04	7.92	8.74	9.86	10.20	10.90	11.50	12.00	12.60	13.10	13.60	13.70
			1.20	0.94	1.69	3.00	4.19	5.28	6.31	7.27	8.18	9.03	10.20	10.60	11.20	11.80	12.40	13.10	13.60	14.10	14.20
			1.50	0.97	1.74	3.10	4.32	5.46	6.52	7.52	8.45	9.33	10.50	10.90	11.60	12.30	12.80	13.50	14.10	14.50	14.60
		>=	3.00	1.00	1.80	3.19	4.46	5.63	6.73	7.76	8.72	9.63	10.90	11.20	12.00	12.60	13.20	14.00	14.50	14.90	15.10
250	10.00		1.00	1.03	1.87	3.35	4.71	5.96	7.15	8.26	9.30	10.30	11.60	12.00	12.80	13.50	14.10	14.80	15.40	15.80	15.80
			1.05	1.07	1.93	3.47	4.87	6.18	7.40	8.55	9.63	10.60	12.00	12.40	13.20	14.00	14.60	15.40	15.90	16.40	16.40
			1.20	1.11	2.00	3.59	5.04	6.39	7.65	8.84	9.95	11.00	12.40	12.90	13.70	14.50	15.10	15.90	16.50	16.90	16.90
			1.50	1.14	2.06	3.70	5.20	6.59	7.89	9.12	10.30	11.40	12.90	13.20	14.10	14.90	15.50	16.40	17.00	17.50	17.50
		>=	3.00	1.18	2.13	3.83	5.37	6.80	8.15	9.41	10.60	11.70	13.20	13.70	14.60	15.40	16.00	16.90	17.60	18.00	18.00
280	11.20		1.00	1.21	2.21	3.98	5.61	7.14	8.56	9.90	11.20	12.40	14.00	14.50	15.30	16.20	16.80	17.60	18.20	18.50	18.10
			1.05	1.25	2.28	4.13	5.82	7.38	8.86	10.30	11.60	12.80	14.50	14.90	15.80	16.60	17.40	18.20	18.80	19.10	18.80
			1.20	1.30	2.36	4.26	6.01	7.64	9.16	10.60	11.90	13.20	14.90	15.40	16.40	17.20	18.00	18.80	19.40	19.70	19.40
			1.50	1.34	2.44	4.41	6.21	7.88	9.46	10.90	12.40	13.60	15.40	15.90	16.90	17.90	18.60	19.40	20.00	20.40	20.00
		>=	3.00	1.38	2.51	4.54	6.40	8.14	9.76	11.30	12.80	14.10	15.90	16.40	17.50	18.30	19.20	20.00	20.80	21.00	20.60
315	12.50		1.00	1.42	2.60	4.71	6.65	8.48	10.20	11.80	13.20	14.70	16.50	17.00	18.10	18.90	19.70	20.50	20.90	20.90	19.90
			1.05	1.47	2.68	4.88	6.90	8.77	10.50	12.10	13.70	15.20	17.10	17.60	18.70	19.60	20.40	21.30	21.60	21.60	20.60
			1.20	1.52	2.78	5.04	7.13	9.07	10.90	12.60	14.20	15.70	17.60	18.20	19.30	20.30	21.00	21.90	22.30	22.30	21.40
			1.50	1.57	2.87	5.21	7.36	9.36	11.20	13.00	14.70	16.20	18.20	18.80	19.90	20.90	21.70	22.60	23.10	23.10	22.10
		>=	3.00	1.62	2.96	5.38	7.59	9.67	11.60	13.50	15.20	16.80	18.80	19.40	20.60	21.60	22.50	23.30	23.80	23.80	22.70
355	14.00		1.00	1.65	3.04	5.54	7.83	9.98	12.00	13.80	15.50	17.20	19.30	19.90	21.00	21.90	22.60	23.20	23.30	22.60	
			1.05	1.71	3.15	5.73	8.11	10.30	12.40	14.30	16.20	17.70	19.90	20.60	21.70	22.60	23.30	24.00	24.20	23.30	
			1.20	1.77	3.24	5.93	8.38	10.70	12.90	14.80	16.60	18.30	20.60	21.30	22.50	23.40	24.20	24.90	25.00	24.20	
			1.50	1.83	3.35	6.12	8.66	11.00	13.20	15.30	17.20	18.90	21.30	22.00	23.20	24.20	24.90	25.60	25.70	25.90	
		>=	3.00	1.88	3.46	6.31	8.94	11.40	13.70	15.80	17.70	19.60	22.00	22.70	23.90	24.90	25.70	26.50	26.60	25.70	
CORREA No.				51	68	80	90	105	112	120	136	158	162	180	210	240	270	300	330	360	420
Longitud correa mm				1347	1779	2084	2338	2719	2897	3100	3506	4065	4167	4624	5386	6105	6867	7629	8391	9153	10677
Factor de corrección				0.80	0.85	0.89	0.91	0.94	0.95	0.97	0.99	1.02	1.03	1.05	1.08	1.11	1.14	1.16	1.19	1.21	1.24

SECCION D (32x19)																					
Diámetro polea chica		Relación de velocidad	RPM DE LA POLEA PEQUEÑA																		
mm	pulg		1 : i	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	720	800	950	1000	1100	1200
280	11.20		1.00	1.82	3.15	4.31	5.38	6.35	7.26	8.11	8.91	9.67	10.40	11.00	11.70	12.80	13.70	14.70	14.90	15.30	15.40
			1.05	1.88	3.27	4.47	5.56	6.57	7.52	8.40	9.23	10.00	10.70	11.40	12.10	13.20	14.10	15.20	15.40	15.80	15.90
			1.20	1.94	3.38	4.61	5.76	6.80	7.77	8.68	9.54	10.30	11.10	11.80	12.50	13.60	14.60	15.70	16.00	16.40	16.50
			1.50	2.00	3.49	4.77	5.94	7.02	8.03	8.97	9.86	10.70	11.50	12.10	12.90	14.10	15.10	16.30	16.50	16.90	17.00
		>=	3.00	2.08	3.59	4.92	6.13	7.24	8.28	9.25	10.20	11.00	11.80	12.60	13.20	14.60	15.50	16.80	17.00	17.50	17.60
315	12.50		1.00	2.27	4.01	5.55	6.97	8.29	9.50	10.70	11.90	12.90	14.00	14.90	15.80	17.40	18.80	20.40	20.80	21.50	21.70
			1.05	2.36	4.14	5.74	7.21	8.59	9.88	11.10	12.30	13.40	14.50	15.40	16.30	18.00	19.40	21.10	21.50	22.20	22.60
			1.20	2.43	4.29	5.94	7.46	8.88	10.20	11.60	12.80	13.80	14.90	15.90	16.90	18.60	20.00	21.90	22.20	23.00	23.30
			1.50	2.51	4.42	6.13	7.70	9.17	10.60	11.90	13.10	14.30	15.40	16.40	17.50	19.20	20.80	22.60	23.00	23.70	24.00
		>=	3.00	2.59	4.57	6.33	7.94	9.46	10.90	12.30	13.50	14.70	15.90	17.00	18.00	19.80	21.40	23.30	23.70	24.40	24.80
355	14.00		1.00	2.78	4.97	6.93	8.77	10.50	12.10	13.70	15.20	16.50	17.90	19.20	20.40	22.60	24.40	26.60	27.10	27.90	28.40
			1.05	2.88	5.14	7.18	9.07	10.90	12.50	14.20	15.70	17.10	18.60	19.80	21.10	23.30	25.30	27.40	28.10	28.90	29.40
			1.20	2.98	5.31	7.42	9.37	11.20	13.00	14.70	16.30	17.70	19.20	20.50	21.70	24.20	26.10	28.40	29.00	29.90	30.40
			1.50	3.07	5.49	7.66	9.69	11.60	13.40	15.20	16.80	18.30	19.80	21.10	22.50	24.90	27.00	29.40	30.00	30.80	31.30
		>=	3.00	3.17	5.66	7.91	9.99	12.00	13.80	15.50	17.20	18.90	20.40	21.90	23.20	25.70	27.80	30.20	31.00	31.80	32.30
400	16.00		1.00	3.35	6.04	8.48	10.80	12.90	14.90	17.00	18.80	20.60	22.20	23.90	25.40	28.10	30.40	33.00	33.60	34.60	34.90
			1.05	3.47	6.24	8.78	11.20	13.40	15.50	17.50	19.40	21.30	23.10	24.70	26.20	29.00	31.50	34.10	34.90	35.80	36.20
			1.20	3.59	6.46	9.07	11.50	13.80	16.00	18.10	20.20	22.00	23.80	25.50	27.20	30.00	32.50	35.30	36.10	36.90	37.40
			1.50	3.70	6.67	9.36	11.90	14.30	16.50	18.70	20.80	22.70	24.70	26.40	28.10	31.10	33.60	36.40	37.10	38.10	38.60
		>=	3.00	3.83	6.89	9.67	12.30	14.70	17.10	19.30	21.50	23.40	25.40	27.20	28.90	32.10	34.60	37.60	38.40	39.30	39.80
450	18.00		1.00	3.98	7.21	10.20	13.00	15.50	18.10	20.50	22.80	24.90	27.00	28.90	30.70	34.00	36.70	39.60	40.20	40.90	40.90
			1.05	4.12	7.47	10.50	13.40	16.20	18.70	21.30	23.60	25.90	27.90	30.00	31.80	35.10	37.90	40.90	41.50	42.40	42.40
			1.20	4.26	7.71	10.90	13.80	16.60	19.40	22.00	24.10	26.70	28.90	31.00	32.90	36.30	39.20	42.30	43.00	43.80	43.70
			1.50	4.40	7.97	11.20	14.30	17.20	20.00	22.70	25.10	27.60	29.90	31.90	34.00	37.50	40.40	43.70	44.40	45.20	45.20
		>=	3.00	4.54	8.22	11.60	14.80	17.70	20.60	23.30	26.00	28.40	30.70	33.00	35.00	38.70	41.80	45.10	45.80	46.60	46.60
500	20.00		1.00	4.60	8.38	11.90	15.20	18.20	21.10	24.00	26.70	29.10	31.60	33.80	35.80	39.50	42.40	45.30	45.80	46.10	45.50
			1.05	4.76	8.67	12.30	15.70	18.80	21.90	24.80	27.60	30.20	32.70	35.00	37.20	40.90	44.00	46.90	47.50	47.70	47.10
			1.20	4.92	8.96	12.60	16.20	19.60	22.70	25.60	28.50	31.20	33.80	36.20	38.40	42.30	45.40	48.50	49.10	49.40	48.70
			1.50	5.09	9.25	13.10	16.80	20.20	23.40	26.50	29.50	32.30	34.90	37.30	39.60	43.60	46.90	50.00	50.60	51.00	50.30
		>=	3.00	5.25	9.54	13.50	17.20	20.80	24.20	27.30	30.40	33.30	35.90	38.50	40.90	45.10	48.30	50.40	52.20	52.60	51.90
560	22.40		1.00	5.34	9.75	13.80	17.70	21.40	24.80	28.10	31.20	34.10	36.80	39.30	41.70	45.70	48.70	51.10	52.40	50.80	
			1.05	5.53	10.10	14.30	18.30	22.10	25.60	29.00	32.30	35.30	38.10	40.80	43.10	47.20	50.40	52.90	53.20	52.60	
			1.20	5.72	10.40	14.80	18.90	22.80	26.50	30.00	33.40	36.60	39.50	42.10	44.60	48.90	52.10	54.80	55.00	54.40	
			1.50	5.90	10.80	15.30	19.60	23.60	27.40	31.10	34.50	37.60	40.70	43.50	46.10	50.50	53.80	56.50	56.70	56.10	
		>=	3.00	6.08	11.10	15.80	20.20	24.30	28.30	32.10	35.60	38.90	42.00	44.90	47.60	52.10	55.50	58.30	58.50	57.90	
630	25.00		1.00	6.19	11.40	16.20	20.60	24.90	28.90	32.70	36.30	39.60	42.70	45.50	48.10	52.20	56.00	56.30			
			1.05	6.41	11.70	16.60	21.40	25.70	29.90	33.90	37.50	41.00	44.20	47.10	49.80	54.00	57.00	58.30			
			1.20	6.63	12.10	17.20	22.10	26.60	31.00	35.00	38.90	42.40	45.70	48.70	51.40	55.90	58.90	60.20			
			1.50	6.84	12.50	17.90	22.80	27.40	31.90	36.20	40.10	43.80	47.20	50.30	53.10	57.70	60.70	62.30			
		>=	3.00	7.06	13.00	18.30	23.60	28.40	32.90	37.30	41,4	45.20	48.70	51.90	54.80	59.50	62.70	64.20			
CORREA No.				120	128	144	158	173	180	195	210	240	270	300	330	360	390	420	480	540	600
Longitud correa mm				3117	3320	3727	4082	4463	4621	5022	5403	6102	6864	7626	8388	8150	9912	10674	12198	13722	15246
Factor de corrección				0.86	0.87	0.90	0.92	0.93	0.94	0.96	0.98	1.00	1.03	1.05	1.07	1.09	1.11	1.12	1.16	1.18	1.20

SECCION E (40x25)

Diámetro polea chica			Relación de velocidad	RPM DE LA POLEA PEQUEÑA																	
mm	pulg		1 : i	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	720	750	800	900	950
400	16.00		1.00	3.85	6.73	9.27	11.60	13.70	15.70	17.60	19.30	20.90	22.30	23.70	24.80	25.90	26.70	27.60	28.20	28.70	29.00
			1.05	3.98	6.97	9.60	12.00	14.20	16.30	18.20	19.90	21.60	23.10	24.40	25.70	26.70	27.70	28.50	29.10	29.60	30.00
			1.20	4.12	7.20	9.92	12.40	14.70	16.80	18.80	20.60	22.30	23.90	25.30	26.60	27.70	28.70	29.50	30.10	30.60	31.10
			1.50	4.25	7.43	10.20	12.80	15.20	17.40	19.40	21.30	23.10	24.70	26.10	27.40	28.50	29.60	30.50	31.10	31.60	32.10
		>=	3.00	4.38	7.67	10.60	13.20	15.70	17.90	20.00	22.00	23.80	25.40	27.00	28.30	29.50	30.50	31.50	32.10	32.70	33.00
450	18.00		1.00	4.75	8.42	11.70	14.70	17.60	20.20	22.70	25.00	27.10	29.00	30.80	32.50	34.00	35.20	36.30	37.20	37.80	38.40
			1.05	4.92	8.72	12.10	15.30	18.20	20.90	23.40	25.90	28.10	30.10	31.90	33.60	35.10	36.40	37.50	38.40	39.10	39.70
			1.20	5.09	9.01	12.50	15.80	18.80	21.60	24.30	26.70	29.00	31.10	33.00	34.70	36.30	37.60	38.90	39.70	40.40	41.00
			1.50	5.25	9.30	13.00	16.30	19.40	22.30	25.00	27.60	30.00	32.20	34.10	35.90	37.50	38.90	40.10	41.00	41.80	42.40
		>=	3.00	5.42	9.59	13.40	16.80	20.00	23.10	25.90	28.40	30.80	33.20	35.20	37.00	38.70	40.20	41.30	42.30	43.10	43.70
500	20.00		1.00	5.66	10.10	14.10	17.90	21.40	24.70	27.70	30.50	33.20	35.70	37.90	39.50	41.70	43.10	44.40	45.40	46.10	46.60
			1.05	5.84	10.40	14.60	18.50	22.10	25.50	28.70	31.60	34.40	36.90	39.20	41.30	43.10	44.70	46.00	47.00	47.70	48.30
			1.20	6.04	10.80	15.10	19.10	22.80	26.40	29.60	32.70	35.50	38.10	40.60	42.60	44.60	46.10	47.50	48.60	49.30	49.90
			1.50	6.23	11.20	15.50	19.70	23.60	27.20	30.60	33.80	36.70	39.30	41.90	44.10	46.00	47.70	49.10	50.20	51.00	51.50
		>=	3.00	6.44	11.50	16.00	20.30	24.30	28.10	31.60	34.90	37.90	40.70	43.20	45.40	47.50	49.20	50.60	51.70	52.60	53.20
560	22.40		1.00	6.70	12.10	17.00	21.50	25.70	29.80	33.50	37.00	40.30	43.20	45.90	48.30	50.30	52.10	53.40	54.40	55.00	55.00
			1.05	6.93	12.50	17.60	22.20	26.70	30.80	34.70	38.40	41.70	44.70	47.50	49.90	52.10	53.90	55.30	56.30	57.00	57.00
			1.20	7.18	12.90	18.10	23.10	27.60	31.90	35.90	39.60	43.10	46.30	49.10	51.60	53.80	55.70	57.20	58.30	58.90	58.90
			1.50	7.41	13.40	18.70	23.80	28.50	32.90	37.00	40.90	44.40	47.70	50.80	53.30	55.60	57.60	59.00	60.00	60.90	60.80
		>=	3.00	7.64	13.70	19.30	24.50	29.40	34.00	38.30	42.30	45.90	49.30	52.30	55.00	57.30	59.40	60.80	62.10	62.80	62.80
630	25.00		1.00	7.93	14.30	20.30	25.70	30.80	35.70	40.20	44.40	48.20	51.60	54.80	57.40	59.60	61.40	62.70	63.50	63.80	62.50
			1.05	8.20	14.80	21.00	26.60	31.90	36.90	41.70	45.90	49.90	53.40	56.70	59.40	61.70	63.50	64.80	65.70	65.90	64.70
			1.20	8.48	15.40	21.60	27.60	33.00	38.30	43.00	47.50	51.60	55.30	58.50	61.40	63.80	65.70	67.00	67.90	68.10	66.90
			1.50	8.76	15.90	22.30	28.40	34.10	39.50	44.40	49.10	53.30	57.10	60.50	63.40	65.90	67.90	69.20	70.20	70.40	69.10
		>=	3.00	9.03	16.40	23.10	29.40	35.20	40.70	45.90	50.60	55.00	58.90	62.40	65.50	68.00	69.90	71.50	72.40	72.60	71.30
710	28.00		1.00	9.30	17.00	23.90	30.50	36.60	42.30	47.60	52.50	56.80	60.70	64.10	66.90	69.10	70.70	71.50	71.80	71.20	
			1.05	9.63	17.50	24.80	31.60	37.90	43.80	49.30	54.30	58.80	62.90	66.30	69.20	71.50	73.10	74.10	74.20	73.70	
			1.20	9.96	18.10	25.60	32.70	39.20	45.30	50.90	56.10	60.80	65.00	68.60	71.50	74.00	75.70	76.50	76.70	76.10	
			1.50	10.30	18.70	26.50	33.60	40.40	46.80	52.60	57.90	62.80	67.20	70.80	74.00	76.40	78.10	79.10	79.30	78.70	
		>=	3.00	10.60	19.30	27.30	34.70	41.80	48.20	54.30	59.70	64.70	69.20	73.10	76.30	78.80	80.50	84.00	81.70	81.10	
800	31.50		1.00	10.80	19.80	28.10	35.70	42.90	49.50	55.60	61.10	65.90	70.10	73.60	76.30	78.10	79.10	79.10			
			1.05	11.20	20.50	29.00	36.90	44.30	51.20	57.60	63.10	68.20	72.60	76.10	78.90	80.90	81.80	81.80			
			1.20	11.60	21.30	30.00	38.30	45.90	52.90	59.50	65.30	70.60	75.00	78.70	81.60	83.50	84.60	84.60			
			1.50	12.00	21.90	31.00	39.50	47.40	54.60	61.40	67.50	72.90	77.50	81.20	84.30	86.30	87.30	97.40			
		>=	3.00	12.40	22.60	31.90	40.70	48.90	56.50	63.40	69.60	75.20	79.90	83.90	86.90	89.00	90.10	90.10			
900	35.50		1.00	12.50	23.00	32.50	41.40	49.70	57.20	64.00	70.10	75.20	79.40	82.70	84.90	85.90					
			1.05	13.00	23.80	33.60	42.90	51.40	59.10	66.30	72.50	77.80	82.20	85.60	87.80	88.90					
			1.20	13.40	24.50	34.90	44.30	53.10	61.10	68.50	74.90	80.50	85.00	88.50	90.80	91.90					
			1.50	13.80	25.40	35.90	45.80	54.90	63.10	70.70	77.40	83.10	87.80	91.40	93.70	94.80					
		>=	3.00	14.30	26.20	37.00	47.20	56.60	65.20	73.00	79.80	85.70	90.60	94.20	96.80	97.90					
CORREA No.				180	195	210	240	270	300	330	360	390	420	480	540	600					
Longitud correa mm				4669	5050	5431	6122	6884	7646	8408	9170	9932	10694	12218	13742	15266					
Factor de corrección				0.91	0.92	0.94	0.96	0.99	1.01	1.03	1.05	1.07	1.09	1.12	1.14	1.17					